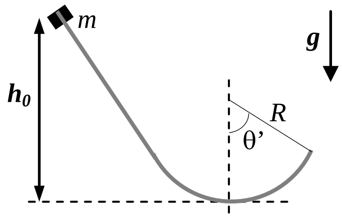
A

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 18/12/2015

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

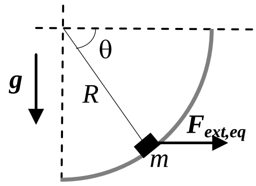
Nella prova non sono presenti valori numerici delle grandezze, dunque non potete riportare risultati numerici. Siete tenuti a riportare i risultati "letterali", facendo uso dei simboli che denotano grandezze note (questi simboli sono sottolineati nel testo). Allegate "brutte copie" chiare e dettagliate. ***Le risposte non adeguatamente giustificate "in brutta" non saranno prese in considerazione.***

1. Un manicotto (puntiforme!) di massa $\underline{m}$ può scorrere senza attrito essendo infilato su una guida rigida e fissa (un tondino) che ha la forma rappresentata in figura: un tratto obliquo è raccordato con un tratto di circonferenza di raggio $\underline{R}$. Come indicato in figura, il tratto di circonferenza sottende un angolo $\theta' = \pi/3$ (misurato rispetto alla verticale); l'intero percorso è disposto su un piano verticale. Inizialmente il manicotto si trova fermo sulla "sommità" del percorso, a una quota $h_0 = 2R$ rispetto al "suolo". A un dato istante esso è lasciato andare con velocità iniziale nulla, percorrendo interamente la guida fino a distaccarsene. [Tutti gli attriti si considerano trascurabili; indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità; nell'esprimere la soluzione può farvi comodo ricordare che $sin\theta' = \sqrt{3}/2$ e $cos\theta' = 1/2$]



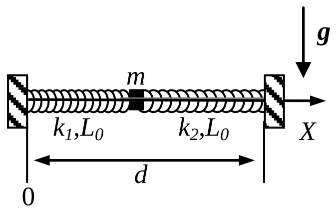
   a) Come si esprime la quota massima h_{MAX} che il manicotto raggiunge una volta staccatosi dalla guida? [Si intende che tale quota va determinata rispetto al "suolo"]
   h_{MAX} = ……………………………………
   b) Come si esprime il modulo della reazione vincolare N' esercitata dal tondino-guida sul manicotto subito prima che esso si distacchi dalla guida? [Ricordate che il manicotto è puntiforme: subito prima significa quando, di fatto, esso è arrivato al termine della guida, ma ancora risente della presenza della guida stessa…]
   N' = ……………………………………

2. Un oggetto puntiforme di massa $\underline{m}$ può muoversi con attrito trascurabile essendo posto su una guida che ha la forma di un quarto di circonferenza di raggio $\underline{R}$, disposta su un piano verticale. Inizialmente l'oggetto si trova in equilibrio nella posizione di figura (l'angolo indicato vale $\theta = \pi/3$, misurato <u>rispetto all'orizzontale</u>) essendo sottoposto all'azione di una forza "esterna" orizzontale e di verso come in figura, che ha modulo incognito $F_{ext,eq}$. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità; nell'esprimere la soluzione può farvi comodo ricordare che $sin\theta = \sqrt{3}/2$ e $cos\theta = ½$]



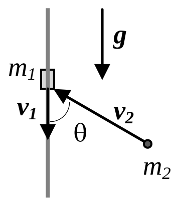
   a) Come si esprime il modulo della forza $F_{ext,eq}$?
   $F_{ext,eq}$ = ……………………………………
   b) Supponete ora che, per magia, il modulo della forza esterna applicata all'oggetto quadruplichi, diventando $F_{ext} = 4F_{ext,eq}$, con $F_{ext,eq}$ determinato sopra. In queste nuove condizioni l'equilibrio non c'è più e l'oggetto prende a muoversi, partendo da fermo, verso il punto più alto della guida. Assumendo che la forza $\mathbf{F}_{ext}$ resti uniforme in modulo, costantemente orizzontale e sempre applicata all'oggetto durante la sua risalita lungo la guida, come si esprime il modulo della velocità v' con la quale l'oggetto giunge al punto più alto della guida?
   v' = ……………………………………

3. Un manicotto (puntiforme!) di massa $\underline{m}$ può muoversi con attrito trascurabile su una guida costituita da un tondino rigido e fisso disposto in direzione orizzontale. Come rappresentato in figura, al manicotto sono vincolati gli estremi di due molle distinte di massa trascurabile, che hanno la stessa lunghezza di riposo $\underline{L_0}$ ma costanti elastiche diverse, rispettivamente $\underline{k_1}$ e $\underline{k_2}$. Gli altri due estremi di queste molle sono vincolati a due muretti verticali fissi, posti a distanza relativa $\underline{d}$ l'uno dall'altro. Si sa che valgono le seguenti relazioni tra alcuni dati noti del problema: $L_0 = d$ e $k_1 = 2k_2$. Nella soluzione <u>dovete</u> usare il riferimento (asse X) di figura, orizzontale, orientato verso la destra e con l'origine nel muretto "di sinistra". La posizione (generica) del manicotto deve essere indicata con la coordinata (generica) x rispetto a questo riferimento.



   a) Come si esprime la posizione di equilibrio x_{eq} del manicotto?
   x_{eq} = ……………………………………
   b) Supponete ora che il manicotto venga spostato, da un operatore esterno, nella posizione di coordinata $x_0 = d/6$ e che da qui venga lasciato andare, all'istante $t_0 = 0$, con velocità iniziale nulla. Come si esprime la velocità v' del manicotto nell'istante in cui esso passa per la posizione di equilibrio?
   v' = ……………………………………
   c) Come si esprime l'istante t' in cui il manicotto passa per la prima volta nella posizione per la posizione di equilibrio, come da domanda precedente? [Date, in brutta, una spiegazione esauriente della vostra risposta]
   t' = ……………………………………
   Spiegazione: ……………………………………

4. Un manicotto di massa $\underline{m_1}$ può scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione verticale. A un certo istante il manicotto si muove verso il basso con velocità di modulo $\underline{v_1}$; in questo stesso istante nel manicotto si conficca un proiettile di massa $m_2 = m_1/5$ che impatta sul manicotto avendo, subito prima dell'urto, la velocità $\mathbf{v_2}$ diretta come in figura (il proiettile arriva "dal basso" e l'angolo, misurato rispetto alla verticale, vale $\theta = \pi/3$) e di modulo $v_2 = 5v_1$. [Tenete in debito conto che il processo di urto è praticamente istantaneo; nell'esprimere la soluzione può farvi comodo ricordare che $sin\theta = \sqrt{3}/2$ e $cos\theta = ½$]



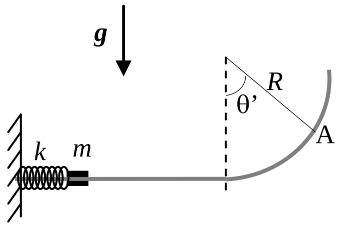
   a) Come si esprime la velocità v' con cui il sistema manicotto+proiettile (conficcato) si muove <u>subito dopo</u> l'urto?
   v' = ……………………………………

Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 18/12/2015

Nome e cognome: …………………………………………………….   Matricola: ……………

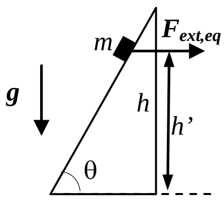
Nella prova non sono presenti valori numerici delle grandezze, dunque non potete riportare risultati numerici. Siete tenuti a riportare i risultati "letterali", facendo uso dei simboli che denotano grandezze note (questi simboli sono sottolineati nel testo). Allegate "brutte copie" chiare e dettagliate. ***Le risposte non adeguatamente giustificate "in brutta" non saranno prese in considerazione.***

1. Un manicotto (puntiforme!) di massa $\underline{m}$ può scorrere senza attrito essendo infilato su una guida rigida e fissa (un tondino) che ha la forma rappresentata in figura: un tratto orizzontale è raccordato con un quarto di circonferenza di raggio $\underline{R}$. Come indicato in figura, all'inizio del tratto orizzontale si trova un "cannoncino a molla", costituito da una molla di massa trascurabile e costante elastica $\underline{k}$ che inizialmente si trova compressa per un tratto $\underline{\Delta_0}$. Un estremo della molla è vincolato a un muretto verticale, mentre l'altro estremo è posto a contatto con il manicotto (a contatto senza essere vincolato!). A un dato istante la causa che manteneva compressa la molla viene rimossa, e il manicotto si mette in movimento da fermo che era (il cannoncino a molla funziona come il meccanismo del flipper!). Esso percorre la guida e, infine, se ne distacca. [Tutti gli attriti si considerano trascurabili; indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità]



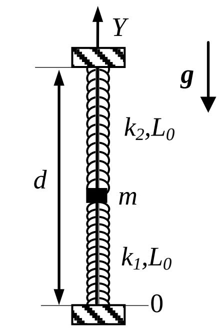
   a) Come si esprime la quota massima h_{MAX} che il manicotto raggiunge una volta distaccatosi dalla guida? [Si intende che tale quota va determinata rispetto al tratto orizzontale della guida]
   h_{MAX} = ……………………………………
   b) Come si esprime il modulo della reazione vincolare N' esercitata dal tondino-guida sul manicotto nell'istante in cui questo passa per la posizione A indicata in figura? [L'angolo indicato in figura misura $\theta' = \pi/3$ rispetto alla verticale; nell'esprimere la soluzione può farvi comodo ricordare che $sin\theta' = \sqrt{3}/2$ e $cos\theta' = ½$]
   N' = ……………………………………

2. Un oggetto puntiforme di massa $\underline{m}$ può muoversi con attrito trascurabile su un piano inclinato che forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale e ha un'altezza $\underline{h}$. Inizialmente l'oggetto si trova in equilibrio nella posizione di figura (l'altezza indicata vale $h' = 3h/4$) essendo sottoposto all'azione di una forza "esterna" orizzontale e di verso come in figura, che ha modulo incognito $F_{ext,eq}$. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità; nell'esprimere la soluzione può farvi comodo ricordare che $sin\theta = \sqrt{3}/2$ e $cos\theta = ½$]



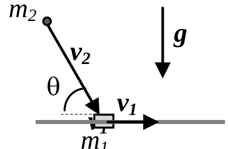
   a) Come si esprime il modulo della forza $F_{ext,eq}$?
   $F_{ext,eq}$ = ……………………………………
   b) Supponete ora che, per magia, il modulo della forza esterna applicata al manicotto si dimezzi, diventando $F_{ext} = F_{ext,eq}/2$, con $F_{ext,eq}$ determinato sopra. In queste nuove condizioni l'equilibrio non c'è più e l'oggetto prende a muoversi, partendo da fermo, verso il punto più basso del piano inclinato. Assumendo che la forza $\mathbf{F}_{ext}$ resti uniforme in modulo, costantemente orizzontale e sempre applicata all'oggetto durante la sua discesa lungo il piano inclinato, come si esprime il modulo della velocità v' con la quale l'oggetto giunge al punto più basso del piano inclinato?
   v' = ……………………………………

3. Un manicotto (puntiforme!) di massa $\underline{m}$ può muoversi con attrito trascurabile su una guida costituita da un tondino rigido e fisso disposto in direzione verticale. Come rappresentato in figura, al manicotto sono vincolati gli estremi di due molle distinte di massa trascurabile, che hanno la stessa lunghezza di riposo $\underline{L_0}$ ma costanti elastiche diverse, rispettivamente $\underline{k_1}$ e $\underline{k_2}$. Gli altri due estremi di queste molle sono vincolati al pavimento e al solaio, posti a distanza relativa $\underline{d}$ l'uno dall'altro. Si sa che valgono le seguenti relazioni tra alcuni dati noti del problema: $L_0 = d/2$ e $k_1 = 2k_2$. Nella soluzione dovete usare il riferimento (asse Y) di figura, orizzontale, orientato verso l'alto e con l'origine al pavimento. La posizione (generica) del manicotto deve essere indicata con la coordinata (generica) y rispetto a questo riferimento. [Usate il simbolo g per il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Come si esprime la posizione di equilibrio y_{eq} del manicotto?
   y_{eq} = ……………………………………
   b) Supponete ora che il manicotto venga spostato, da un operatore esterno, nella posizione $y_0 = 0$ e che poi venga, a un dato istante, lasciato libero di muoversi da questa posizione avendo velocità iniziale nulla. Discutete per bene, in brutta, che tipo di moto compie il manicotto nella sua evoluzione successiva a questo istante.
   Discussione: ……………………………………
   c) Come si esprime la quota massima y_{MAX} raggiunta dal manicotto nel suo moto?
   y_{MAX} = ……………………………………

4. Un manicotto di massa $\underline{m_1}$ può scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione orizzontale. Inizialmente il manicotto si muove con velocità $\mathbf{v_1}$ diretta nel verso positivo dell'asse X (parallelo alla guida) e di modulo $\underline{v_1}$. A un dato istante nel manicotto si conficca un proiettile di massa $m_2 = m_1/5$ che impatta sul manicotto avendo, subito prima dell'urto, la velocità $\mathbf{v_2}$ diretta come in figura (il proiettile proviene "da sinistra" e l'angolo indicato, misurato rispetto all'orizzontale, vale $\theta = \pi/3$) e di modulo $\underline{v_2}$. [Nell'esprimere la soluzione può farvi comodo ricordare che $sin\theta = \sqrt{3}/2$ e $cos\theta = ½$]



   a) Come si esprime la velocità v' con cui il sistema manicotto+proiettile (conficcato) si muove subito dopo l'urto?
   v' = ……………………………………