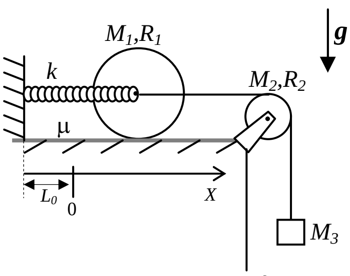
Corso di Laurea Ing. E-A – PROVA DI VERIFICA n. 2 – 29/3/2012

Nome e cognome: ………………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

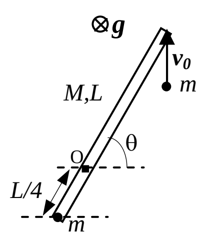
1. Un piano inclinato di caratteristiche geometriche incognite (si intende inclinato rispetto all'orizzontale!) è fissato su un carrellino che si muove con **attrito trascurabile** lungo una direzione orizzontale (asse X). La massa complessiva del piano inclinato e del carrellino è M = 2.0 kg. Un oggetto puntiforme di massa $m = M/4$ = 0.50 kg può scorrere con attrito trascurabile sul piano inclinato. A un dato istante il carrellino (e dunque il piano inclinato) si muove con una velocità di modulo V_0 = 5.0 m/s, mentre l'oggetto puntiforme si trova **fermo alla base** del piano inclinato (si intende fermo rispetto alla strada su cui si muove il carrellino!). Nell'evoluzione successiva si osserva che l'oggetto puntiforme risale sul piano inclinato fino a raggiungere una certa altezza h (si intende che questa altezza è misurata in direzione verticale a partire dalla quota inizialmente occupata dall'oggetto, cioè a partire dalla base del piano inclinato). [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]
   a) Discutete **per benino**,in brutta, quali grandezze meccaniche complessive del sistema si conservano nel processo considerato, e spiegate perché. [Il processo da considerare è ovviamente quello in cui l'oggetto risale lungo il piano inclinato]
   Discussione e spiegazione: ……………………………………
   b) Quanto vale la quota massima h raggiunta dall'oggetto puntiforme?
   h = ……………………………………= ……… m

2. Un cilindro pieno e omogeneo di massa $M_1 = m$ = 1.0 kg e raggio $R_1 = 2r$ = 50 cm si trova su una superficie scabra, dotata di coefficiente di attrito μ = 0.50. Il cilindro può ruotare con attrito trascurabile attorno al proprio asse geometrico. Su questo asse agiscono, grazie a un opportuno sistema (un "giogo di massa trascurabile"!), le forze prodotte da una fune inestensibile di massa trascurabile e da una molla di massa trascurabile e costante elastica k = 98 N/m il cui altro estremo è vincolato a una parete rigida. Come mostrato in figura, la molla ha il suo asse in direzione orizzontale e la fune, che nel primo tratto è anche orizzontale, passa per la gola di una puleggia **massiccia** e termina con una massa puntiforme $M_3 = 2m$ = 2.0 kg libera di muoversi con attrito trascurabile in direzione verticale. La puleggia è costituita da un cilindro pieno e omogeneo di massa $M_2 = m/2$ = 0.50 kg e raggio $R_2 = r$ = 25 cm che è libero di ruotare con attrito trascurabile attorno al proprio asse geometrico. Si suppone che la fune non slitti sulla gola della puleggia. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Il sistema viene posto in condizioni di equilibrio (tutto è fermo!). Quanto valgono, in queste condizioni di equilibrio, il modulo della forza di attrito F_{AEQ} e l'elongazione della molla ΔL_{EQ}? [Si intende che la forza di attrito da determinare è quella che agisce sulla generatrice del cilindro a contatto con la superficie scabra]
   F_{AEQ} = …………………………………… = ……… N
   ΔL_{EQ} = …………………………………… = ……… m
   b) Supponete ora che una qualche causa esterna (una o più manine) prepari il sistema in modo tale che inizialmente la molla si trovi elongata per un tratto $\Delta L_0 = \Delta L_{EQ}/2$, con ΔL_{EQ} determinato sopra. Queste condizioni non sono più di equilibrio e il sistema si mette in movimento (supponete che tutti i suoi elementi vengano fatti partire con velocità iniziale nulla, sia di tipo traslazionale che rotazionale): in particolare, il cilindro comincerà a traslare verso la destra della figura. Come si scrivono l'equazione del moto $a_{CM1}(x)$ del centro di massa del cilindro e l'espressione $F_A(x)$ che stabilisce il modulo della forza di attrito in funzione della posizione del cilindro stesso **supponendo che questo si muova di rotolamento puro**? [Si intende che la forza d'attrito da esprimere è quella tra generatrice del cilindro e superficie scabra. Per esprimere la posizione generica x del centro di massa del cilindro vi conviene usare un asse orizzontale con origine nella lunghezza di riposo della molla. Dato che dovete scrivere delle funzioni, **non dovete** utilizzare alcun dato numerico, ma dovete scrivere delle espressioni che contengono solo le espressioni letterali dei dati **noti** del problema]
   $a_{CM1}(x)$ = ……………………………………
   $F_A(x)$ = ……………………………………
   c) Discutete **per bene**, in brutta, che tipo di moto compie il centro di massa del cilindro nelle condizioni del problema e stabilite quanto vale il minimo intervallo di tempo Δt necessario perché il cilindro si trovi a passare per la posizione nella quale la molla si trova all'elongazione di equilibrio ΔL_{EQ} determinata al punto a) di questo problema.
   Discussione: ……………………………………
   Δt = …………………………………… ~ ……… s

3. Due gemellini (puntiformi) di massa m = 20 kg giocano con una specie di giostra fatta in questo modo: una trave sottile e indeformabile, di massa $M = 6m$ =1.2x10^2 kg e lunghezza L = 4.0 m, imperniata in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano orizzontale attorno a un asse passante per un punto (indicato con O) che dista $L/4$ = 1.0 m da una estremità della trave. Inizialmente la giostra è ferma e un gemellino è seduto a una sua estremità, come mostrato in figura (vista dall'alto – notate che questo gemellino si trova a distanza $L/4$ da O); a un dato istante l'altro gemellino "monta" (cioè arriva) sull'altra estremità della trave, avendo una velocità di modulo v_0 = 0.50 m/s diretta orizzontalmente come rappresentato in figura (l'angolo indicato vale $\theta = \pi/3$). Si intende che dopo essere montato sull'estremità della trave il gemellino ci rimane a sedere (fermo rispetto alla trave). [Ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2}$ ~ 1.73 e $cos(\pi/3)$ = ½]



   a) Discutete **per bene**,in brutta, quali grandezze meccaniche complessive del sistema si conservano nel processo descritto sopra, e spiegate perché.
   Discussione e spiegazione: ……………………………………
   b) Quanto vale la velocità angolare ω del sistema trave+gemellini subito dopo che il gemellino ci è montato sopra? [Potrebbe esservi utile ricordare il "teorema degli assi paralleli", il cui enunciato recita, con ovvio significato dei termini: $I' = I_{CM}+Md^2$]
   ω = …………………………………… = ………. rad/s

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 29/3/2012 Firma:

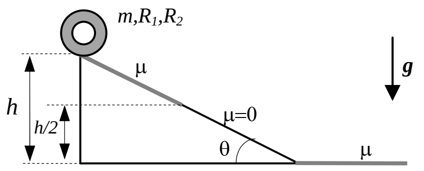
Corso di Laurea Ing. E-A – PROVA DI VERIFICA n. 2bis – 4/4/2012

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Due masse puntiformi, rispettivamente $m_1 = m = 0.10$ kg e $m_2 = 2m = 0.20$ kg, si muovono con **attrito trascurabile** lungo una direzione orizzontale (asse X). Esse sono collegate da una molla di massa trascurabile, che ha (sempre) il proprio asse in direzione orizzontale, costante elastica $k = 5.0$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 50$ cm. All'istante $t_0 = 0$ si fa una "fotografia" del sistema e si osserva che la massa m_1 è istantaneamente ferma e la massa m_2 si muove con velocità orizzontale, nel verso positivo dell'asse X e di modulo $v_0 = 2.0$ m/s. Inoltre la distanza fra le due masse è, in questo istante, pari a L_0. Nell'evoluzione successiva entrambe le masse si muovono e la molla si allunga fino a raggiungere l'elongazione massima ΔL_{MAX}.
   a) Quanto vale ΔL_{MAX}?
   ΔL_{MAX} = ………………………………… = ……….. m
   b) Quanto vale, al minimo, lo spostamento Δx_{CM} che il centro di massa del sistema compie nel tempo impiegato perché la molla si estenda fino alla massima elongazione?
   Δx_{CM} = ……………………………………= ……… m

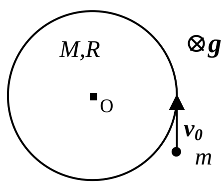
2. Un cilindro **cavo** omogeneo, di massa $m = 1.0$ kg, raggio interno $R_1 = r = 10$ cm e raggio esterno $R_2 = 2r = 20$ cm, si trova sulla sommità di un piano inclinato di altezza totale $h = 2.0$ m che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Il piano inclinato presenta una superficie che **per la prima metà** della sua lunghezza è **scabra**, con coefficiente di attrito $\mu = 0.50$, e **per la seconda metà** è **liscia**, con attrito praticamente trascurabile. La base del piano inclinato è raccordata con un tratto orizzontale, anch'esso **scabro** con coefficiente di attrito $\mu = 0.50$. A un dato istante il cilindro cavo, originariamente fermo, viene lasciato libero di scendere lungo il piano inclinato con velocità iniziale nulla (sia traslazionale che rotazionale!). [Notate che i coefficienti di attrito dati valgono sia nel caso di attrito statico che nel caso di attrito dinamico. Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $sin(\pi/6) = ½$]



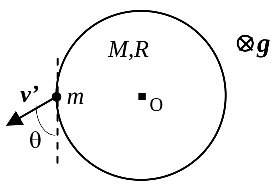
Disegno ovviamente non in scala!!

   a) Discutete per bene, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro cavo nel **primo** tratto del piano inclinato, quello **scabro**, e spiegate il perché; inoltre calcolate il modulo dell'accelerazione del centro di massa a_{CM} in tale tratto.
   Discussione e spiegazione: ……………………………………
   a_{CM} = …………………………………… = ……… m/s^2
   b) Quanto valgono in modulo le velocità v'_{CM} e ω' rispettivamente del centro di massa del cilindro cavo e angolare dello stesso cilindro cavo nell'istante in cui esso giunge alla fine **dell'intero** piano inclinato? [In sostanza, il cilindro cavo ha percorso **entrambi** i tratti di cui è costituito il piano inclinato, quello scabro e quello liscio]
   v'_{CM} = ………………………………… ~ ……… m/s
   ω' = …………………………………… ~ ……….. rad/s
   c) Discutete **per bene**, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro nel tratto piano e determinate la velocità v''_{CM} del centro di massa del cilindro cavo quando questo ha percorso un tratto orizzontale **"molto lungo"** . [Cercate di ricordare cosa significa rotolamento puro e considerate che il tratto orizzontale sufficientemente lungo da poter dare una risposta al quesito. Ovviamente tutti gli attriti diversi da quello di contatto con la superficie vanno considerati trascurabili!]
   Discussione: ……………………………………
   v''_{CM} = …………………………………… ~ ……… m/s

3. In un luna park si trova una giostra realizzata con una piattaforma costituita da un disco pieno e omogeneo di raggio $R = 5.0$ m e massa $M = 2.0\text{x}10^2$ kg che può ruotare con attrito trascurabile su **un piano orizzontale** attorno a un perno fisso e rigido che passa per il suo asse geometrico (punto O di figura). Inizialmente la giostra è ferma; a un dato istante un omino puntiforme di massa $m = M/4 = 50$ kg ci sale sopra avendo una velocità diretta orizzontalmente di modulo $v_0 = 1.0$ m/s. Come rappresentato in figura, la velocità è tangente al disco; ovviamente, subito dopo essere salito sulla piattaforma, l'omino rimane fermo (rispetto alla piattaforma!) grazie all'attrito esercitato dalle sue scarpe sul pavimento della giostra.



   a) Discutete **per bene**,in brutta, quali grandezze meccaniche complessive del sistema si conservano nel processo descritto sopra, e spiegate perché. Inoltre determinate la velocità angolare ω del sistema piattaforma+omino subito dopo che questo ci è salito sopra.
   Discussione e spiegazione: ……………………………………
   ω = …………………………………… = ………. rad/s
   b) Supponete ora che, dopo esserci salito, l'omino si faccia una passeggiata sulla giostra, seguendo un percorso qualsiasi fino ad arrivare al bordo della piattaforma. Da qui egli "salta" fuori dalla piattaforma stessa: subito dopo il salto, l'omino ha la velocità $\boldsymbol{v'}$ disegnata in figura (l'angolo indicato vale $\theta = \pi/3$), il cui modulo è $v' = v_0 = 1.0$ m/s. Tale velocità appartiene al piano orizzontale e si intende misurata **rispetto al suolo** (non rispetto alla giostra). Quanto vale la velocità angolare ω' della piattaforma subito dopo che l'omino ne è saltato via? [Anche qui state attenti a individuare cosa si conserva, e perché. Ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = ½$]
   ω' = ………………………………… = ………. rad/s



Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 4/4/2012 Firma: