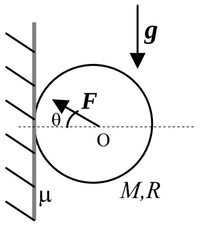
A

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 5/4/2011

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***



1. Un cilindro pieno e omogeneo di massa M = 1.0 kg e raggio R = 80 cm è sottoposto a una forza $\mathbf{F}$ costante e uniforme che agisce sul suo asse (ortogonalmente a questo) ed è diretta in modo da formare un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale, come rappresentato in figura. Il cilindro è a contatto con una parete verticale fissa, indeformabile e **scabra**, che presenta un coefficiente di attrito μ = 0.50. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $sin(\pi/6) = 1/2$]

   a) Quanto deve valere il **modulo** della forza F affinché il cilindro sia in equilibrio? Quanto vale, in tali condizioni di equilibrio, il **modulo** F_A della forza di attrito che la parete esercita sul cilindro? [Spiegate **per bene** in brutta come risolvete e perché, chiedendovi anche se le condizioni del problema possono realmente condurre all'equilibrio, o no!]

   F = …………………………………… = ……… N $\quad Mg/sin\theta$ = 20 N [poiché il cilindro è un corpo esteso, occorre che sia garantito sia l'equilibrio traslazionale che quello rotazionale. Le forze agenti sul cilindro sono il peso, applicato al centro di massa, la reazione vincolare $\mathbf{N}$ della parete, orizzontale e applicata al punto di contatto con la parete, l'(eventuale) forza di attrito, evidentemente statico visto che il cilindro è in equilibrio, che ha direzione verticale ed è applicata al punto di contatto, e la forza $\mathbf{F}$, applicata al centro di massa O- Prendendo questo punto come polo, l'unica forza che ha braccio non nullo è la forza di attrito, che dunque deve essere nulla per garantire equilibrio. L'equilibrio traslazionale richiede poi, per i moduli: $N = Fcos\theta$, che non dà informazioni rilevanti, e $Fsin\theta = Mg$, da cui la soluzione]

   F_A = …………………………………… = ……… N $\quad$ 0 [vedi sopra; questa forza di attrito può sicuramente essere generata nelle condizioni del problema!]

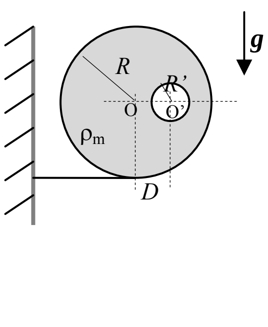
   b) Supponete ora che il modulo della forza $\mathbf{F}$ passi improvvisamente dal valore F di equilibrio al valore F' = 40 N. Discutete a modino, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro e perché. Inoltre stabilite quanto vale la forza di attrito F_A' in queste condizioni.

   Discussione: ………………………… visto che la forza ha un modulo superiore a quello richiesto per l'equilibrio, è evidente che il cilindro si metterà in moto. Trattandosi di un corpo esteso che si trova a contatto con una parete scabra occorre valutare se il moto può essere di rotolamento puro, cioè occorre determinare la forza di attrito necessaria perché il moto sia di rotolamento puro e verificare se il contatto tra cilindro e parete può determinare tale forza, o no. Infatti, essendo noto il coefficiente di attrito, sappiamo che $F_{A,MAX} = \mu N = \mu F'cos\theta \sim 17$ N. Iniziamo con il notare che il moto traslatorio del centro di massa sarà verso l'alto, dato che la componente verticale della forza esterna, $F'sin\theta$ = 20 N, è maggiore del peso, Mg = 10 N. In queste condizioni la forza di attrito $\mathbf{F_A}$ sarà diretta verso il basso, opponendosi al moto (incipiente) della generatrice del cilindro a contatto con la parete. L'equazione del moto di traslazione del centro di massa rispetto a un asse orientato verso l'alto è: $a_{CM} = -g+(F'sin\theta-F_A)/M$ e quella del moto rotazionale, rispetto al polo O e prendendo come positivo un verso di rotazione antiorario (in figura), è $\alpha = F_AR/I$, dove si è osservato che la sola forza di attrito ha braccio non nullo e $I = MR^2/2$ è il momento di inerzia per un cilindro pieno e omogeneo di raggio R e massa M. Supponendo per ipotesi che ci sia rotolamento puro, cioè che $a_{CM}=\alpha R$, e risolvendo per F_A il sistema di tre equazioni e tre incognite, si ottiene $F_A = (-Mg+F'sin\theta)/3$ = 3.4 N $< F_{A,MAX}$. Pertanto il moto è di rotolamento puro, il centro di massa trasla verticalmente verso l'alto e il cilindro ruota in verso antiorario (in figura)

   F_A' = …………………………………… = …….. N $\quad (-Mg+F'sin\theta)/3$ = 3.4 N [vedi sopra]

   c) Si osserva che, per effetto dell'applicazione della forza, **costante e uniforme**, di modulo F' di cui sopra, il cilindro si muove in direzione verticale; sapendo che esso parte da fermo, quanto vale la sua velocità angolare ω' quando si è spostato per un tratto Δh = 4.0 m? [Considerate **trascurabile ogni forma di attrito** diversa da quella tra parete e cilindro!]

   ω'= …………………………………… ~ …….. rad/s $\quad (4\Delta h(F'sin\theta -Mg)/(3MR^2))^{1/2} \sim 9.2$ rad/s [poiché il moto è di rotolamento puro (notate che le accelerazioni sono costanti e uniformi, e quindi la condizione di rotolamento puro non viene mai modificatan durante la salita del cilindro sulla parete), conviene usare il bilancio energetico: $L = \Delta E_K+\Delta U_G$, con $L = F'sin\theta\Delta h$ lavoro della forza applicata (notate che è costante e uniforme e che forma un angolo $\pi/2$-θ rispetto allo spostamento, da cui l'espressione). Si ha $\Delta E_K=(M/2)v_{CM}'^2+(I/2)\omega'^2 = (MR^2/2)(1+1/2)\omega'^2 = 3MR^2\omega'^2/4$, dove abbiamo esplicitato il momento di inerzia per il cilindro pieno omogeneo e usato la relazione geometrica $v_{CM}= \omega R$ del rotolamento puro; inoltre è $\Delta U_G = Mg\Delta h$ (il cilindro è salito di un tratto Δh). Mettendo tutto insieme si ottiene la soluzione]



2. Un cilindro pieno **omogeneo** di raggio R = 6.0 cm e altezza h = 20 cm, fatto di materiale uniforme con densità di massa $\rho_m = 5.0\times10^3$ kg/m^3, è stato scavato in modo da ricavare al suo interno una cavità **vuota** di forma cilindrica, con altezza pari ad h e raggio $R' = R/4$ = 1.5 cm. L'asse geometrico della cavità cilindrica è parallelo a quello del cilindro pieno, e si trova a una distanza $D = R/2$ = 3.0 cm da questo (si veda la sezione rappresentata in figura, dove O e O' sono gli assi del cilindro pieno e di quello vuoto, rispettivamente). Il corpo rigido così fatto è imperniato con attrito trascurabile in O e può ruotare su un piano verticale con attrito trascurabile: una fune **orizzontale**, vincolata da un lato al punto "più basso" del cilindro pieno e

dall'altro a una parete fissa e rigida verticale, mantiene il corpo **in equilibrio** nella configurazione di figura, in cui la congiungente OO' è orizzontale. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

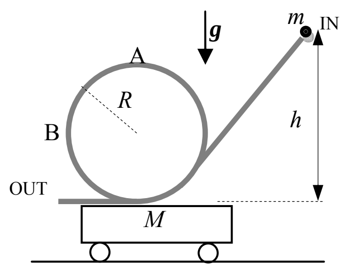
a) Quanto vale il modulo T della tensione della fune in queste condizioni di equilibrio? [Può esservi utile notare che la posizione del centro di massa della composizione di più corpi rigidi estesi continui si può trovare considerando la composizione di corpi puntiformi, che hanno la massa dei corpi estesi corrispondenti e la cui posizione è quella dei centri di massa dei corpi estesi; se non avete capito, chiedete!]

T = ... = ... N $g(\rho_m\pi h(R^2-R'^2))/30 = g(\rho_m\pi hR^2)/32 = 3.5$ N [il corpo rigido considerato può essere analizzato in modo semplice usando il trucchetto consistente nel descriverlo come "sovrapposizione" di un cilindro di raggio R centrato in O, **tutto** pieno e omogeneo (con densità di massa uniforme ρ_m), e di un cilindro di raggio R' centrato in O' e dotato di una densità di massa $\rho_m'=-\rho_m$ (una densità di massa negativa che "annulla" quella positiva del cilindro di raggio R). La posizione del centro di massa del corpo rigido si può ottenere facilmente sfruttando il suggerimento riportato nel testo: tracciando un asse orizzontale centrato in O e diretto verso la destra di figura, è come se si avessero due oggetti puntiformi posizionati rispettivamente in O e in O', cioè alla coordinata D. La massa del primo corrisponde alla massa del cilindro pieno, cioè vale $M = \rho_m\pi R^2h$; la massa del secondo è la "massa negativa" del cilindro vuoto, cioè vale $M' = -\rho_m\pi R'^2h$. La posizione del centro di massa lungo quest'asse si trova dalla definizione (per sistemi discreti): $r_{CM}=M'D/(M+M')=-\rho_m\pi R'^2h\ D/(\rho_m\pi(R^2-R'^2)h)=-DR'^2/(R^2-R'^2)=-R/30$, dove l'ultimo passaggio sfrutta le relazioni fra le varie grandezze (raggi e distanze) date nel testo. Quindi la posizione del centro di massa del corpo rigido si trova, nelle condizioni di figura, sull'orizzontale, alla sinistra (di figura) rispetto a O a una distanza pari a $R/30$ da questo. Su questo punto agisce la forza peso $(M+M')\mathbf{g} = \rho_m\pi(R^2-R'^2)h\mathbf{g}$. Esaminiamo l'equilibrio rotazionale del corpo. Prendendo il punto O come polo, le forze che fanno momento sono la forza peso., che ha braccio $R/30$ e tende a far ruotare il corpo in senso antiorario, e la tensione della fune, che ha braccio R e tende a far ruotare il corpo in senso orario. Uguagliando i moduli dei momenti delle forze si ottiene il risultato]

b) Quanto vale il momento di inerzia I del corpo rigido (cilindro con cavità disassata) per rotazioni attorno a un asse passante per O? [Spiegate **per bene** in brutta il procedimento adottato! Può farvi comodo rammentare l'enunciato del teorema degli assi paralleli che, con ovvio significato dei termini, recita: $I_O = I_{CM}+MD^2$, con D distanza tra due assi paralleli; inoltre ricordate che, per una variabile generica ξ, è $\int\xi^n\, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, per $n \neq -1$]

I = ... = ... kg m^2 $247\rho_m\pi hR^4/512 = 2.0\times10^{-2}$ kg m^2 [essendo un sistema composto, occorre sommare il momento di inerzia del cilindro pieno con quello del cilindro vuoto, ovviamente entrambi riferiti allo stesso polo O. Ricordiamo che, per un cilindro pieno e omogeneo di densità di massa ρ_0, il momento di inerzia per rotazioni attorno a un asse che passa per il proprio centro di massa vale $I_{CM} = \int_0^R r^2dm = \int_0^R r^2\rho_0 dV = \rho_0 \int_0^R r^2 2\pi hrdr = \rho_0\pi hR^4/2$. Il cilindro **tutto** pieno, che effettivamente ruota attorno a un asse passante per il suo centro di massa, avrà momento di inerzia $I_M = \rho_m\pi hR^4/2$; il cilindro vuoto, cioè di massa negativa, avrà un momento di inerzia per rotazione attorno a un asse passante per il **proprio** centro di massa, $I_{M'} = -\rho_m\pi hR'^4/2$; di conseguenza, usando il teorema degli assi paralleli, esso contribuirà al momento di inerzia complessivo con un termine $-\rho_m\pi hR'^4/2 + M'D^2 = -\rho_m\pi hR'^4/2 - \rho_m\pi hR'^2D^2 = -\rho_m\pi hR'^2(R'^2/2+D^2) = -\rho_m\pi h(R^2/16)((R^2/32)+(R^2/4)) = -\rho_m\pi hR^4(9/512)$, che, sommato algebricamente a quello trovato in precedenza, fornisce la soluzione]

3. Un giochino per bambini è fatto in questo modo: un sottile tubo (cavo) è modellato in modo da formare un percorso a "giro della morte" su un piano verticale, con una rampa iniziale alta h = 1.0 m raccordata con una circonferenza di raggio $R = h/10$ = 10 cm che quindi termina con un tratto orizzontale di uscita. Il tubo è saldato su un carrellino: il tutto ha massa M = 1.0 kg e può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione orizzontale, come rappresentato in figura. Una pallina (**puntiforme!**) di massa $m = M/4$ = 0.25 kg può scorrere con **attrito trascurabile** all'interno del tubo, lungo il percorso stabilito dalla sua forma. All'inizio tutto è fermo: il bambino infila la pallina nel tubo, al punto "IN" di figura, e la lascia andare con **velocità iniziale nulla**. La pallina compie il giro della morte e fuoriesce dal punto "OUT". Il bambino è molto contento ma, mosso da curiosità infantile, vi fa alcune domande: [Supponete trascurabile il diametro interno del tubo e usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



Disegno non in scala!!!!

a) Quanto vale, in modulo, la velocità V_A del **carrellino** nell'istante in cui la pallina passa per il punto più alto del giro della morte (marcato con A in figura)? [Spiegate **per bene** in brutta ogni passaggio della soluzione!]

V_A = ... ~ .... m/s $(4gR/5)^{1/2}$~ 0.89 m/s [il sistema pallina + carrellino (con tubo e quant'altro) è isolato in direzione orizzontale, per cui in questa direzione si conserva la quantità di moto totale, che è inizialmente nulla perché tutto è fermo. Deve quindi essere in ogni istante $0 = mv_x+MV = m(v_x+4V)$, da cui $v_x = -4V$. Nell'istante considerato, la velocità della pallina ha solo componente orizzontale, per cui $v_x = v$. Inoltre, non essendoci forze dissipative, si ha anche conservazione dell'energia meccanica, per cui $0 = \Delta E_K+\Delta U_G = (m/2)v^2 + (M/2)V^2 + \Delta U_G$. Nell'istante considerato $\Delta U_G = -mg\Delta h = -mg(h-2R) = -8mgR$ (il proiettile è sceso di una quota pari alla quota iniziale meno il diametro della circonferenza), da cui, inserendo la conservazione della quantità di moto nella conservazione dell'energia meccanica, $0 = (m/2)(-4V)^2+(4m/2)V^2-8mgR$, che, risolta, dà la soluzione]

b) Quanto valgono le **componenti orizzontali** delle accelerazioni relative della pallina rispetto al carrello nell'istante A già considerato e nell'istante B in cui la pallina passa (per la "prima volta" durante la percorrenza del giro della morte) per la metà altezza della circonferenza?

$a_{REL,A}$ = ... = ... m/s^2 0 [essendo il sistema isolato lungo la direzione considerata, l'accelerazione relativa è data dalla reazione vincolare che il tubo esercita sulla pallina. Nell'istante A la reazione ha componente verticale, per cui l'accelerazione relativa è nulla]

$a_{REL,B}$ = ... = ... m/s^2 $v_B^2/R = 18g = 1.8\times10^2$ m/s^2 [in questo istante l'accelerazione relativa in direzione orizzontale è l'accelerazione centripeta della pallina. Occorre quindi determinare la velocità tangenziale della pallina in questo istante, v_{BT}. Questo può essere fatto notando che, in questo istante, la pallina si muove verticalmente **rispetto al carrellino**, cioè che $v_X=V$. La conservazione della quantità di moto stabilisce allora $V = 0$, per cui la conservazione dell'energia meccanica assume l'espressione: $0=(m/2)(v_B^2)-9mgR$ (la pallina è scesa per un tratto $9R$) da cui il risultato, dato che $v_B^2=v_{BT}^2$]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

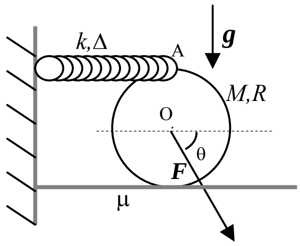
Pisa, 5/4/2011 Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 5/4/2011

Nome e cognome: ……………………………………………………. Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un cilindro pieno e omogeneo di massa M = 1.0 kg e raggio R = 10 cm è poggiato su una superficie piana orizzontale **scabra**, che presenta un coefficiente di attrito μ = 0.50. Nel punto A (il suo punto "più alto") il cilindro è attaccato a una molla di massa trascurabile e costante elastica k = 1.0×10^2 N/m, il cui altro estremo è vincolato a una parete rigida fissa e indeformabile. L'asse della molla è **orizzontale**. Inoltre sull'asse del cilindro (in direzione ortogonale ad esso) è applicata una forza $\boldsymbol{F}$ diretta in modo da formare un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale, come rappresentato in figura, e di modulo F = 40 N. In queste condizioni il cilindro è in equilibrio. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = 1/2$]



a) Quanto vale, in queste condizioni di equilibrio, l'allungamento Δ della molla, cioè la differenza tra la sua lunghezza attuale e quella di riposo? Quanto vale, in tali condizioni di equilibrio, il **modulo** F_A della forza di attrito che la superficie piana esercita sul cilindro? [Spiegate **per bene** in brutta come risolvete e perché, chiedendovi anche se le condizioni del problema possono realmente condurre all'equilibrio, o no!]

Δ = …………………………………… = ……… m $Fcos\theta/(2k)$= 0.10 m [poiché il cilindro è un corpo esteso, occorre che sia garantito sia l'equilibrio traslazionale che quello rotazionale. Le forze agenti sul cilindro sono il peso, verticale e applicato al centro di massa, la reazione vincolare $\boldsymbol{N}$ del piano, verticale e applicata al punto di contatto con la superficie, l'(eventuale) forza di attrito, evidentemente statico visto che il cilindro è in equilibrio, che ha direzione orizzontale ed è applicata al punto di contatto, la forza $\boldsymbol{F}$, applicata al centro di massa O, e la forza della molla, orizzontale, diretta verso la sinistra della figura e di modulo $k\Delta$. Prendendo il punto O come polo, le forze che hanno momento non nullo sono solo la forza elastica e l'attrito, entrambe con braccio pari a R. Allora per l'equilibrio rotazionale è necessario che ci sia attrito (statico), orientato in modo tale da "bilanciare" il momento della forza elastica, e quindi di direzione orizzontale verso la sinistra della figura. Per quanto riguarda il modulo dell'attrito, esso deve evidentemente essere uguale a quello della forza elastica (i bracci sono uguali), cioè $F_A = k\Delta$. L'equilibrio traslazionale, scritto lungo la direzione orizzontale, che è quella del possibile moto del centro di massa, impone per i moduli $Fcos\theta = k\Delta + F_A = 2k\Delta$, da cui la soluzione]

F_A = …………………………………… = ……… N $k\Delta = Fcos\theta/2$ = 10 N [vedi sopra. Essendo noto il coefficiente di attrito, e notando che $N = Mg+Fsin\theta$, si ha $F_{A,MAX} = \mu N \sim 22$ N, quindi la condizione di equilibrio può essere effettivamente verificata]

b) Supponete che a un dato istante il mago Silvan faccia scomparire la molla (la forza elastica si annulla istantaneamente) e che la forza $\boldsymbol{F}$ applicata all'asse del cilindro rimanga esattamente quella di prima (di cui al quesito precedente) e si mantenga costante e uniforme. Discutete a modino, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro e perché. Inoltre stabilite quanto vale la forza di attrito F_A' in queste condizioni.

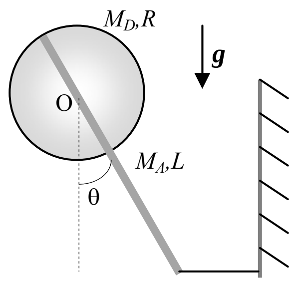
Discussione: ………………………… è evidente che in queste nuove condizioni il cilindro si metterà in moto. Trattandosi di un corpo esteso che si trova a contatto con una superficie scabra, occorre valutare se il moto può essere di rotolamento puro, cioè occorre determinare la forza di attrito necessaria perché il moto sia di rotolamento puro e verificare se il contatto tra cilindro e parete può determinare tale forza, o no. Iniziamo con il notare che il moto traslatorio del centro di massa sarà verso la destra di figura e quindi l'attrito sarà orizzontale e diretto verso sinistra. L'equazione del moto di traslazione del centro di massa rispetto a un asse orientato verso destra è: $a_{CM} = (Fcos\theta - F_A)/M$ e quella del moto rotazionale, rispetto al polo O e prendendo come positivo un verso di rotazione orario (in figura), è $\alpha = F_A R/I$, dove si è osservato che la sola forza di attrito ha braccio non nullo e $I = MR^2/2$ è il momento id inerzia per un cilindro pieno e omogeneo di raggio R e massa M. Supponendo per ipotesi che ci sia rotolamento puro, cioè che $a_{CM} = \alpha R$, e risolvendo per F_A il sistema di tre equazioni e tre incognite, si ottiene $F_A = Fcos\theta/3$ = 6.7 N < $F_{A,MAX}$. Osservate che, se la reazione vincolare non fosse stata "aumentata" per bilanciare la componente verticale della forza $\boldsymbol{F}$, allora il valore massimo dell'attrito sarebbe stato insufficiente per il moto di rotolamento puro, che in quelle condizioni non si sarebbe potuto verificare. Pertanto il moto è di rotolamento puro, il centro di massa trasla verso destra e il cilindro ruota in verso orario (in figura)

F_A' = …………………………………… = …….. N $Fcos\theta/3$ = 6.7 N [vedi sopra]

c) Sapendo che, prima della sparizione della molla, il cilindro si trova fermo in equilibrio e che quindi, per effetto della magia, si mette in movimento, quanto vale la sua velocità angolare ω' quando ha compiuto un quarto di giro (cioè una rotazione per un angolo $\Delta\phi = \pi/2$)? [Considerate trascurabile ogni forma di attrito diversa da quella tra superficie e cilindro!]

ω'= …………………………………… ~ …….. rad/s $(4Fcos\theta\ \pi R/(6MR^2))^{1/2} \sim 20$ rad/s [quando il cilindro ha compiuto una rotazione di mezzo giro in condizioni di rotolamento puro, il suo centro di massa si sposta di un tratto $\Delta s = \Delta\phi R = \pi R/2$. Inoltre, poiché il moto è di rotolamento puro (notate che le accelerazioni sono costanti e uniformi, e quindi la condizione di rotolamento puro non viene mai modificata), conviene usare il bilancio energetico: $L = \Delta E_K + \Delta U_G$, con $L = Fcos\theta\Delta s$ lavoro della forza applicata (notate che questa forza è costante e uniforme e che forma un angolo θ rispetto allo spostamento, da cui l'espressione), $\Delta E_K = (M/2)v_{CM}'^2 + (I/2)\omega'^2 = (MR^2/2)(1+1/2)\omega'^2 = 3MR^2\omega'^2/4$ e $\Delta U_G = 0$ non essendoci forze conservative che compiono lavoro (la quota del cilindro non varia nel processo, non ci sono molle, forze elettriche,o altro). Mettendo tutto insieme si ottiene la soluzione]

2. Un certo corpo rigido può essere schematizzato come costituito una sottile asta **omogenea** di lunghezza L = 1.2 m e massa $M_A = m$ = 2.0 kg, saldata a un disco **disomogeneo** (ma comunque **a simmetria cilindrica**), di raggio $R = L/4$ = 30 cm e massa $M_D = 2m$ = 4.0 kg, così da ottenere la forma rappresentata in figura: in sostanza, l'asta è saldata lungo un diametro di una faccia del cilindro in modo che metà della sua lunghezza sporga dal cilindro stesso. Il corpo è imperniato con attrito trascurabile sull'asse del cilindro (O nella sezione di figura) e può ruotare con attrito trascurabile su un piano verticale: una fune **orizzontale** vincolata da un lato all'estremità della sbarra e dall'altro a una parete fissa e rigida verticale mantiene il corpo **in equilibrio** e l'angolo tra verticale e asse dell'asta vale $\theta = \pi/3$. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2}$ ~ 1.73 e $cos(\pi/3)$ = ½]



a) Quanto valgono il modulo T della tensione della fune e il **modulo** F_O della forza esercitata dal perno sul corpo rigido in queste condizioni di equilibrio?

T = ... ~ .... N $mgtg\theta/3$ ~ 11 N [per l'equilibrio rotazionale occorre che la somma dei momenti delle forze sia nulla. Prendendo il punto O come polo, le forze che fanno momento sono la forza peso dell'asta, M_Ag, applicata al suo centro di massa, che dista $L/4$ da O (essendo l'asta omogenea il centro di massa è a metà della lunghezza) e la tensione della fune. La forza peso tende a far ruotare il corpo in senso antiorario (in figura) e ha braccio $Lsin\theta/4$, la tensione della fune tende a far ruotare in senso orario e ha braccio $3Lcos\theta/4$. Uguagliando i moduli dei momenti delle forze si ottiene il risultato] il moto angolare è uniformemente accelerato con partenza da fermo, dunque la legge oraria del moto è $\theta(t) = \alpha t^2/2$. Dai dati del problema si ha $\Delta\theta_1 = \pi = \alpha t_1^2/2$, da cui si ricava $\alpha = 2\pi/t_1^2$. D'altra parte deve anche essere $\Delta\theta_2 = 2\pi = \alpha t_2^2/2$, da cui la soluzione]

F_O = ... ~ .... N $mg(9+1/3)^{1/2}$ ~ 60 N [per l'equilibrio traslazionale la somma vettoriale delle forze agenti sull'intero corpo deve essere nulla, cioè deve essere: $0 = \mathbf{F_O}+M_A\mathbf{g}+M_C\mathbf{g}+\mathbf{T}$. La forza $\mathbf{F_O}$ ha componente verticale pari (e opposta) al peso di tutto il corpo e componente orizzontale pari (e opposta) alla tensione della fune. Poiché si tratta di un vettore e le componenti trovate sono ortogonali tra loro, usando l'espressione di T appena trovata e notando che $tg^2\theta = 3$, si ottiene la soluzione]

b) Supponendo che la densità di massa del disco vari con la distanza r dall'asse secondo la legge $\rho_m=\rho_0 r/R$, con ρ_0 costante (incognita da determinare!), quanto vale il momento di inerzia I per rotazioni dell'**intero** corpo rigido attorno all'asse passante per O? [Può farvi comodo ricordare l'enunciato del teorema degli assi paralleli che, con ovvio significato dei termini, recita: $I_O = I_{CM}+Md^2$, con d distanza tra O e CM; inoltre ricordate che, per una variabile generica ξ, è $\int\xi^n\, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, per $n \neq -1$; siete pregati di svolgere quanto più possibile i calcoli e non di affidarvi alla memoria (almeno per il cilindro disomogeneo)!]

I = ... = ... kg m^2 $mL^2(7/48+3/40)=(mL^2/8)(7/6+3/5)=53mL^2/240$ = 0.64 kg m^2 [essendo un sistema composto, occorre sommare il momento di inerzia del disco I_D con quello dell'asta I_A. Ovviamente entrambi i momenti vanno calcolati rispetto al polo O. Ricordando che per un'asta sottile omogenea è $I_{CM}=M_AL^2/12$ e notando che la distanza fra gli assi paralleli è $L/4$, si ha $I_A=M_AL^2/12+M_AL^2/16 = 7M_AL^2/48 = 7mL^2/48$. Per il disco, usando il corretto elemento di volume (guscio cilindrico di spessore dr), $dV=2\pi rhdr$, occorre risolvere l'integrale: $I_D = \int_0^R\rho_0(r/R)r^2 2\pi hrdr= (\rho_0 2\pi h/R)\int_0^R r^4dr=(\rho_0 2\pi h/R)(R^5/5)$. Il termine costante incognito ρ_0 si può determinare esprimendo la massa M_D in funzione della densità di massa, cioè risolvendo l'integrale $M_D = \int_0^R\rho_0(r/R)2\pi hrdr= (\rho_0 2\pi h/R)\int_0^R r^2dr=(\rho_0 2\pi h/R)(R^3/3)$. Estraendo da quest'ultima equazione l'espressione di ρ_0 e sostituendola nell'altra si trova $I_D = 3M_DR^2/5 = 6mL^2/80=3mL^2/40$, da cui la soluzione]

3. Un omino di massa $M_1 = 2m$ = 50 kg si trova abbarbicato alla sponda posteriore di un carrellino di massa $M_2 = 4m$ = 1.00x10^2 kg che può scorrere con attrito trascurabile lungo un binario orizzontale e su cui si trova un pietrone di massa m = 25 kg . Inizialmente tutto è fermo; poi l'omino (robusto!), che rimane sempre abbarbicato alla sponda del carrellino, prende la pietra e la scaglia in direzione del binario: nel momento in cui la pietra lascia la manina dell'omino, essa ha velocità di modulo v_0 = 5.0 m/s (misurata rispetto al binario) diretta **orizzontalmente**. Quindi la pietra, essendo soggetta alla sola forza peso (ogni altro attrito è trascurabile), cade sul binario a distanza D = 18 m dal punto di lancio (questa distanza è misurata in direzione orizzontale, e, l'omino, che evidentemente è in realtà l'incredibile Hulk, rimane sempre abbarbicato alla sponda per l'intero processo).

a) Quanto vale la distanza ΔX percorsa dal carrellino mentre la pietra resta in volo? [Spiegate **per bene**, in brutta, il procedimento!]

ΔX = ... = ... m $mD/(M_1+M_2) = D/6$ = 3.0 m, in verso opposto a quello del lancio [il processo assomiglia molto a una frammentazione: inizialmente M_1,M_2,e m formano un unico corpo, alla fine da una parte c'è M_1+M_2 e dall'altra m. Il sistema complessivo è ovviamente isolato lungo l'asse orizzontale (asse X) e quindi in questa direzione il centro di massa non subisce accelerazioni. Inoltre esso è fermo all'inizio (quando tutto è fermo) e quindi la posizione del centro di massa lungo X non cambia nell'intero processo: Δx_{CM} = 0. Per definizione, la posizione del centro di massa nel caso considerato si calcola come: $x_{CM} = (mx+(M_1+M_2)X)/(M_1+M_2+m)$ e il suo spostamento è evidentemente esprimibile come $\Delta x_{CM}=(m\Delta x+(M_1+M_2)\,\Delta X)/(M_1+M_2+m)$. Ora, secondo il testo dell'esercizio è $\Delta x = D$, da cui la soluzione]

b) Quanto vale il lavoro L fatto dall'omino nella **sola** fase di lancio? [Trascurate il lavoro necessario a sollevare la pietra e qualsiasi altro lavoro, inclusi quelli fisiologici; ricordate che il lancio avviene in direzione puramente orizzontale, quindi la forza peso non c'entra nulla con la risposta; anche qui, in brutta spiegate **per bene**!]

L = ... = ... J $(m/2)v_0^2(1+m/(M_1+M_2))=(m/2)v_0^2(1+1/6)=7mv_0^2/12$ = 3.6x10^2 J [come in ogni frammentazione, il sistema modifica la sua energia, che nel caso in questione è cinetica (non ci sono potenziali gravitazionali perché nell'atto del lancio non ci sono variazioni di quota di alcun elemento del sistema). Per ragioni di bilancio energetico tale variazione è proprio dovuta al lavoro dell'omino, cioè $L = \Delta E_K = (m/2)v_0^2+((M_1+M_2)/2)V_0^2$. La velocità V_0, che è quella di omino e carrellino subito dopo il lancio della pietra, si trova dalla conservazione della quantità di moto lungo X (il sistema è isolato): $0 = mv_0+(M_1+M_2)V_0$, da cui $V_0=-mv_0/(M_1+M_2)$, che, inserita nella precedente, fornisce la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

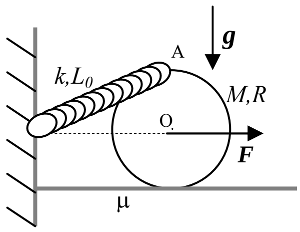
Pisa, 17/12/2010 Firma:

C

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 5/4/2011

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***



Disegno non in scala!!!

1. Un cilindro pieno omogeneo di massa M = 1.0x10^2 kg e raggio R = 1.0 m è poggiato su una superficie piana orizzontale **scabra**, che presenta un coefficiente di attrito μ = 0.50. Nel suo punto A (il suo punto "più alto") il cilindro è attaccato a una molla di massa trascurabile, costante elastica k = 5.0x10^2 N/m e lunghezza di riposo L_0 = 1.5 m, il cui altro estremo è vincolato a una parete rigida fissa e indeformabile in un punto **fisso** che si trova alla stessa quota del centro del cilindro (vedi figura). Inoltre sull'asse del cilindro (in direzione ortogonale a questo) è applicata una forza esterna ***F*** diretta orizzontalmente come in figura. In queste condizioni la lunghezza della molla vale $L = 2R$ = 2.0 m e il cilindro è **in equilibrio**. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione; sfruttate geometria e trigonometria per determinare le grandezze geometriche rilevanti, tipo l'angolo tra l'asse della molla e l'orizzontale, etc; può farvi comodo ricordare che, per un angolo φ generico, è 1 $=sin^2\phi+cos^2\phi$ e anche che $3^{1/2}\sim 1.73$]

a) Quanto deve valere il modulo della forza F necessaria per avere equilibrio nelle condizioni descritte? Quanto vale, in queste condizioni di equilibrio, il **modulo** F_A della forza di attrito che la superficie piana esercita sul cilindro? [Spiegate **per bene** in brutta il procedimento usato e chiedetevi se la condizione di equilibrio è effettivamente possibile nelle condizioni del problema]

F = …………………………………… ~ ……… N $k(L-L_0)3^{1/2}\sim$ 4.3x10^2 N [cominciamo con lo stabilire, attraverso uno studio geometrico, quanto vale la forza esercitata dalla molla e che angolo essa forma con l'orizzontale. L'elongazione è $L-L_0$, il modulo della forza elastica è $k(L-L_0)$ e la direzione della forza forma rispetto all'orizzontale un angolo θ tale che $sin\theta= R/L$ (facendo i conti si vede che θ=π/6) Poiché il cilindro è un corpo esteso, occorre che sia garantito sia l'equilibrio traslazionale che quello rotazionale. Le forze agenti sul cilindro sono il peso, verticale e applicato al centro di massa, la reazione vincolare ***N*** del piano, verticale e applicata al punto di contatto con la superficie, l'(eventuale) forza di attrito, evidentemente statico visto che il cilindro è in equilibrio, che ha direzione orizzontale ed è applicata al punto di contatto, la forza ***F*** , applicata al centro di massa O, e la forza della molla, Prendendo il punto O come polo, le forze che hanno momento non nullo sono solo l'attrito, con braccio pari a R, e la forza elastica, che ha braccio (distanza fra O e retta di applicazione della forza elastica) che vale $Rcos\theta$, come si vede facendo un po' di lavoro geometrico (osservate che θ, definito e calcolato sopra, è il cateto del triangolo rettangolo formato dal raggio OA (ipotenusa), dal braccio, e dal trattino di molla compreso tra "fine del braccio" e punto A (spero si capisca!). Usando la relazione tra seno e coseno, si ha $Rcos\theta=R(1-sin^2\theta)^{1/2}=R(1-R^2/L^2)^{1/2}=R(1-1/4)^{1/2}=3^{1/2}R/2$ (ovvio, notando che θ = π/3!).. Allora per l'equilibrio rotazionale è necessario che ci sia attrito (statico), orientato in modo tale da "bilanciare" il momento della forza elastica, e quindi di direzione orizzontale verso la sinistra della figura. Per quanto riguarda il modulo dell'attrito, esso deve evidentemente tale che $F_AR=3^{1/2}k(L-L_0)R/2$, cioè $F_A = 3^{1/2}k(L-L_0)/2$. Notate che la componente orizzontale della forza elastica è $k(L-L_0)cos\theta=F_A$. L'equilibrio traslazionale, scritto lungo la direzione orizzontale, che è quella del possibile moto del centro di massa, impone per i moduli $F = k(L-L_0)cos\theta +F_A =2F_A$, da cui la soluzione]

F_A = …………………………………… ~ ……… N $3^{1/2}k(L-L_0)/2=F/2\sim$ 2.2x10^2 N [vedi sopra; per completare la risposta occorre verificare che questo valore della forza di attrito possa effettivamente essere prodotto dal contatto tra cilindro e superficie piana. A questo scopo notate che $F_{A,MAX} = \mu N = \mu(Mg+k(L-L_0)\ sin\theta)$ = 6.8x10^2 N, dove abbiamo tenuto in conto che la reazione vincolare esercitata dal piano deve bilanciare, oltre alla forza peso Mg , anche la componente verticale della forza elastica, che vale in modulo $k(L-L_0)\ sin\theta = k(L-L_0)R/L$. Si vede allora che la condizione di equilibrio proposta nell'esercizio può essere effettivamente verificata]

b) Supponete ora che a un dato istante la forza ***F*** si annulli improvvisamente: mancando le condizioni di equilibrio, il cilindro prende a muoversi. Discutete a modino, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro e perché. Inoltre stabilite quanto vale il modulo della forza di attrito F_A' in queste condizioni (subito all'inizio del moto!).

Discussione: ………………………… è evidente che in queste nuove condizioni il cilindro si metterà in moto. Trattandosi di un corpo esteso che si trova a contatto con una superficie scabra, occorre valutare se il moto può essere di rotolamento puro, cioè occorre determinare la forza di attrito necessaria perché il moto sia di rotolamento puro e verificare se il contatto tra cilindro e parete può determinare tale forza, o no. Subito dopo lo spegnimento della forza ***F*** la molla rimane nelle condizioni che aveva all'equilibrio, dato che "non c'è stato tempo" perché essa modificasse la sua lunghezza, che quindi è sempre pari a L. Sotto l'effetto della componente orizzontale di questa forza il centro di massa tende a muoversi verso sinistra e il cilindro a ruotare in senso orario (in figura). L'attrito, che si oppone al moto (incipiente) della generatrice del cilindro a contatto con la superficie orizzontale, sarà orizzontale e diretto verso sinistra. L'equazione del moto di traslazione del centro di massa rispetto a un asse orientato verso sinistra è: $a_{CM} = (k(L-L_0)sin\theta+F_A)/M$ e quella del moto rotazionale, rispetto al polo O e prendendo come positivo un verso di rotazione antiorario (in figura), è $\alpha = (k(L-L_0)3^{1/2}R-F_AR)/I$, dove si è osservato che forza di attrito e forza elastica hanno momenti di segno opposto e $I = MR^2/2$ è il momento di inerzia per un cilindro pieno e omogeneo di raggio R e massa M. Supponendo per ipotesi che ci sia rotolamento puro, cioè che $a_{CM}=\alpha R$, e risolvendo per F_A il sistema di tre equazioni e tre incognite, si ottiene $F_A = k(L-L_0)cos\theta/3 = 3^{1/2}k(L-L_0)/6$ ~ 72 N < $F_{A,MAX}$. Pertanto il moto è di rotolamento puro, il centro di massa trasla verso sinistra e il cilindro ruota in verso antiorario (in figura)

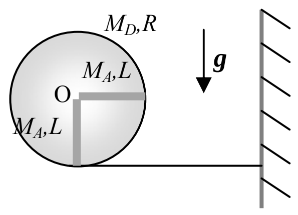
F_A' = …………………………………… ~ …….. N $k(L-L_0)cos\theta/3$ ~ 72 N [vedi sopra]

c) Si osserva quindi che il cilindro, che inizialmente era fermo, si muove e intanto la molla si accorcia. A un certo istante la molla avrà una lunghezza pari alla propria lunghezza di riposo. Quanto vale, in questo istante, il modulo della velocità angolare ω' del cilindro? [Considerate **trascurabile ogni forma di attrito** diversa da quella tra superficie e cilindro!]

$\omega' =$ …………………………………… ~ …….. rad/s $(2k/(3M))^{1/2}(L-L_0)/R$ ~ 0.91 rad/s

[durante il suo movimento verso la sinistra della figura, il cilindro continua a muoversi di rotolamento puro. Infatti la forza elastica tende a diminuire (la molla si accorcia) e la condizione sulla forza di attrito continua a essere verificata (la proiezione della forza in direzione orizzontale non è attesa provocare problemi nei confronti di questa affermazione). Pertanto, non essendoci dissipazione di energia, si può usare la conservazione dell'energia meccanica: $0 = \Delta E_K + \Delta U$. La variazione di energia cinetica, essendo il cilindro inizialmente fermo e tenendo conto del moto di traslazione e rotazione, è $\Delta E_K = (M/2)v_{CM}^2 + (I/2)\omega'^2 = (MR^2/2)(1+1/2)\omega'^2 = (3MR^2/4)\omega'^2$, dove abbiamo esplicitato I e usato la relazione geometrica del rotolamento puro $v_{CM} = \omega R$. La variazione di energia potenziale è dovuta all'energia elastica che alla fine è nulla (la molla è alla lunghezza di riposo!) e inizialmente valeva $U = (k/2)(L-L_0)^2$. Da qui si ottiene la soluzione]

2. Un certo corpo rigido può essere schematizzato come costituito da due sottili aste **omogenee** di lunghezza L = 50 cm e massa $M_A = m$ = 2.0 kg, saldate su una faccia di un disco **disomogeneo** (ma comunque **a simmetria cilindrica**), di raggio $R = L$ = 50 cm e massa $M_D = 2m$ = 4.0 kg, così da ottenere la forma rappresentata in figura: in sostanza, le aste sono saldate lungo due raggi della stessa faccia del disco, in modo da formare tra loro un angolo retto. Il corpo è imperniato con attrito trascurabile sull'asse del disco (O nella sezione di figura) e può ruotare su un piano **verticale**: una fune **orizzontale** vincolata da un lato all'estremità di una delle due aste e dall'altro a una parete fissa e rigida verticale, mantiene il corpo **in equilibrio** nella configurazione di figura, in cui un'asta è lungo la verticale (quella a cui è attaccata la fune) e l'altra lungo l'orizzontale. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quanto valgono il modulo T della tensione della fune e il **modulo** F_O della forza esercitata dal perno sul corpo rigido in queste condizioni di equilibrio?

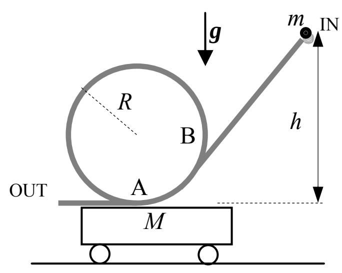
$T =$ …………………………………… = ……… N $mg/2$ ~ 10 N [per l'equilibrio rotazionale occorre che la somma dei momenti delle forze sia nulla. Prendendo il punto O come polo, le forze che fanno momento sono la forza peso dell'asta "orizzontale", $M_A g$, applicata al suo centro di massa, che dista $R/2$ da O (essendo l'asta omogenea il centro di massa è a metà della lunghezza) e la tensione della fune. Infatti la forza peso del disco è a braccio nullo e lo stesso vale per quella dell'asta "verticale", come potete facilmente verificare. La forza peso tende a far ruotare il corpo in senso antiorario (in figura) e ha braccio $R/2$, la tensione della fune tende a far ruotare in senso orario e ha braccio R. Uguagliando i moduli dei momenti delle forze si ottiene il risultato]

$F_O =$ …………………………………… = ……… N $mg(16+1/4)^{1/2}$ = 78 N [per l'equilibrio traslazionale la somma vettoriale delle forze agenti sull'intero corpo deve essere nulla, cioè deve essere: $0 = \mathbf{F_O} + 2M_A\mathbf{g} + M_C\mathbf{g} + \mathbf{T}$. La forza $\mathbf{F_O}$ ha componente verticale pari (e opposta) al peso di tutto il corpo e componente orizzontale pari (e opposta) alla tensione della fune. Poiché si tratta di un vettore e le componenti trovate sono ortogonali tra loro, usando l'espressione di T appena trovata e notando che $tg^2\theta = 3$, si ottiene la soluzione]

b) Supponendo che la densità di massa del disco vari con la distanza r dall'asse secondo la legge $\rho_m = \rho_0 r^2/R^2$, con ρ_0 costante (incognita da determinare!), quanto vale il momento di inerzia I per rotazioni dell'**intero** corpo rigido attorno all'asse passante per O? [Ricordate che, per una variabile generica ξ, è $\int \xi^n \, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, per $n \neq -1$; siete pregati di svolgere quanto più possibile i calcoli e di spiegarli in brutta, senza affidarvi troppo alla memoria (almeno per il cilindro disomogeneo)!]

$I =$ …………………………………… = ……… kg m^2 $mL^2(2/3+4/3) = 2mL^2$ = 1.0 kg m^2 [essendo un sistema composto, occorre sommare il momento di inerzia del disco I_D con quelli delle aste I_A. Ovviamente tutti i momenti vanno calcolati rispetto al polo O. Ricordando che per un'asta sottile omogenea imperniata a un suo estremo è $I_A = M_A L^2/3$ e notando che le due aste contribuiscono con lo stesso momento di inerzia, si ha che le due aste posseggono un momento di inerzia complessivo $2mL^2/3$. Per il disco, usando il corretto elemento di volume (guscio cilindrico di spessore dr), $dV = 2\pi r h dr$, con h spessore (ovvero altezza) del disco, occorre risolvere l'integrale: $I_D = \int_0^R \rho_0 (r^2/R^2) r^2 2\pi h r dr = (\rho_0 2\pi h/R^2)\int_0^R r^5 dr = (\rho_0 2\pi h/R^2)(R^6/6)$. Il termine costante incognito ρ_0 si può determinare esprimendo la massa M_D in funzione della densità di massa, cioè risolvendo l'integrale $M_D = \int_0^R \rho_0 (r^2/R^2) 2\pi h r dr = (\rho_0 2\pi h/R^2)\int_0^R r^3 dr = (\rho_0 2\pi h/R^2)(R^4/4)$. Estraendo da quest'ultima equazione l'espressione di ρ_0 e sostituendola nell'altra si trova $I_D = 2M_D R^2/3 = 4mL^2/3$, da cui la soluzione]

3. Un giochino per bambini è fatto in questo modo: un sottile tubo (cavo) è modellato in modo da formare un percorso a "giro della morte" su un piano verticale, con una rampa iniziale alta h = 1.0 m raccordata con una circonferenza di raggio $R = h/10$ = 10 cm che quindi termina con un tratto orizzontale di uscita. Il tubo è saldato su un carrellino: il tutto ha massa M = 1.0 kg e può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione orizzontale, come rappresentato in figura. Una pallina (**puntiforme!**) di massa $m = M/4$ = 0.25 kg può scorrere con **attrito trascurabile** all'interno del tubo, lungo il percorso stabilito dalla sua forma. All'inizio tutto è fermo: il bambino infila la pallina nel tubo, al punto "IN" di figura, e la lascia andare con **velocità iniziale nulla**. La pallina compie il giro della morte e fuoriesce dal punto "OUT". Il bambino è molto contento ma, mosso da curiosità infantile, vi fa alcune domande: [Supponete trascurabile il diametro interno del tubo e usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



Disegno non in scala!!!!

a) Quanto vale in modulo la velocità V_A del **carrellino** nell'istante in cui la pallina passa per il punto più basso del giro della morte (marcato con A in figura)? [Per il segno, usate il riferimento indicato in figura; inoltre spiegate **per bene** in brutta ogni passaggio della soluzione!]

V_A = ... ~ .... m/s $(gR)^{1/2}$~ 1.0 m/s [il sistema pallina + carrellino (con tubo e quant'altro) è isolato in direzione orizzontale, per cui in questa direzione si conserva la quantità di moto totale, che è inizialmente nulla perché tutto è fermo. Deve quindi essere in ogni istante $0 = mv_x + MV = m(v_x + 4V)$, da cui $v_x = -4V$. Nell'istante considerato, la velocità della pallina ha solo componente orizzontale, per cui $v_x = v$. Inoltre, non essendoci forze dissipative, si ha anche conservazione dell'energia meccanica, per cui $0 = \Delta E_K + \Delta U_G = (m/2)v^2 + (M/2)V^2 + \Delta U_G$. Nell'istante considerato $\Delta U_G = -mg\Delta h = -mgh = -10mgR$ (il proiettile è sceso per l'intera rampa), da cui, inserendo la conservazione della quantità di moto nella conservazione dell'energia meccanica, $0 = (m/2)(-4V)^2 + (4m/2)V^2 - 10mgR$, che, risolta, dà la soluzione, in cui il segno negativo indica che il carrellino si muove verso la sinistra della figura]

b) Quanto vale, **in modulo**, la velocità v_B della **pallina** nell'istante in cui esso raggiunge il punto B di figura, cioè passa (per la seconda volta quando percorre il giro della morte) per "metà altezza" della circonferenza? [Anche qui spiegate **per bene**!]

v_B = ... ~ .... m/s $(18gR)^{1/2}$ ~ 4.2 m/s [si fanno le stesse considerazioni di prima, ma in questo caso si nota che all'istante considerato il proiettile si sta muovendo in direzione verticale **rispetto alla circonferenza** , cioè rispetto al carrellino. Pertanto la componente orizzontale della sua velocità deve essere uguale a quella del carrellino e la conservazione della quantità di moto lungo x diventa $0 = mV + MV$, cioè $V = 0$. Allora la conservazione dell'energia meccanica si scrive: $0 = (m/2)v^2 - 9mgR$ (la variazione di quota stavolta è $\Delta h = h - R = 9R$), da cui la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 5/4/2010 Firma: