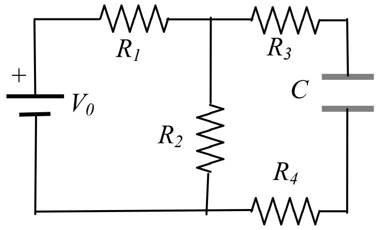
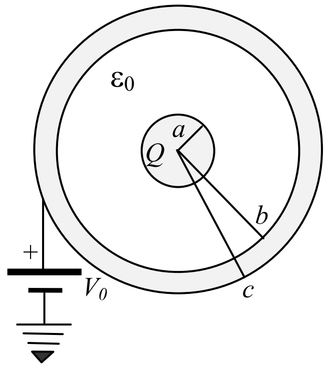
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 3 – 31/5/2011

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

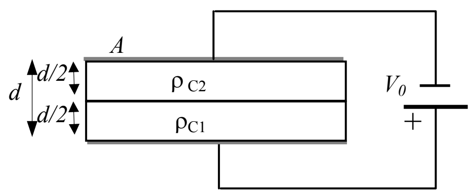
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***



1. Un circuito elettrico è costituito da quattro resistori (R_1 = 4.0 kohm, R_2 = 1.0 kohm, R_3 = 0.50 kohm, R_4 = 2.0 kohm) e un condensatore di capacità C = 2.0 μF collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale V_0 = 20 V.
   a) Quanto vale, **in condizioni stazionarie**, la carica Q_C accumulata sul condensatore C?
   Q_C = …………………………………… = ... C $C\Delta V_C = C\Delta V_2 = CR_2I = CV_0R_2/(R_1+R_2)$ =8 0x10^{-6} C [in condizioni stazionarie non passa corrente attraverso il condensatore e quindi non passa corrente attraverso le resistenze R_3 e R_4 . Ciò significa che la "caduta di tensione" ai capi delle due resistenze deve essere nulla, ovvero che, come si capisce osservando il circuito, la differenza di potenziale ΔV_C ai capi del condensatore è la stessa ΔV_2 che si misura ai capi della resistenza R_2. Per il calcolo di questa differenza di potenziale basta impiegare la legge di Ohm, notando che la corrente I passa attraverso la serie delle due resistenze R_1+R_2, cioè è $I = V_0/(R_1+R_2)$, da cui la soluzione]
   b) Supponete che, a un dato istante, il generatore venga scollegato dal circuito, cioè che si taglino i fili di collegamento tra i poli del generatore e il circuito. Dopo aver atteso un tempo "molto lungo", quanto vale l'energia complessiva U_{DISS} "dissipata" per effetto Joule nel processo? [Supponete trascurabili altri processi di "dissipazione"]
   U_{DISS} = …………………………………… = ……… J $Q_C^2/(2C)$ = 1.6x10^{-5} J [per banali motivi di bilancio energetico, l'energia dissipata complessivamente deve essere pari a quella inizialmente immagazzinata nel condensatore, da cui la soluzione]



2. Una quantità di carica Q (**incognita**) è stata messa su una sfera piena di raggio a = 10 cm, fatta di materiale **conduttore** omogeneo, per cui la sfera stessa **non** è neutra. La sfera è circondata da un guscio sferico spesso, con raggio interno b = 40 cm e raggio esterno c = 50 cm, concentrico alla sfera e fatto anch'esso di materiale **conduttore** omogeneo; lo spazio tra sfera e guscio, cioè il volume compreso tra $r = a$ e $r = b$, è vuoto. Come rappresentato in figura, il guscio è collegato al polo positivo di un generatore di differenza di potenziale V_0 = 30 V, il cui altro polo è collegato a terra; nella soluzione considerate il sistema in condizioni di **equilibrio**. [Usate ε_0 = 8.8x10^{-12} F/m per la costante dielettrica del vuoto]
   a) Spiegate meglio che potete, in brutta, come si determina l'andamento funzionale del campo elettrico $E(r)$, con r coordinata radiale del sistema di riferimento sferico centrato nel centro della sfera, e determinatelo in funzione della carica Q per le regioni $r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$.
   Spiegazione: …………………………… Il problema è a simmetria sferica, dunque il campo elettrico è radiale e dipende solo dalla coordinata r. La sua determinazione è effettuata con il teorema di Gauss, usando scatole sferiche di raggio r variabile (negli intervalli richiesti dal testo). L'applicazione del teorema di Gauss a tali scatole conduce a: $E(r) = Q_{INT}/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$, con Q_{INT} dipendente dalla regione considerata
   $r<a$: $E(r)$ = …………………………….. 0 [all'equilibrio il campo elettrico nel conduttore deve essere nullo; ciò significa che la carica elettrica Q si dispone sulla superficie esterna della sfera]
   $a<r<b$: $E(r)$ = …………………………….. $Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ [la carica interna a una scatola di raggio compreso tra a e b è la carica Q portata dalla sfera]
   $b<r<c$: $E(r)$ = …………………………….. 0 [all'equilibrio il campo elettrico nel conduttore deve essere nullo; ciò significa che sula superficie di raggio $r=b$ si dispone una carica elettrica $-Q$ tale da rendere nulla la carica totale interna alla scatola di raggio compreso tra b e c]
   b) Sapendo che il potenziale elettrico nel punto r = 0 (il centro della sfera) è V' = 0, quanto vale la carica Q? [Ricordate che la differenza di potenziale tra due punti posti in posizione rispettivamente r_1 e r_2 è $\Delta V = V(r_2) - V(r_1)$ e che per convenzione il potenziale elettrico della terra è nullo; inoltre osservate attentamente come è fatto il sistema e cosa ci è collegato!]
   Q = ……………………………= …….. C $4\pi\varepsilon_0 V_0/(1/b-1/a)$ = -4.4x10^{-10} C [il generatore pone il guscio a potenziale V_0 rispetto a terra. Per ipotesi, il punto $r=0$ si trova a potenziale nullo, cioè allo stesso potenziale della terra; quindi il guscio esterno si trova alla differenza di potenziale V_0 rispetto a questo punto. In altre parole: $V_0 = V(r=c)-V(r=0) = -\int_0^c \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\int_0^c E dr = -\int_a^b E(r)dr = -\int_a^b (Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2))dr$, dove nei vari passaggi abbiamo considerato il carattere radiale del campo, notato che la sfera e il guscio sferico, essendo conduttori all'equilibrio, sono equipotenziali, e usato l'espressione del campo elettrico trovata prima per la regione $a<r<b$. Da qui la soluzione]
   c) Quanto vale la carica Q_c che si trova sulla superficie esterna del guscio sferico, cioè in $r = c$?
   Q_c = …………………………….. = ... C $4\pi\varepsilon_0 V_0 c$ = 1.7x10^{-9} C [il guscio sferico si trova a potenziale V_0 rispetto "all'infinito". Dunque deve essere $-V_0 = -\int_c^\infty E(r)dr = -\int_c^\infty (Q_c/(4\pi\varepsilon_0 r^2))\, dr$, dove abbiamo posto attenzione ai segni notando che il punto "all'infinito" deve essere a potenziale minore (è nullo!) rispetto al punto r = c (collegato al polo positivo del generatore!), e per il resto abbiamo ragionato come nella domanda precedente. Da qui la soluzione]



Vista laterale

3. Un condensatore ad armature piane e parallele è realizzato con due piastre di materiale **ottimo conduttore** con sezione di area A = 10 cm^2 poste a distanza relativa d = 0.20 mm. Lo spazio tra le armature è (completamente) riempito da due lastre di sezione di area A e spessore $d/2$, poste a contatto con le armature e a contatto tra loro. Le due lastre sono fatte di due materiali omogenei **debolmente conduttori** dotati di resistività rispettivamente ρ_{C1} = 1.0x10^6 ohm m e ρ_{C2} = 2.0x10^6 ohm m. Le armature sono collegate a un generatore di differenza di potenziale ideale V_0 = 30 V, come mostrato in figura. [Considerate il sistema in condizioni stazionarie e trascurate gli "effetti ai bordi"; usate ε_0 = 8.8x10^{-12} F/m per la costante dielettrica del vuoto]
   a) Quali sono le intensità E_1 e E_2 dei campi elettrici all'interno dei due materiali 1 e 2? Spiegate per bene, in brutta, i passaggi concettuali necessari per la soluzione.

Spiegazione: …………………… a causa della presenza dei materiali conduttori, nel condensatore scorre, in condizioni stazionarie, una corrente elettrica. Vista la geometria del sistema, in particolare a causa del fatto che i due conduttori hanno la stessa sezione A, la conservazione della carica (la carica elettrica che "entra" nell'unità di tempo è uguale a quella che "esce") stabilisce che le densità di corrente j_1 e j_2 sono uguali. Di conseguenza, essendo diverse le resistività e valendo per questi materiali la relazione $\mathbf{j} = \rho_C \mathbf{E}$, i campi elettrici devono essere diversi tra loro; in particolare si ha $E_2 = E_1\rho_{C2}/\rho_{C1} = 2E_1$- Inoltre deve anche verificarsi che la differenza di potenziale ΔV tra le due armature deve valere (ragioniamo con i moduli per non complicarci la vita con i segni!) $V_0 = |\int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}| = E_1 d/2 + E_2 d/2$, dove abbiamo tenuto conto del fatto che, in condizioni di simmetria pana (si trascurano gli effetti ai bordi!) i campi sono omogenei e uniformi nei due materiali. Si ottiene dunque un sistema di due equazioni due incognite che consente di determinare le intensità dei campi.

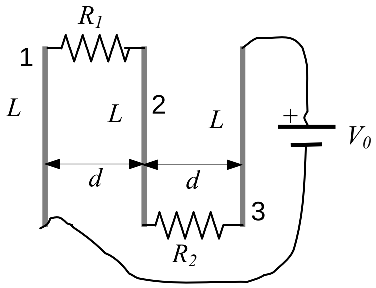
E_1 = ………………………… = ……….. V/m $2V_0/(3d)$ = 1.0x10^5 V/m [vedi sopra]

E_2 = ……………………………. = ……….. V/m $2E_1$ = 2.0x10^5 V/m [vedi sopra]

b) Quanto vale la carica elettrica Q che si trova **sull'armatura** (si intende, quella collegata al polo positivo del generatore)? [Ricordate che il campo elettrico fuori dal condensatore può essere considerato nullo]

Q = ………………………….. = ……….. C $\varepsilon_0 E_1 A = 2V_0\varepsilon_0 A/(3d)$ = 8.8x10^{-10} C [applicando il teorema di Gauss a un barattolo (con asse ortogonale alle armature) che ha una superficie di base (tappo, di area ΔS) nel materiale 1 e l'altra fuori dal condensatore si trova $E_1\Delta S = \sigma\Delta S/\varepsilon_0$, da cui la densità di carica superficiale sull'armatura risulta $\sigma = \varepsilon_0 E_1$. Poiché la distribuzione di carica è omogenea, si ottiene $Q = \sigma A$, da cui la soluzione]

4. Tre fili elettrici fatti di materiale meccanicamente rigido (indeformabile) e ottimo conduttore hanno lunghezza L = 1.0 m e sono disposti parallelamente a distanza d = 1.0 mm l'un l'altro. I fili sono collegati tra loro da due resistori elettrici R_1 = 40 ohm e R_2 = 60 ohm, come rappresentato in figura; un generatore di differenza di potenziale ideale V_0 = 1.0 kV permette il passaggio di corrente nei fili. [Trascurate ogni effetto meccanico e di generazione di campo magnetico che possa eventualmente avvenire nei resistori e nei fili di collegamento; usate $\mu_0 = 4\pi$x10^{-7} T m/A per la permeabilità magnetica del vuoto]



a) Quanto vale, come è diretta e che verso ha la forza **di origine magnetica F_{M2}** che agisce sul filo "di mezzo" (marcato come 2 in figura)?

Direzione e verso: …………………………….. non c'è forza di origine magnetica! sul filo 2 insistono i campi magnetici generati dai fili 1 e 3 (si trascurano quelli dovuti a resistori e fili di collegamento). La direzione dei due campi è tangenziale rispetto ai fili che la creano, per cui, lungo la linea occupata dal filo 2, i due campi hanno la stessa direzione ma verso opposto (entrambi sono ortogonali al foglio, ma entrano o escono con versi opposti secondo la regola della mano destra). Inoltre il modulo di questi campi è lo stesso, a causa dell'applicazione del teorema di Ampere da cui risulta che il campo dipende dall'inverso della distanza, e la distanza è la stessa per i due fili. Quindi il campo è nullo e nulla è la forza magnetica!

F_{M2} = ……………………………. = ……... N 0 [vedi sopra]

b) Quanto vale, come è diretta e che verso ha la forza **di origine magnetica F_{M1}** che agisce sul filo "di sinistra" (marcato come 1 in figura)?

Direzione e verso: …………………………….. orizzontale rispetto alla figura, verso la sinistra Si segue lo stesso ragionamento di prima. Stavolta i campi da considerare sono quelli generati dai fili 2 e 3, che non si annullano essendo diverse le distanze tra i fili (pari a d per il filo 2 e pari a $2d$ per il filo 3). Vista la dipendenza dell'intensità dei campi dalla distanza, prevale il campo generato dal filo 2. Tale campo, misurato sul filo 1, risulta uscente dal foglio. La forza magnetica, la cui espressione infinitesima (per un infinitesimo di filo) è $d\mathbf{F}_M = I\, d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$, ha direzione ortogonale al filo 1 e, per la regola della mano destra, orientazione verso la sinistra della figura.

F_{M1} = ……………………………. = ……... N $\mu_0(V_0/(R_1+R_2))^2 L/(4\pi d)$ = 1.0x10^{-2} N [prendendo come positivo il verso uscente dal foglio, i campi magnetici sul filo 1 hanno intensità, data dall'applicazione del teorema di Ampere, pari a: $B_2 = \mu_0 I/(2\pi d)$ e $B_3 = -\mu_0 I/(4\pi d)$, per cui $B_{TOT} = \mu_0 I/(4\pi d)$. Tale campo è costante su tutta la lunghezza del filo, oltre a essere, come già osservato, ortogonale alla direzione della corrente che scorre nel filo 1, per cui $F_{M1} = LB_{TOT}I$, dove direzione e verso sono già stati determinati nella risposta al quesito precedente. A questo punto è necessario determinare la corrente I che scorre nei fili (in tutti e tre i fili scorre ovviamente la stessa corrente!): dalla legge di Ohm si trova immediatamente che $I = V_0/(R_1+R_2)$. Mettendo tutto insieme si trova la soluzione]

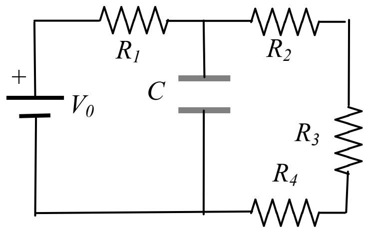
Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 31/5/2011 Firma:

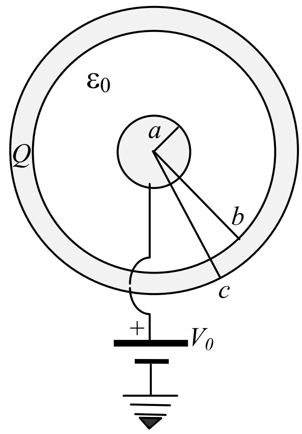
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 3 – 31/5/2011

Nome e cognome: …………………………………………………………   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

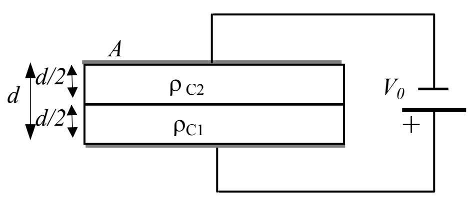


1. Un circuito elettrico è costituito da quattro resistori (R_1 = 4.0 kohm, R_2 = 1.0 kohm, R_3 = 3.0 kohm, R_4 = 2.0 kohm) e un condensatore di capacità C = 5.0 μF collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale V_0 = 20 V.
   a) Quanto vale, **in condizioni stazionarie**, la carica Q_C accumulata sul condensatore C?
   Q_C = ………………………………… = ... C $C\Delta V_C = CV_0(R_2+R_3+R_4)/(R_1+R_2+R_3+R_4) = 6.0\mathrm{x}10^{-5}$ C   [in condizioni stazionarie non passa corrente attraverso il condensatore e la differenza di potenziale ΔV_C ai capi del condensatore è la stessa ΔV che si misura ai capi della serie delle resistenze R_2, R_3, R_4 . Per il calcolo di questa differenza di potenziale basta impiegare la legge di Ohm, notando che la corrente I passa attraverso la serie delle quattro resistenze $R_1+R_2+R_3+R_4$, cioè è $I = V_0/(R_1+R_2+R_3+R_4)$, da cui la soluzione]
   b) Supponete che, all'istante t_0 = 0, il generatore venga scollegato dal circuito, cioè che si taglino i fili di collegamento tra i poli del generatore e il circuito. In queste condizioni si osserva che la carica accumulata dal condensatore cambia nel tempo secondo una certa legge $Q(t)$. Come si scrive questa legge? [Dovete scrivere una funzione del tempo t: non usate valori numerici nell'espressione ma servitevi dei parametri "letterali" del problema]
   $Q(t)$ = ………………………………… $Q_C e^{-t/((R2+R3+R4)C)}$ [il condensatore si scarica attraverso la serie delle tre resistenze $R_2+R_3+R_4$. Notate infatti che la resistenza R_1 non è interessata da alcun passaggio di corrente, essendo collegata a nulla…. Come si può facilmente dimostrare, l'andamento della carica è descritto da una funzione esponenziale decrescente con costante tempo caratteristica $\tau = (R_2+R_3+R_4)C$ = 30 ms , da cui la soluzione]



2. Una sfera piena di raggio a = 10 cm, fatta di materiale **conduttore** omogeneo, è circondata da un guscio sferico spesso, con raggio interno b = 40 cm e raggio esterno c = 50 cm, concentrico alla sfera e fatto anch'esso di materiale **conduttore** omogeneo; sul guscio è stata posta una quantità di carica Q (incognita), per cui il guscio stesso **non** è neutro. Lo spazio tra sfera e guscio, cioè il volume compreso tra $r = a$ e $r = b$, è vuoto. Come rappresentato in figura, la sfera è collegata al polo positivo di un generatore di differenza di potenziale V_0 = 30 V, il cui altro polo è collegato a terra; considerate il sistema in condizioni di **equilibrio**. [Usate $\varepsilon_0 = 8.8\mathrm{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto]
   a) Spiegate meglio che potete, in brutta, come si determina l'andamento funzionale $E(r)$ con r coordinata radiale del sistema di riferimento sferico centrato nel centro della sfera, e determinatelo in funzione della carica Q del guscio e della carica della sfera, che indicherete con Q_a, per le regioni $a<r<b$, $b < r < c$ e $r > c$.
   Spiegazione: …………………………… Il problema è a simmetria sferica, dunque il campo elettrico è radiale e dipende solo dalla coordinata r. La sua determinazione è effettuata con il teorema di Gauss, usando scatole sferiche di raggio r variabile (negli intervalli richiesti dal testo). L'applicazione del teorema di Gauss a tali scatole conduce a: $E(r) = Q_{INT}/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$, con Q_{INT} dipendente dalla regione considerata
   $a<r<b$: $E(r)$ = …………………………….. $Q'/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ [in questa regione la carica contenuta nella scatola è solo Q', da cui la soluzione]
   $b<r<c$: $E(r)$ = ……………………………..   0   [all'equilibrio il campo elettrico nel conduttore deve essere nullo; ciò significa che sula superficie di raggio $r=b$ si dispone una carica elettrica $-Q$ tale da rendere nulla la carica totale interna alla scatola di raggio compreso tra b e c]
   $r>c$: $E(r)$ = …………………………….. $(Q+Q_a)/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ [in questa regione la carica interna alla scatola è data dalla somma (algebrica) di quella sulla sfera e di quella sul guscio, da cui la soluzione]
   b) Sapendo che il potenziale elettrico del guscio è V' = 0, quanto vale la carica Q_a che si trova sulla sfera? [Ricordate che la differenza di potenziale tra due punti posti in posizione rispettivamente r_1 e r_2 è $\Delta V = V(r_2) - V(r_1)$ e che per convenzione il potenziale elettrico della terra è nullo; inoltre osservate attentamente come è fatto il sistema e cosa ci è collegato!]
   Q_a= ……………………………= …….. C $4\pi\varepsilon_0 V_0/(1/a-1/b) = 4.4\mathrm{x}10^{-10}$ C   [il generatore pone la sfera a V_0 rispetto a terra. Per ipotesi, il punto $r=b$ si trova a potenziale nullo, cioè allo stesso potenziale della terra; quindi il guscio esterno si trova alla differenza di potenziale V_0 rispetto alla sfera. In altre parole: $\Delta V = -V_0 = V(r=b)-V(r=a) = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\int_a^b E dr = -\int_a^b E(r)dr = -\int_a^b (Q_a/(4\pi\varepsilon_0 r^2))dr$, dove nei vari passaggi abbiamo considerato il carattere radiale del campo e usato l'espressione del campo elettrico trovata prima per la regione $a<r<b$. Da qui la soluzione]
   c) Quanto vale la carica Q_c che si trova sulla **superficie esterna** del guscio sferico, cioè in $r = c$? [Spiegate per bene in brutta le motivazioni della vostra risposta!]
   Q_c = …………………………….. = ... C   0   [il guscio sferico si trova a potenziale nullo rispetto "all'infinito". Dunque non ci può essere campo elettrico nella regione $r>c$, per cui la carica complessiva sul guscio deve essere $Q = -Q_a$ (vedi sopra). Per induzione elettrostatica, questa carica si troverà tutta sulla superficie interna del guscio; infatti se così non fosse non sarebbe possibile avere un campo nullo all'interno del guscio. Di conseguenza la carica sulla superficie $r=c$ sarà nulla]

3. Un condensatore ad armature piane e parallele è realizzato con due piastre di materiale **ottimo conduttore** con sezione di area A = 10 cm^2 e distanza d = 0.20 mm. Lo spazio tra le armature è (completamente) riempito da due lastre di sezione di area A e spessore $d/2$, poste a contatto con le armature e a contatto tra loro. Le due lastre sono fatte di due materiali omogenei **debolmente conduttori** dotati di resistività rispettivamente ρ_{C1} = 1.0x10^5 ohm m e ρ_{C2} = 2.0x10^5 ohm m. Le armature sono collegate a un generatore di differenza di potenziale ideale V_0 = 60 V, come mostrato in figura. [Considerate il sistema in condizioni stazionarie e trascurate gli "effetti ai bordi"; usate $\varepsilon_0 = 8.8\mathrm{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto]



Vista laterale

a) Quali sono, in modulo, le densità di corrente j_1 e j_2 all'interno dei due materiali 1 e 2? Spiegate per bene, in brutta, i passaggi concettuali necessari per la soluzione.

Spiegazione: …………………… a causa della presenza dei materiali conduttori, nel condensatore scorre, in condizioni stazionarie, una corrente elettrica. Vista la geometria del sistema, in particolare a causa del fatto che i due conduttori hanno la stessa sezione A, la conservazione della carica (la carica elettrica che "entra" nell'unità di tempo è uguale a quella che "esce") stabilisce che le densità di corrente j_1 e j_2 sono uguali. Di conseguenza, essendo diverse le resistività e valendo per questi materiali la relazione $\boldsymbol{j} = \rho_C \boldsymbol{E}$, i campi elettrici devono essere diversi tra loro; in particolare si ha $E_2 = E_1\rho_{C2}/\rho_{C1} = 2E_1$. Inoltre deve anche verificarsi che la differenza di potenziale ΔV tra le due armature deve valere (ragioniamo con i moduli per non complicarci la vita con i segni!) $V_0 = |\int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}| = E_1 d/2 + E_2 d/2$, dove abbiamo tenuto conto del fatto che, in condizioni di simmetria pana (si trascurano gli effetti ai bordi!) i campi sono omogenei e uniformi nei due materiali. Si ottiene dunque un sistema di due equazioni due incognite che consente di determinare le intensità dei campi, da cui è poi possibile ricavare il valore (comune) della densità di corrente. In alternativa, si può giungere alla stessa risposta considerando che i due materiali danno luogo a una serie di due resistori di geometria e resistività note, da cui si può ricavare l'intensità di corrente che fluisce nel circuito e quindi le densità di corrente..

j_1 = ………………………….. = ……….. A/m^2 $2V_0/(3d\rho_{C1}) = 2.0$ A/m^2 [vedi sopra]

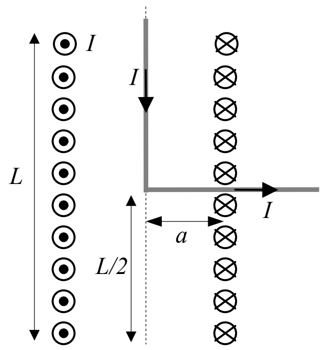
j_2 = ………………………………. = ……….. A/m^2 $j_1 = 2.0$ A/m^2 [vedi sopra]

b) Quanto vale la carica elettrica Q che si trova, in condizioni stazionarie, sulla superficie di interfaccia tra i due materiali?

Q = ………………………….. = ……….. C $\varepsilon_0 E_1 A = 2V_0\varepsilon_0 A/(3d) = 1.7\text{x}10^{-9}$ C

[applicando il teorema di Gauss a un barattolo (con asse ortogonale alle armature) che ha una superficie di base (tappo, di area ΔS) nel materiale 2 e l'altra nel materiale 1 si trova $(E_2-E_1)\Delta S = \sigma\Delta S/\varepsilon_0$, da cui la densità di carica superficiale sull'armatura risulta $\sigma = \varepsilon_0(E_2-E_1) = \varepsilon_0 E_1(\rho_{C2}/\rho_{C1}-1) = \varepsilon_0 E_1(2-1)$ Poiché la distribuzione di carica è omogenea, si ottiene $Q = \sigma A$, da cui la soluzione]

4. Un solenoide di raggio a = 10 cm e lunghezza L = 2.0 m (è così lungo che si può considerare infinito!) è attraversato da un filo elettrico piegato in modo tale da essere parallelo all'asse del solenoide per metà della lunghezza L e da essere ortogonale ad esso per l'altro tratto (ovviamente il filo e l'avvolgimento del solenoide sono isolati elettricamente e si suppone che il filo sia rigido e indeformabile e così sottile da non perturbare la "geometria" del solenoide). Si sa che il solenoide è costituito da un numero N = 2000 spire e che sia attraverso di esso che attraverso il filo scorre la stessa intensità di corrente I = 50 A (per il verso di percorrenza fate riferimento alla figura). [Usate $\mu_0 = 4\pi\text{x}10^{-7}$ T m/A per la permeabilità magnetica del vuoto]



a) Quanto vale, come è diretta e che verso ha la forza **di origine magnetica** $\boldsymbol{F}_{M1}$ che agisce sul tratto di filo parallelo all'asse del solenoide?

Direzione e verso: …………………………….. non c'è forza elettrica! [il campo magnetico all'interno del solenoide ha direzione assiale, cioè la stessa direzione della corrente che fluisce nel filo. Dato che la forza è data dal prodotto vettoriale tra elemento di filo e campo, la forza è evidentemente nulla

F_{M1} = ……………………………. = …….... N 0 [vedi sopra]

b) Quanto vale, come è diretta e che verso ha la forza **di origine magnetica** $\boldsymbol{F}_{M2}$ che agisce sul tratto di filo perpendicolare all'asse del solenoide?

Direzione e verso: …………………………….. ortogonale al foglio della figura, uscente [in questo caso filo e campo magnetico sono ortogonali tra loro, e dunque la forza non è nulla. Usando la regola della mano destra, versione ciao ciao, si vede che il campo magnetico è diretto verso l'alto della figura; la regola della mano destra applicata alla determinazione della forza, visto che la corrente nel filo scorre verso la destra della figura, conduce alla direzione e verso specificati]

F_{M2} = ……………………………. = …….... N $\mu_0 I^2 Na/L = {}_0/(R_1+R_2))^2 L/(4\pi d) = 0.31$ N [il campo magnetico all'interno del solenoide, che si trova applicando il teorema di Ampere, ha intensità omogenea e uniforme pari a $\mu_0 IN/L$; sull'elemento infinitesimo di filo agisce la forza $d\boldsymbol{F}_M = I\, d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$, che, tenendo conto della ortogonalità tra campo e corrente, ha intensità $dF_M = IBdl = (\mu_0 I^2 N/L)dl$. Notando che il tratto di filo interessato dal campo magnetico ha lunghezza pari al raggio del solenoide, e integrando questa espressione su tale lunghezza, si ottiene la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 31/5/2011 Firma: