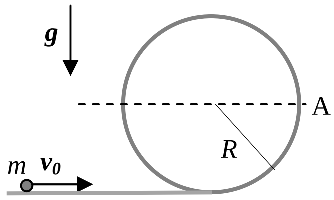
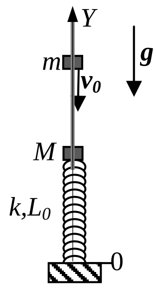
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 18/12/2013

Nome e cognome: ……………………………………………………. Matricola: ……………

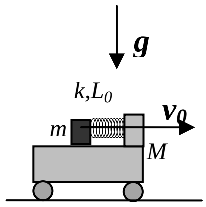
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***



1. Una pallina (puntiforme!) di massa m = 20 g si muove con **attrito trascurabile** su una guida rigida e fissa (la pallina è **"appoggiata" sulla guida**). La guida ha il tracciato indicato in figura: dopo un tratto orizzontale, essa forma una circonferenza di raggio R = 1.0 m disposta su un piano verticale. La pallina viene lanciata con velocità v_0 sul tratto orizzontale come in figura e si vuole che essa compia un intero "giro della morte". [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]
   a) Quanto vale il valore minimo di velocità v_{0MIN} (sul tratto orizzontale) tale che per $v_0 > v_{0MIN}$ la pallina compie effettivamente il giro della morte? [Spiegate **per bene** in brutta il ragionamento seguito]
   v_{0MIN} = …………………………………… = ………… m/s
   b) Supponete ora che la pallina venga lanciata proprio con la velocità $v_0 = v_{0MIN}$ determinata sopra. Quanto vale il **modulo** a_A dell'accelerazione della pallina nell'istante in cui essa passa per la posizione A di figura? [La posizione A si trova alla stessa quota verticale del centro della circonferenza]
   a_A = …………………………………… ~ ………. m/s^2



2. Un manicotto (puntiforme!) di massa M può scorrere **con attrito trascurabile** essendo infilato in una guida rigida e fissa (un tondino) disposta lungo la direzione verticale. Il manicotto è vincolato a una molla di massa trascurabile, costante elastica k e lunghezza di riposo L_0, il cui altro estremo è inchiodato al pavimento (vedi figura), in corrispondenza dell'origine di un asse Y verticale, come l'asse della molla, orientato verso l'alto. Inizialmente il manicotto si trova fermo alla sua posizione di equilibrio (da determinare). A un dato istante il manicotto viene urtato **elasticamente** da un altro manicotto, di massa $m = M/2$, che lo colpisce provenendo dall'alto con una velocità di modulo v_0; in seguito all'urto il manicotto di massa M comincia a muoversi. [In questo esercizio non si conoscono i valori numerici delle varie grandezze in gioco: dunque dovete fornire risposte nelle quali compaiano le espressioni "letterali" dei dati noti del problema. Suggerimenti: il processo si svolge in due fasi: nella prima avviene l'urto, considerato istantaneo, e poi tutto il resto; supponete che la molla non sia in grado di produrre forze a carattere impulsivo!]
   a) Come si esprime la velocità V' con cui il manicotto di massa M **comincia** a muoversi?
   V' = ……………………………………
   b) Come si esprime la coordinata minima, Y_{MIN}, raggiunta dal manicotto di massa M nel moto successivo all'urto? [Usate il riferimento di figura!]
   Y_{MIN} = ……………………………………
   c) Come si esprime la coordinata massima, y_{MAX}, raggiunta dal manicotto di massa m (quello che ha urtato) nel moto successivo all'urto? [Supponete trascurabili gli attriti e usate il riferimento di figura!]
   y_{MAX} = ……………………………………



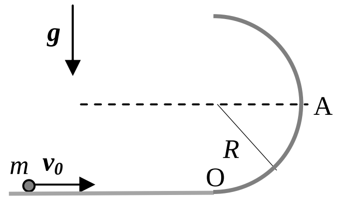
3. Un carrello di massa M = 5.0 kg, che può scorrere con **attrito trascurabile** lungo una strada orizzontale, è dotato di una sponda verticale rigida a cui è vincolata una molla, di massa trascurabile, costante elastica k = 30 N/m e lunghezza di riposo L_0 = 80 cm. Alla molla, che è disposta con il suo asse in direzione orizzontale, è **attaccato** un piccolo oggetto di massa $m = M/5$ = 1.0 kg, che può scorrere con **attrito trascurabile** sulla superficie del carrello. Si fa una fotografia del sistema a un certo istante e si osserva che il carrello sta fermo, mentre la massa si sta muovendo verso la destra di figura con velocità di modulo v_0 = 0.60 m/s. Inoltre si osserva che in tale istante la molla si trova alla propria lunghezza di riposo. Nell'evoluzione successiva si osserva che anche il carrello si mette in movimento e, ovviamente, la lunghezza della molla cambia fino a raggiungere (istantaneamente) un valore minimo L_{MIN}.
   a) Quanto vale la velocità V' **del carrello** nell'istante in cui la molla assume la lunghezza L_{MIN}?
   V' = …………………………………… = …….. m/s
   b) Quanto vale la lunghezza L_{MIN}?
   L_{MIN} = …………………………………… = ……… m

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 18/12/2013 Firma:

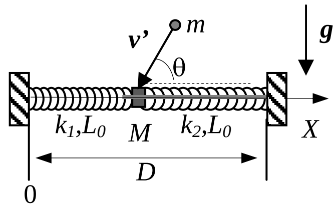
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 18/12/2013

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

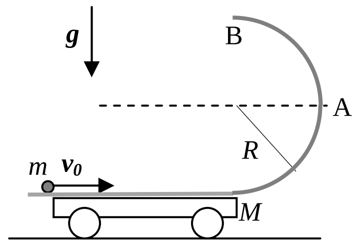
Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***



1. Una pallina (puntiforme!) di massa m = 20 g si muove con **attrito trascurabile** su una guida rigida e fissa (la pallina è "appoggiata" sulla guida). La guida ha il tracciato indicato in figura: dopo un tratto orizzontale, essa forma una semicirconferenza di raggio R = 1.0 m disposta su un piano verticale. La pallina viene lanciata con velocità v_0 = 10 m/s sul tratto orizzontale e lascia la guida dopo essere passata per il suo punto più in alto. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]
   a) Quanto vale, in modulo, la reazione vincolare N_A che la guida esercita sulla pallina nell'istante in cui essa passa per la posizione A di figura? [La posizione A si trova alla stessa quota verticale del centro della semicirconferenza]
   N_A = …………………………………… = ……….. N
   b) Una volta lasciata la guida, la pallina si muove liberamente (si considerano ancora trascurabili gli attriti) e ricade sul tratto orizzontale in una posizione che si trova a distanza D rispetto all'inizio della guida semicircolare (alla sinistra del punto O, che è l'inizio della guida). Quanto vale D?
   D = …………………………………… ~ ………. m



2. Un manicotto (puntiforme!) di massa M può scorrere **con attrito trascurabile** essendo infilato su una guida rigida e fissa (un tondino) disposta lungo la direzione orizzontale. Il manicotto è vincolato a due distinte molle di massa trascurabile, entrambe con la stessa lunghezza di riposo L_0, ma con costanti elastiche diverse, rispettivamente k_1 e k_2. Le due molle, il cui asse è orizzontale, hanno gli altri estremi vincolati a due muretti come indicato in figura: la distanza tra i due muretti è D e il sistema di riferimento (asse X) che dovete usare è centrato sul muretto "di sinistra" (in figura). Fate attenzione al fatto che la figura si riferisce a una posizione **generica** del manicotto, corrispondente a un generico valore della sua coordinata X. Inizialmente il manicotto viene spostato nella posizione $X_0 = D/4$ e lasciato andare con velocità iniziale nulla. Immaginate che la posizione X_0 sia "alla sinistra" rispetto alla posizione di equilibrio e che quindi il moto avvenga verso la destra di figura. [In questo esercizio non si conoscono i valori numerici delle varie grandezze in gioco: dunque dovete fornire risposte nelle quali compaiono le espressioni "letterali" dei dati noti del problema]
   a) Come si esprime la coordinata X_{EQ} della posizione di equilibrio? [Dovete riferirvi all'asse X di figura]
   X_{EQ} = ……………………………………
   b) Come si esprime la velocità V' con cui il manicotto passa per la posizione di equilibrio?
   V' = ……………………………………
   c) Esattamente nell'istante in cui il manicotto passa per la posizione di equilibrio, esso viene colpito da un proiettile di massa $m = M/4$, che arriva sul manicotto avendo una velocità di modulo v' (incognito) diretta come in figura (l'angolo vale $\theta = \pi/3$). In seguito all'urto il proiettile resta **conficcato** nel manicotto e si osserva che manicotto con proiettile conficcato si fermano immediatamente. Come si esprime il valore che v' deve avere per ottenere l'effetto appena descritto? [Supponete che le molle non siano in grado di produrre forze a carattere impulsivo]
   v' = ……………………………………



3. [**Occhio:** questo esercizio assomiglia al numero 1), ma è ben diverso!!] Una guida rigida e indeformabile **montata su un carrello** di massa M = 1.0 kg (la massa è comprensiva di guida e carrello), che può scorrere con **attrito trascurabile** su una strada orizzontale, ha il tracciato disegnato in figura: dopo un tratto orizzontale essa forma una semicirconferenza di raggio R = 20 cm disposta su un piano verticale. Inizialmente guida e carrello su cui essa è montata sono fermi. A un dato istante una pallina (puntiforme!) di massa $m = M/2$ = 0.50 kg viene lanciata sulla guida, su cui può muoversi con **attrito trascurabile**, avendo una velocità orizzontale orientata come in figura e di modulo v_0 = 3.0 m/s.
   Si osserva che la pallina si muove lungo la guida fino a lasciarla al punto più alto. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]
   a) Quanto vale la velocità V_A **del carrello (e della guida)** nell'istante in cui la pallina passa per la posizione A di figura? [La posizione A si trova alla stessa quota verticale del centro della semicirconferenza]
   V_A = …………………………………… = ……….. m/s
   b) Quanto vale, in modulo, la velocità v_{CMB} **del centro di massa** del sistema pallina + carrello (e guida) nell'istante in cui la pallina esce dalla guida, cioè passa per la posizione B di figura? [Attenti: non dovete fare tanti conti per rispondere, ma dovete comunque spiegare per bene, in brutta, il ragionamento seguito…]
   v_{CMB} = …………………………………… = ……….. m/s

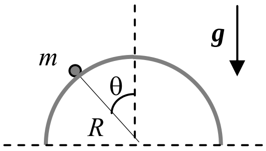
Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 18/12/2013 Firma:

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 18/12/2013

Nome e cognome: …………………………………………………….   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Una pallina (puntiforme!) di massa m = 20 g si trova inizialmente ferma sulla sommità di una guida semicircolare rigida e fissa di raggio R = 1.0 m disposta su un piano verticale (la pallina è "appoggiata" sulla guida e può muoversi con **attrito trascurabile** su di essa). La posizione della pallina viene indicata attraverso l'angolo θ compreso tra la direzione verticale e quella del "raggio vettore" che, spiccato dal centro della semicirconferenza, raggiunge la pallina (in figura si rappresenta un angolo θ **generico**): la posizione iniziale della pallina corrisponde quindi a $\theta_0 = 0$, che rappresenta una posizione di equilibrio.

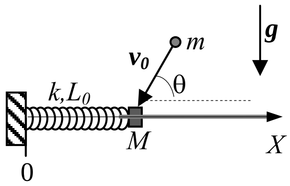


A causa di qualche piccola vibrazione, la pallina si mette in movimento con una velocità iniziale trascurabile (da considerare praticamente nulla) e comincia a scendere seguendo il tracciato della guida. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Come si scrive la **funzione** $v(\theta)$ che esprime la velocità della pallina corrispondente a un **generico** valore dell'angolo θ? [Dovete scrivere una funzione, dunque niente valori numerici!]
$v(\theta)$ = ……………………………………

b) Si osserva che, durante la sua discesa, la pallina a un certo punto si stacca dalla guida, cioè non segue più il percorso semicircolare. Spiegate in brutta il perché di questo comportamento e determinate l'angolo θ' a cui si verifica il distacco. [Suggerimento: ricordate cosa deve succedere affinché un oggetto compia una traiettoria curvilinea e notate che, essendo la pallina appoggiata sulla guida, la reazione vincolare della guida è diretta sempre verso "l'esterno" della circonferenza…]
Spiegazione: ………………………….
θ' = …………………………………… ~ ………. rad

2. Un manicotto (puntiforme!) di massa M può scorrere **con attrito trascurabile** essendo infilato in una guida rigida e fissa (un tondino) disposta lungo la direzione orizzontale. Il manicotto è vincolato a una molla di massa trascurabile, costante elastica k e lunghezza di riposo L_0, il cui altro estremo è inchiodato a un muretto che sorge all'estremità della guida (vedi figura), in corrispondenza dell'origine di un asse X orizzontale, come l'asse della molla, orientato verso la destra della figura. Inizialmente il manicotto si trova fermo alla sua posizione di equilibrio.



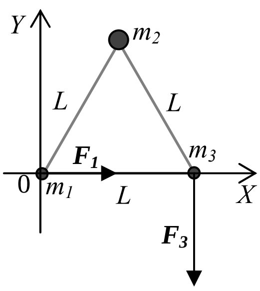
A un dato istante esso viene colpito da un proiettile puntiforme, di massa $m = M/5$, che ci impatta avendo una velocità $\boldsymbol{v_0}$ diretta come in figura (l'angolo θ indicato vale π/3), e che quindi rimane **conficcato** nel manicotto. [In questo esercizio non si conoscono i valori numerici delle varie grandezze in gioco: dunque dovete fornire risposte nelle quali compaiano le espressioni "letterali" dei dati noti del problema. Suggerimenti: il processo si svolge in due fasi: nella prima avviene l'urto, considerato istantaneo, e poi tutto il resto. Supponete che la molla non sia in grado di produrre forze a carattere impulsivo!]

a) Come si esprime la velocità V' con cui manicotto e proiettile (uniti dopo l'urto!) **cominciano** a muoversi?
V' = ……………………………………

b) Come si scrive la legge oraria $X(t)$ che esprime la posizione del manicotto con il proiettile conficcato a un istante t generico? [Usate il riferimento di figura e considerate $t_0 = 0$ come l'istante di inizio del moto – ovvero l'istante immediatamente successivo all'urto. **Dovete tenere in debita considerazione** le condizioni iniziali del moto!]
$X(t)$ = ……………………………………

c) Come si esprime l'istante t_{STOP} in cui il manicotto con proiettile conficcato si arresta istantaneamente (per la prima volta) nel moto successivo all'urto?
t_{STOP} = ……………………………………

3. Un corpo rigido discreto è composto da tre masse puntiformi m_1, m_2, m_3, con $m_1 = m_3 = m$ = 50 g e $m_2 = 4m$ = 0.20 kg, legate tra loro da bacchettine di massa trascurabile di lunghezza L = 20 cm. Le tre masse si trovano ai vertici di un triangolo equilatero, come mostrato in figura, dove è anche indicato il sistema di riferimento XY che **dovete** usare per esprimere le risposte. Il corpo rigido, inizialmente fermo, è poggiato su un piano orizzontale che presenta un **attrito trascurabile**. All'istante $t_0 = 0$ al corpo rigido vengono fornite due forze **costanti e uniformi** $\boldsymbol{F_1}$ e $\boldsymbol{F_3}$, applicate rispettivamente alla massa m_1 e m_3 e di modulo rispettivamente $F_1 = F$ = 0.60 N e $F_3 = 2F$ = 1.2 N. Le due forze sono dirette come indicato in figura (la $\boldsymbol{F_1}$ è orizzontale rispetto alla figura e orientata nel verso positivo dell'asse X, la $\boldsymbol{F_3}$ è verticale orientata nel verso negativo dell'asse Y).



a) Quali sono le coordinate iniziali (cioè per $t \leq 0$), x_{CM0} e y_{CM0}, del centro di massa del corpo rigido? [Usate il sistema di riferimento indicato in figura]
x_{CM0} = …………………………………… = ……….. m
y_{CM0} = …………………………………… ~ ………... m

b) Quanto vale, in **modulo**, lo **spostamento** Δs_{CM} del **centro di massa** all'istante t' = 2.0 s? [Notate che le due forze rimangono costanti e uniformi durante lo spostamento del corpo rigido; non confondete posizione con spostamento!]
Δs_{CM} = …………………………………… ~ ………. m

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 18/12/2013   Firma: