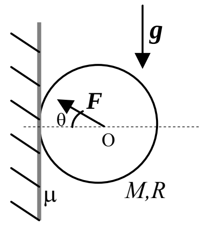
A

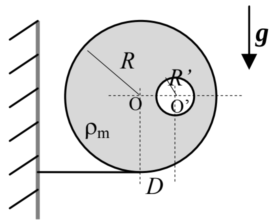
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 5/4/2011

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

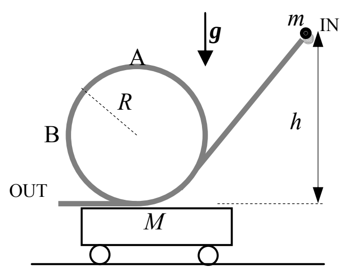
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***



1. Un cilindro pieno e omogeneo di massa M = 1.0 kg e raggio R = 80 cm è sottoposto a una forza $\boldsymbol{F}$ costante e uniforme che agisce sul suo asse (ortogonalmente a questo) ed è diretta in modo da formare un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale, come rappresentato in figura. Il cilindro è a contatto con una parete verticale fissa, indeformabile e **scabra**, che presenta un coefficiente di attrito μ = 0.50. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $sin(\pi/6) = 1/2$]
   a) Quanto deve valere il **modulo** della forza F affinché il cilindro sia in equilibrio? Quanto vale, in tali condizioni di equilibrio, il **modulo** F_A della forza di attrito che la parete esercita sul cilindro? [Spiegate **per bene** in brutta come risolvete e perché, chiedendovi anche se le condizioni del problema possono realmente condurre all'equilibrio, o no!]
   F = …………………………………… = ……… N
   F_A = …………………………………… = ……… N
   b) Supponete ora che il modulo della forza $\boldsymbol{F}$ passi improvvisamente dal valore F di equilibrio al valore F' = 40 N. Discutete a modino, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro e perché. Inoltre stabilite quanto vale la forza di attrito F_A' in queste condizioni.
   Discussione: …………………………
   F_A' = …………………………………… = …….. N
   c) Si osserva che, per effetto dell'applicazione della forza, **costante e uniforme**, di modulo F' di cui sopra, il cilindro si muove in direzione verticale; sapendo che esso parte da fermo, quanto vale la sua velocità angolare ω' quando si è spostato per un tratto Δh = 4.0 m? [Considerate **trascurabile ogni forma di attrito** diversa da quella tra parete e cilindro!]
   ω'= …………………………………… ~ …….. rad/s



2. Un cilindro pieno **omogeneo** di raggio R = 6.0 cm e altezza h = 20 cm, fatto di materiale uniforme con densità di massa $\rho_m = 5.0\text{x}10^3$ kg/m^3, è stato scavato in modo da ricavare al suo interno una cavità **vuota** di forma cilindrica, con altezza pari ad h e raggio $R' = R/4$ = 1.5 cm. L'asse geometrico della cavità cilindrica è parallelo a quello del cilindro pieno, e si trova a una distanza $D = R/2$ = 3.0 cm da questo (si veda la sezione rappresentata in figura, dove O e O' sono gli assi del cilindro pieno e di quello vuoto, rispettivamente). Il corpo rigido così fatto è imperniato con attrito trascurabile in O e può ruotare su un piano verticale con attrito trascurabile: una fune **orizzontale**, vincolata da un lato al punto "più basso" del cilindro pieno e dall'altro a una parete fissa e rigida verticale, mantiene il corpo **in equilibrio** nella configurazione di figura, in cui la congiungente OO' è orizzontale. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]
   a) Quanto vale il modulo T della tensione della fune in queste condizioni di equilibrio? [Può esservi utile notare che la posizione del centro di massa della composizione di più corpi rigidi estesi continui si può trovare considerando la composizione di corpi puntiformi, che hanno la massa dei corpi estesi corrispondenti e la cui posizione è quella dei centri di massa dei corpi estesi; se non avete capito, chiedete!]
   T = …………………………………… = ………. N
   b) Quanto vale il momento di inerzia I del corpo rigido (cilindro con cavità disassata) per rotazioni attorno a un asse passante per O? [Spiegate **per bene** in brutta il procedimento adottato! Può farvi comodo rammentare l'enunciato del teorema degli assi paralleli che, con ovvio significato dei termini, recita: $I_O = I_{CM}+MD^2$, con D distanza tra due assi paralleli; inoltre ricordate che, per una variabile generica ξ, è $\int \xi^n \, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, per $n \neq -1$]
   I = …………………………………… = ………. kg m^2



Disegno non in scala!!!!

3. Un giochino per bambini è fatto in questo modo: un sottile tubo (cavo) è modellato in modo da formare un percorso a "giro della morte" su un piano verticale, con una rampa iniziale alta h = 1.0 m raccordata con una circonferenza di raggio $R = h/10$ = 10 cm che quindi termina con un tratto orizzontale di uscita. Il tubo è saldato su un carrellino: il tutto ha massa M = 1.0 kg e può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione orizzontale, come rappresentato in figura. Una pallina (**puntiforme!**) di massa $m = M/4$ = 0.25 kg può

scorrere con **attrito trascurabile** all'interno del tubo, lungo il percorso stabilito dalla sua forma. All'inizio tutto è fermo: il bambino infila la pallina nel tubo, al punto "IN" di figura, e la lascia andare con **velocità iniziale nulla**. La pallina compie il giro della morte e fuoriesce dal punto "OUT". Il bambino è molto contento ma, mosso da curiosità infantile, vi fa alcune domande: [Supponete trascurabile il diametro interno del tubo e usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Quanto vale, in modulo, la velocità V_A del **carrellino** nell'istante in cui la pallina passa per il punto più alto del giro della morte (marcato con A in figura)? [Spiegate **per bene** in brutta ogni passaggio della soluzione!]
   V_A = …………………………………… ~ ……… m/s
b) Quanto valgono le **componenti orizzontali** delle accelerazioni relative della pallina rispetto al carrello nell'istante A già considerato e nell'istante B in cui la pallina passa (per la "prima volta" durante la percorrenza del giro della morte) per la metà altezza della circonferenza?
   $a_{REL,A}$ = …………………………………… = ……… m/s^2
   $a_{REL,B}$ = …………………………………… = ……… m/s^2

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 5/4/2011 Firma:

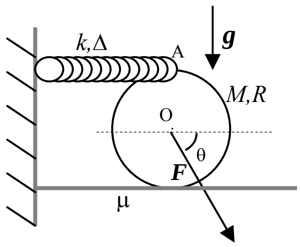
B

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 5/4/2011

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

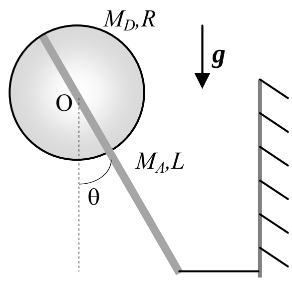
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un cilindro pieno e omogeneo di massa M = 1.0 kg e raggio R = 10 cm è poggiato su una superficie piana orizzontale **scabra**, che presenta un coefficiente di attrito μ = 0.50. Nel punto A (il suo punto "più alto") il cilindro è attaccato a una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 1.0\mathrm{x}10^2$ N/m, il cui altro estremo è vincolato a una parete rigida fissa e indeformabile. L'asse della molla è **orizzontale**. Inoltre sull'asse del cilindro (in direzione ortogonale ad esso) è applicata una forza $\boldsymbol{F}$ diretta in modo da formare un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale, come rappresentato in figura, e di modulo F = 40 N. In queste condizioni il cilindro è in equilibrio. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = 1/2$]



   a) Quanto vale, in queste condizioni di equilibrio, l'allungamento Δ della molla, cioè la differenza tra la sua lunghezza attuale e quella di riposo? Quanto vale, in tali condizioni di equilibrio, il **modulo** F_A della forza di attrito che la superficie piana esercita sul cilindro? [Spiegate **per bene** in brutta come risolvete e perché, chiedendovi anche se le condizioni del problema possono realmente condurre all'equilibrio, o no!]
   Δ = …………………………………… = ……… m
   F_A = …………………………………… = ……… N
   b) Supponete che a un dato istante il mago Silvan faccia scomparire la molla (la forza elastica si annulla istantaneamente) e che la forza $\boldsymbol{F}$ applicata all'asse del cilindro rimanga esattamente quella di prima (di cui al quesito precedente) e si mantenga costante e uniforme. Discutete a modino, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro e perché. Inoltre stabilite quanto vale la forza di attrito F_A' in queste condizioni.
   Discussione: …………………………
   F_A' = …………………………………… = …….. N
   c) Sapendo che, prima della sparizione della molla, il cilindro si trova fermo in equilibrio e che quindi, per effetto della magia, si mette in movimento, quanto vale la sua velocità angolare ω' quando ha compiuto un quarto di giro (cioè una rotazione per un angolo $\Delta\phi = \pi/2$)? [Considerate trascurabile ogni forma di attrito diversa da quella tra superficie e cilindro!]
   ω'= …………………………………… ~ …….. rad/s

2. Un certo corpo rigido può essere schematizzato come costituito una sottile asta **omogenea** di lunghezza L = 1.2 m e massa $M_A = m$ = 2.0 kg, saldata a un disco **disomogeneo** (ma comunque **a simmetria cilindrica**), di raggio $R = L/4$ = 30 cm e massa $M_D = 2m$ = 4.0 kg, così da ottenere la forma rappresentata in figura: in sostanza, l'asta è saldata lungo un diametro di una faccia del cilindro in modo che metà della sua lunghezza sporga dal cilindro stesso. Il corpo è imperniato con attrito trascurabile sull'asse del cilindro (O nella sezione di figura) e può ruotare con attrito trascurabile su un piano verticale: una fune **orizzontale** vincolata da un lato all'estremità della sbarra e dall'altro a una parete fissa e rigida verticale mantiene il corpo **in equilibrio** e l'angolo tra verticale e asse dell'asta vale $\theta = \pi/3$. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = ½$]



   a) Quanto valgono il modulo T della tensione della fune e il **modulo** F_O della forza esercitata dal perno sul corpo rigido in queste condizioni di equilibrio?
   T = …………………………………… ~ ………. N
   F_O = …………………………………… ~ ………. N
   b) Supponendo che la densità di massa del disco vari con la distanza r dall'asse secondo la legge $\rho_m = \rho_0 r/R$, con ρ_0 costante (incognita da determinare!), quanto vale il momento di inerzia I per rotazioni dell'**intero** corpo rigido attorno all'asse passante per O? [Può farvi comodo ricordare l'enunciato del teorema degli assi paralleli che, con ovvio significato dei termini, recita: $I_O = I_{CM} + Md^2$, con d distanza tra O e CM; inoltre ricordate che, per una variabile generica ξ, è $\int \xi^n \, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, per $n \neq -1$; siete pregati di svolgere quanto più possibile i calcoli e non di affidarvi alla memoria (almeno per il cilindro disomogeneo)!]
   I = …………………………………… = ………. kg m^2

3. Un omino di massa $M_1 = 2m = 50$ kg si trova abbarbicato alla sponda posteriore di un carrellino di massa $M_2 = 4m = 1.00 \times 10^2$ kg che può scorrere con attrito trascurabile lungo un binario orizzontale e su cui si trova un pietrone di massa $m = 25$ kg . Inizialmente tutto è fermo; poi l'omino (robusto!), che rimane sempre abbarbicato alla sponda del carrellino, prende la pietra e la scaglia in direzione del binario: nel momento in cui la pietra lascia la manina dell'omino, essa ha velocità di modulo $v_0 = 5.0$ m/s (misurata rispetto al binario) diretta **orizzontalmente**. Quindi la pietra, essendo soggetta alla sola forza peso (ogni altro attrito è trascurabile), cade sul binario a distanza $D = 18$ m dal punto di lancio (questa distanza è misurata in direzione orizzontale, e, l'omino, che evidentemente è in realtà l'incredibile Hulk, rimane sempre abbarbicato alla sponda per l'intero processo).
   a) Quanto vale la distanza ΔX percorsa dal carrellino mentre la pietra resta in volo? [Spiegate **per bene**, in brutta, il procedimento!]
   $\Delta X =$ …………………………………… = ……… m
   b) Quanto vale il lavoro L fatto dall'omino nella **sola** fase di lancio? [Trascurate il lavoro necessario a sollevare la pietra e qualsiasi altro lavoro, inclusi quelli fisiologici; ricordate che il lancio avviene in direzione puramente orizzontale, quindi la forza peso non c'entra nulla con la risposta; anche qui, in brutta spiegate **per bene**!]
   $L =$ …………………………………… = ……… J

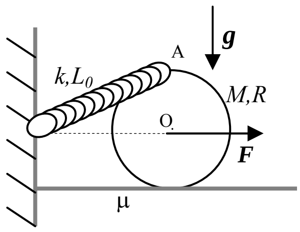
Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 17/12/2010 Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 5/4/2011

Nome e cognome: …………………………………………………….   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

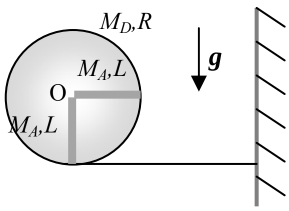
1. Un cilindro pieno omogeneo di massa $M = 1.0\text{x}10^2$ kg e raggio $R = 1.0$ m è poggiato su una superficie piana orizzontale **scabra**, che presenta un coefficiente di attrito $\mu = 0.50$. Nel suo punto A (il suo punto "più alto") il cilindro è attaccato a una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 5.0\text{x}10^2$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 1.5$ m, il cui altro estremo è vincolato a una parete rigida fissa e indeformabile in un punto **fisso** che si trova alla stessa quota del centro del cilindro (vedi figura). Inoltre sull'asse del cilindro (in direzione ortogonale a questo) è applicata una forza esterna $\boldsymbol{F}$ diretta orizzontalmente come in figura. In queste condizioni la lunghezza della molla vale $L = 2R = 2.0$ m e il cilindro è **in equilibrio**. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione; sfruttate geometria e trigonometria per determinare le grandezze geometriche rilevanti, tipo l'angolo tra l'asse della molla e l'orizzontale, etc; può farvi comodo ricordare che, per un angolo ϕ generico, è $1 = sin^2\phi + cos^2\phi$ e anche che $3^{1/2} \sim 1.73$]



Disegno non in scala!!!

   a) Quanto deve valere il modulo della forza F necessaria per avere equilibrio nelle condizioni descritte? Quanto vale, in queste condizioni di equilibrio, il **modulo** F_A della forza di attrito che la superficie piana esercita sul cilindro? [Spiegate **per bene** in brutta il procedimento usato e chiedetevi se la condizione di equilibrio è effettivamente possibile nelle condizioni del problema]
   F = …………………………………… ~ ……… N
   F_A = …………………………………… ~ ……… N
   b) Supponete ora che a un dato istante la forza $\boldsymbol{F}$ si annulli improvvisamente: mancando le condizioni di equilibrio, il cilindro prende a muoversi. Discutete a modino, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro e perché. Inoltre stabilite quanto vale il modulo della forza di attrito F_A' in queste condizioni (subito all'inizio del moto!).
   Discussione: …………………………
   F_A' = …………………………………… ~ …….. N
   c) Si osserva quindi che il cilindro, che inizialmente era fermo, si muove e intanto la molla si accorcia. A un certo istante la molla avrà una lunghezza pari alla propria lunghezza di riposo. Quanto vale, in questo istante, il modulo della velocità angolare ω' del cilindro? [Considerate **trascurabile ogni forma di attrito** diversa da quella tra superficie e cilindro!]
   ω'= …………………………………… ~ …….. rad/s

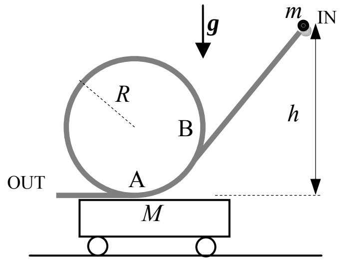
2. Un certo corpo rigido può essere schematizzato come costituito da due sottili aste **omogenee** di lunghezza $L = 50$ cm e massa $M_A = m = 2.0$ kg, saldate su una faccia di un disco **disomogeneo** (ma comunque **a simmetria cilindrica**), di raggio $R = L = 50$ cm e massa $M_D = 2m = 4.0$ kg, così da ottenere la forma rappresentata in figura: in sostanza, le aste sono saldate lungo due raggi della stessa faccia del disco, in modo da formare tra loro un angolo retto. Il corpo è imperniato con attrito trascurabile sull'asse del disco (O nella sezione di figura) e può ruotare su un piano **verticale**: una fune **orizzontale** vincolata da un lato all'estremità di una delle due aste e dall'altro a una parete fissa e rigida verticale, mantiene il corpo **in equilibrio** nella configurazione di figura, in cui un'asta è lungo la verticale (quella a cui è attaccata la fune) e l'altra lungo l'orizzontale. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Quanto valgono il modulo T della tensione della fune e il **modulo** F_O della forza esercitata dal perno sul corpo rigido in queste condizioni di equilibrio?
   T = …………………………………… = ………. N
   F_O = …………………………………… = ………. N
   b) Supponendo che la densità di massa del disco vari con la distanza r dall'asse secondo la legge $\rho_m = \rho_0 r^2/R^2$, con ρ_0 costante (incognita da determinare!), quanto vale il momento di inerzia I per rotazioni dell'**intero** corpo rigido attorno all'asse passante per O? [Ricordate che, per una variabile generica ξ, è $\int \xi^n \, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, per $n \neq -1$; siete pregati di svolgere quanto più possibile i calcoli e di spiegarli in brutta, senza affidarvi troppo alla memoria (almeno per il cilindro disomogeneo)!]
   I = …………………………………… = ………. kg m^2

C

3. Un giochino per bambini è fatto in questo modo: un sottile tubo (cavo) è modellato in modo da formare un percorso a "giro della morte" su un piano verticale, con una rampa iniziale alta h = 1.0 m raccordata con una circonferenza di raggio $R = h/10$ = 10 cm che quindi termina con un tratto orizzontale di uscita. Il tubo è saldato su un carrellino: il tutto ha massa M = 1.0 kg e può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione orizzontale, come rappresentato in figura. Una pallina (**puntiforme!**) di massa $m = M/4$ = 0.25 kg può scorrere con **attrito trascurabile** all'interno del tubo, lungo il percorso stabilito dalla sua forma. All'inizio tutto è fermo: il bambino infila la pallina nel tubo, al punto "IN" di figura, e la lascia andare con **velocità iniziale nulla**. La pallina compie il giro della morte e fuoriesce dal punto "OUT". Il bambino è molto contento ma, mosso da curiosità infantile, vi fa alcune domande: [Supponete trascurabile il diametro interno del tubo e usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



Disegno non in scala!!!!

a) Quanto vale in modulo la velocità V_A del **carrellino** nell'istante in cui la pallina passa per il punto più basso del giro della morte (marcato con A in figura)? [Per il segno, usate il riferimento indicato in figura; inoltre spiegate **per bene** in brutta ogni passaggio della soluzione!]
V_A = ……………………………………. ~ ………. m/s

b) Quanto vale, **in modulo**, la velocità v_B della **pallina** nell'istante in cui esso raggiunge il punto B di figura, cioè passa (per la seconda volta quando percorre il giro della morte) per "metà altezza" della circonferenza? [Anche qui spiegate **per bene**!]
v_B = ……………………………………. ~ ………. m/s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 5/4/2010 Firma: