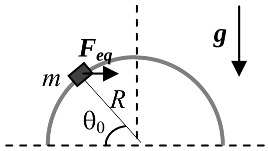
A

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 12/12/2014

Nome e cognome: …………………………………………………………. Matricola: ……………

Nella prova non sono presenti valori numerici delle grandezze, dunque non potete riportare risultati numerici. Siete tenuti a riportare i risultati "letterali", facendo uso dei simboli che denotano grandezze note (questi simboli sono sottolineati nel testo). Allegate "brutte copie" chiare e dettagliate. ***Le risposte non adeguatamente giustificate "in brutta" non saranno prese in considerazione.***

1. Un manicotto (puntiforme!) di massa $\underline{m}$ può scorrere senza attrito essendo infilato su una guida rigida e fissa (un tondino) che ha la forma di una semicirconferenza di raggio $\underline{R}$ disposta su un piano verticale. Inizialmente al manicotto è applicata una forza esterna $\boldsymbol{F_{eq}}$ che ha direzione orizzontale, verso come in figura e modulo incognito. Per effetto di questa forza il manicotto si trova in equilibrio nella posizione indicata in figura: l'angolo $\underline{\theta_0}$ è noto. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità]

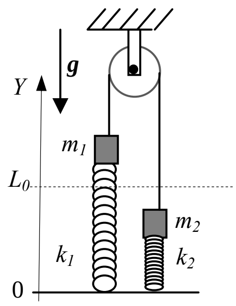


   a) Come si esprime il modulo della forza F_{eq} che permette l'equilibrio?
   F_{eq} = ……………………………………

   b) Come si esprime, in queste stesse condizioni di equilibrio, il modulo della reazione vincolare N_{eq} esercitata dal tondino-guida sul manicotto?
   N_{eq} = ……………………………………

   c) A un dato istante la forza esterna applicata aumenta istantaneamente il proprio modulo al valore $F' = 2F_{eq}$, con F_{eq} determinato sopra, e il manicotto prende a muoversi. Quanto vale il modulo della reazione vincolare N' nell'istante in cui il manicotto passa per il punto più alto della guida? Immaginando che $\theta_0 = \pi/4$, che verso ha questa forza di reazione vincolare? [Supponete che la forza esterna applicata al manicotto si mantenga costante per tutto lo spostamento; per il calcolo numerico, ricordate che $sin(\pi/4) = cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$]
   N' = ……………………………………
   Verso di N': ………………………….

2. Una "macchina di Atwood" un po' speciale è realizzata come rappresentato in figura. In sostanza, una fune inestensibile e di massa trascurabile passa sulla gola di una puleggia **di massa trascurabile** e termina con due masse, $m_1 = 2\underline{m}$ e $m_2 = \underline{m}$, con m noto, libere di muoversi in direzione verticale. Le masse sono vincolate a due molle di massa trascurabile e costanti elastiche rispettivamente $k_1 = \underline{k}$ e $k_2 = 4\underline{k}$, con k noto, i cui altri estremi sono fissati a un pavimento indeformabile. Le lunghezze a riposo delle due molle sono uguali e valgono $\underline{L_0}$ (noto), per cui le due masse si trovano alla stessa quota L_0 quando le due molle sono a riposo. Inoltre si sa che la fune rimane sempre tesa (anche durante il movimento delle masse) e che gli attriti sono tutti trascurabili. Per la soluzione usate il riferimento indicato in figura (asse Y verticale, orientato verso l'alto e centrato sul pavimento) e indicate con y_1 e y_2 le posizioni generiche delle due masse, da intendersi ovviamente puntiformi. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità e notate che la figura si riferisce a una "configurazione" qualsiasi, non necessariamente di equilibrio!]

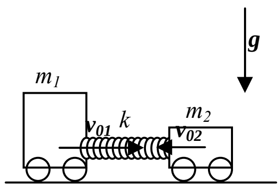


   a) Come si esprime la posizione di equilibrio y_{2eq} della massa m_2?
   y_{2eq} = ……………………………………

   b) Inizialmente il sistema viene "preparato" spostando, con una manina, la massa m_2 nella posizione y_{20} (con $y_{20} < L_0$). In conseguenza di questo spostamento, anche la massa m_1 viene ovviamente spostata. A un dato istante la manina si toglie di mezzo e le masse sono libere di muoversi (m_2 verso l'alto e m_1 verso il basso) partendo da ferme. Come si esprime la velocità v_2' della massa m_2 nell'istante in cui essa si trova a passare per la posizione $y_2' = L_0$?
   v_2' = ……………………………………

   c) Dimostrate, discutendo per bene in brutta tutti gli aspetti necessari, che il moto della massa m_2 è armonico e determinatene il periodo T.
   Discussione: ……………………………………
   T = ……………………………………

3. Un trenino è composto da due carrellini di massa $m_1 = 3\underline{m}$ e $m_2 = \underline{m}$, con m noto, legati tra loro da una molla di massa trascurabile e costante elastica $\underline{k}$ nota. I due carrellini si muovono con attrito trascurabile in direzione orizzontale. A un dato istante, la molla si trova alla propria lunghezza di riposo e i carrellini si muovono **in verso opposto** (vedi figura) con velocità di **modulo** differente. In particolare il carrellino 1 ha velocità $v_{01} = 2\underline{v_0}$ mentre il carrellino 2 ha velocità $v_{02} = \underline{v_0}$, con v_0 noto (in buona sostanza, i due carrellini tendono a urtarsi frontalmente). Nell'evoluzione successiva, i due carrellini prima si avvicinano tra loro e la molla viene compressa, diminuendo la propria lunghezza, e quindi si allontanano tra loro e la molla viene estesa, aumentando la propria lunghezza fino a un certo valore massimo.



   a) Spiegate per bene, in brutta, quali grandezze meccaniche del sistema dei due carrellini con molla si conservano nel moto, e perché l'eventuale conservazione si verifica.
   Spiegazione: ……………………………

   b) Come si esprime la velocità v_1' che il carrellino 1 possiede nell'istante (o negli istanti) in cui la molla raggiunge la propria lunghezza massima?
   v_1' = ……………………………………

   c) Sapendo che la lunghezza di riposo della molla è $\underline{L_0}$ (nota), come si esprime la lunghezza massima L_{max} raggiunta dalla molla?
   L_{max} = ……………………………………

Nota: l'esito della prova verrà pubblicato appena possibile sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come codice identificativo le ultime quattro cifre del numero di matricola. In caso di assenza della matricola, indicate qui un codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

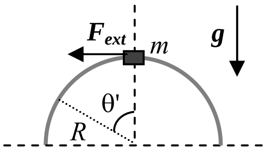
B

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 12/12/2014

Nome e cognome: ……………………………………………………. Matricola: ……………

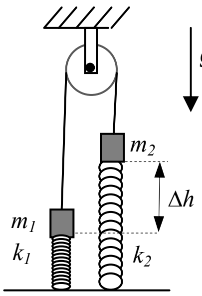
Nella prova non sono presenti valori numerici delle grandezze, dunque non potete riportare risultati numerici. Siete tenuti a riportare i risultati "letterali", facendo uso dei simboli che denotano grandezze note (questi simboli sono sottolineati nel testo). Allegate "brutte copie" chiare e dettagliate. ***Le risposte non adeguatamente giustificate "in brutta" non saranno prese in considerazione.***

1. Un manicotto (puntiforme!) di massa $\underline{m}$ può scorrere senza attrito essendo infilato su una guida rigida e fissa (un tondino) che ha la forma di una semicirconferenza di raggio $\underline{R}$ disposta su un piano verticale. Inizialmente il manicotto si trova fermo in equilibrio nel punto più alto della guida, come rappresentato in figura. A un dato istante al manicotto è applicata una forza esterna $\boldsymbol{F_{ext}}$ che ha direzione orizzontale, verso come in figura e modulo $\underline{F_{ext}}$ noto. Per effetto di questa forza il manicotto prende a muoversi, passando per la posizione indicata in figura con una linea punteggiata (l'angolo $\underline{\theta}$' è noto e vale $\pi/3$). [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$ e $cos(\pi/3) = ½$; si suppone che la forza resti costante durante l'intero spostamento considerato]



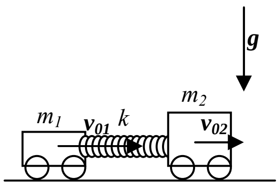
   a) Come si esprime la velocità v' con cui il manicotto passa per la posizione θ'?
   v' = ……………………………………
   b) Come si esprime il modulo della reazione vincolare N' esercitata dalla guida sul manicotto nell'istante in cui esso passa per la posizione θ'?
   N' = ……………………………………
   c) Discutete come cambierebbe la soluzione del quesito a) nel caso in cui la guida fosse scabra e presentasse un attrito dinamico con coefficiente $\underline{\mu}$ noto. [Occhio: la soluzione completa è davvero troppo complicata per voi: limitatevi a impostarla, spiegando per bene in brutta come dovreste procedere e portandola avanti quanto possibile]
   Discussione: ………………………….

2. Una "macchina di Atwood" un po' speciale è realizzata come rappresentato in figura. In sostanza, una fune inestensibile e di massa trascurabile passa sulla gola di una puleggia **di massa trascurabile** e termina con due masse (puntiformi!), $m_1 = \underline{m}$ e $m_2 = 3\underline{m}$, con m noto, libere di muoversi in direzione verticale. Le masse sono vincolate a due molle di massa trascurabile e costanti elastiche rispettivamente $k_1 = 2\underline{k}$ e $k_2 = \underline{k}$, con k noto, i cui altri estremi sono fissati a un pavimento indeformabile. Le lunghezze a riposo delle due molle sono uguali, per cui le due masse si trovano alla stessa quota quando le due molle sono a riposo. Inoltre si sa che la fune rimane sempre tesa (anche durante il movimento delle masse) e che gli attriti sono tutti trascurabili. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Inizialmente il sistema viene "preparato" come indicato in figura. In sostanza, una manina spinge verso il basso la massa m_1 per un certo tratto e, contestualmente, la massa m_2 si alza; la distanza in quota tra le masse in questa configurazione iniziale è $\underline{\Delta h}$ (nota). Poi la manina si toglie di mezzo e le masse cominciano a muoversi partendo da ferme. A un dato istante esse passano per una posizione tale che **entrambi le molle** si trovano alla propria lunghezza di riposo. Come si esprime la velocità v_1' della massa 1 in questo istante? [Tenete in debito conto la geometria del sistema, che permette di determinare facilmente compressione e estensione iniziali delle molle]
   v_1' = ……………………………………
   b) Come si esprime l'estensione $\Delta\ell_{eq1}$ della molla 1 quando il sistema (le due masse!) è in equilibrio? [Occhio: la posizione di equilibrio non coincide necessariamente né con la posizione iniziale né con quella "finale" della situazione considerata nel punto a); ricordate che l'estensione di una molla è definita come la differenza tra lunghezza attuale e lunghezza di riposo]
   $\Delta\ell_{eq1}$ = ……………………………………
   c) Dimostrate, discutendo per bene in brutta, che il moto della massa m_1 è armonico e determinatene la pulsazione ω.
   Discussione: ……………………………………
   ω = ……………………………………

3. Un trenino è composto da due carrellini di massa $m_1 = \underline{m}$ e $m_2 = 2\underline{m}$, con m noto, legati tra loro da una molla di massa trascurabile e costante elastica $\underline{k}$ nota. I due carrellini si muovono con attrito trascurabile in direzione orizzontale. A un dato istante, la molla si trova alla propria lunghezza di riposo e i carrellini si muovono entrambi nello stesso verso (verso la destra di figura) con velocità di modulo differente. In particolare il carrellino 1 ha velocità $v_{01} = 2\underline{v_0}$ mentre il carrellino 2 ha velocità $v_{02} = \underline{v_0}$, con v_0 noto (in buona sostanza, il carrellino 1 tende a tamponare il carrellino 2). Nell'evoluzione successiva, si osserva che il carrellino 1 si avvicina al carrellino 2 e la molla viene compressa, diminuendo la propria lunghezza.



   a) Spiegate per bene, in brutta, quali grandezze meccaniche del sistema dei due carrellini con molla si conservano nel moto, e perché l'eventuale conservazione si verifica.
   Spiegazione: ……………………………
   b) Come si esprime la velocità v_2' che il carrellino 2 possiede nell'istante (o negli istanti) in cui la molla raggiunge la propria compressione massima? [Per fugare ogni dubbio, la compressione è definita come differenza fra lunghezza di riposo e lunghezza attuale della molla: quando la compressione è massima, la lunghezza attuale della molla è minima]
   v_2' = ……………………………………
   c) Come si esprime la compressione massima $\Delta\ell_{max}$ della molla?
   $\Delta\ell_{max}$ = ……………………………………

Nota: l'esito della prova verrà pubblicato appena possibile sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come codice identificativo le ultime quattro cifre del numero di matricola. In caso di assenza della matricola, indicate qui un codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).