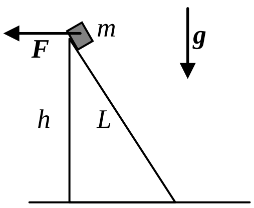
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 14/12/2016

Nome e cognome: ……………………………………………………   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

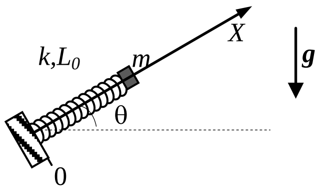
1. Un punto si muove sul piano orizzontale compiendo una traiettoria **circolare** di raggio $\underline{R}$ con accelerazione **angolare costante e uniforme** (incognita). All'istante t_0 = 0 il punto si trova fermo nella posizione $\theta_0 = 0$ e si sa che all'istante $\underline{t_1}$ il punto ha percorso metà giro.
   a) Come si esprime l'istante t_2 al quale il punto avrà percorso un giro completo?
   t_2 = ……………………………………
   b) Come si esprime il **modulo** a_2 dell'accelerazione all'istante t_2?
   a_2 = ……………………………………

2. Una piccola cassa di massa $\underline{m}$ (puntiforme) è appoggiata sulla sommità di un piano inclinato liscio (attrito trascurabile) di altezza $\underline{h}$ e lunghezza $\underline{L}$ (il piano è rigido, indeformabile e fisso nello spazio). Sulla cassa agisce una forza esterna $\boldsymbol{F}$ applicata in direzione orizzontale, come in figura, di modulo F_{eq} incognito. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Supponete che nelle condizioni sopra descritte la cassa rimanga in equilibrio. Come si esprime il modulo della forza F_{eq} ?
   F_{eq} = ……………………………………
   b) Supponete che, a un dato istante, il modulo della forza $\boldsymbol{F}$ si dimezzi rispetto al valore necessario per l'equilibrio, cioè diventi $F' = F_{eq}/2$. In conseguenza di questo, si osserva che la cassa comincia a muoversi partendo da ferma e scendendo verso il basso del piano inclinato. Come si esprime la sua velocità v' (in modulo) nell'istante in cui raggiunge la base del piano inclinato? [Si intende che la forza $\boldsymbol{F}$, di modulo F' , rimane costantemente orizzontale e applicata alla cassa per tutta la durata del processo considerato]
   v' = ……………………………………

3. Un manicotto (puntiforme) di massa $\underline{m}$ può scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida e fissa (un tondino) disposta lungo una direzione che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Il manicotto è vincolato a una molla di massa trascurabile, costante elastica $\underline{k}$ e lunghezza di riposo $\underline{L_0}$, il cui altro estremo è inchiodato alla base della guida (vedi figura), in corrispondenza dell'origine di un asse X parallelo alla guida (e all'asse della molla) orientato verso l'alto. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\sin(\pi/6) = ½$ e $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} = 1.73$]



   a) Come si esprime la posizione di equilibrio x_{EQ} del manicotto e che tipo di moto compie il manicotto? [Spiegate bene in brutta le motivazioni delle vostre affermazioni]
   x_{EQ} = ……………………………………
   b) Supponete ora che il manicotto sia stato messo in movimento da qualche causa esterna e che, a un dato istante, esso **passi** per la posizione di equilibrio con una certa velocità $\underline{v_0}$ (positiva). Nell'evoluzione successiva del moto, esso raggiungerà (per infinite volte, essendo il moto periodico) una posizione x' che corrisponde alla massima coordinata nel sistema di riferimento dato, ovvero alla massima distanza dalla base della guida. Come si esprime x' ?
   x' = ……………………………………

B

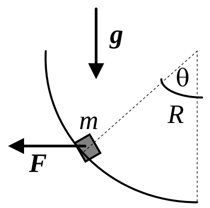
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 14/12/2016

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

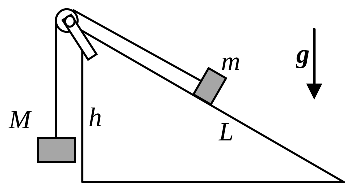
1. Un punto si muove sul piano orizzontale compiendo una traiettoria **circolare** di raggio $\underline{R}$ con accelerazione **angolare costante e uniforme** (incognita). All'istante $t_0 = 0$ il punto passa per la posizione $\theta_0 = 0$ con velocità angolare $\underline{\omega_0}$ e si sa che esso si ferma (istantaneamente) dopo aver percorso mezzo giro.
   a) Come si esprime l'istante t_1 al quale il punto si ferma?
   $t_1 =$ ……………………………………
   b) Come si esprime il **modulo** a_0 dell'accelerazione del punto all'istante t_0?
   $a_0 =$ ……………………………………

2. Una piccola cassa di massa $\underline{m}$ (puntiforme) è appoggiata "a metà strada" di una guida rigida e fissa nello spazio, che ha la forma di un quarto di circonferenza di raggio $\underline{R}$ e presenta una superficie liscia (attrito trascurabile). Sulla cassa agisce una forza esterna $\boldsymbol{F}$ applicata in direzione orizzontale, come in figura, di modulo F_{eq} incognito. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità; l'angolo θ di figura vale $\theta = \pi/4$; ricordate che $sin(\pi/4) = cos(\pi/4) = \sqrt{2}/2$, con $\sqrt{2} = 1.41$]



   a) Supponete che nelle condizioni sopra descritte la cassa rimanga in equilibrio. Come si esprime il modulo della reazione vincolare N esercitata dalla guida sulla cassa?
   $N =$ ……………………………………
   b) Supponete che, a un dato istante, il modulo della forza $\boldsymbol{F}$ diventi un quarto del valore necessario per l'equilibrio, cioè diventi $F' = F_{eq}/4$. In conseguenza di questo, si osserva che la cassa comincia a muoversi partendo da ferma e scendendo verso il basso della guida. Come si esprime la sua velocità v' (in modulo) nell'istante in cui essa raggiunge il punto più basso della guida? [Si intende che la forza $\boldsymbol{F}$, di modulo F' , rimane costantemente orizzontale e applicata alla cassa per tutta le durata del processo]
   $v' =$ ……………………………………

3. Una (piccola) cassa di massa $\underline{m}$ può scivolare con attrito trascurabile lungo un piano inclinato di altezza $\underline{h}$ e lunghezza $\underline{L} = 2h$. Alla cassa è legata una fune inestensibile di massa trascurabile, il cui altro estremo è vincolato ad un oggetto di massa $\underline{M} = 4m$. La fune passa per la gola di una puleggia di **massa trascurabile**, che dunque non influisce sulla dinamica del sistema, la quale può ruotare con attrito trascurabile attorno al proprio asse ed è attaccata alla sommità del piano inclinato attraverso un giogo, come rappresentato in figura: notate che la fune, nel tratto che va dalla puleggia alla cassa, è parallela al piano inclinato. Cassa e massa (e quant'altro) sono libere di muoversi. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Come si esprime il modulo T della tensione della fune?
   $T =$ ……………………………………
   b) Supponendo che inizialmente la cassa (l'oggetto di massa $\underline{m}$) si trovi ferma alla base del piano inclinato (cioè al suo punto più basso) e che la fune sia tesa, quanto vale in modulo la velocità v' con cui la cassa raggiunge la sommità del piano stesso? [Considerate, ovviamente, che non ci siano "ostacoli" di tipo geometrico, ad esempio lunghezza e/o altezza del piano inclinato, che impediscano questo processo e ricordate che gli oggetti considerati sono tutti puntiformi]
   $v' =$ ……………………………………

C

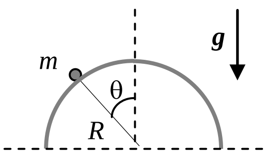
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 14/12/2016

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

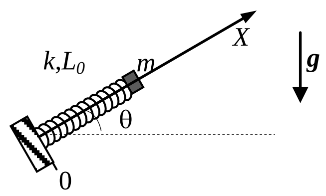
1. Un punto si muove sul piano orizzontale compiendo una traiettoria **circolare** di raggio $\underline{R}$ con accelerazione **angolare costante e uniforme** $\underline{\alpha}$. All'istante $t_0 = 0$ il punto passa per la posizione $\theta_0 = 0$ avendo una velocità angolare ω_0 (incognita). Si sa inoltre che all'istante $\underline{t_1}$ il punto ha percorso un giro completo.
   a) Come si esprime la velocità angolare ω_1 che il punto possiede all'istante t_1 , cioè al compimento di un giro completo?
   ω_1 = ……………………………………
   b) Come si esprime il **modulo** a_1 dell'accelerazione all'istante t_1 ?
   a_1 = ……………………………………

2. Una pallina (puntiforme) di massa $\underline{m}$ si trova inizialmente ferma sulla sommità di una guida semicircolare rigida e fissa di raggio $\underline{R}$ disposta su un piano verticale (la pallina è "appoggiata" sulla guida e può muoversi con attrito trascurabile su di essa). La posizione della pallina viene indicata attraverso l'angolo θ compreso tra la direzione verticale e quella del "raggio vettore" che, spiccato dal centro della semicirconferenza, raggiunge la pallina (in figura si rappresenta un angolo θ **generico**): la posizione iniziale della pallina corrisponde a $\theta_0 = 0$, che è una posizione di equilibrio. A un dato istante, la pallina si mette in movimento da questa posizione di equilibrio verso la sinistra di figura avendo una **piccolissima** velocità iniziale di modulo $\underline{v_0}$. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Per un certo tratto della sua discesa, si osserva che la pallina resta a contatto con la guida, cioè percorre una traiettoria circolare. Detto θ il valore generico dell'angolo che indica la posizione della pallina, come si scrive la velocità v della pallina? [Dovete scrivere una sorta di funzione che esprima questa velocità per un valore generico di θ]
   v = ……………………………………
   b) Come si esprime l'angolo θ' per il quale avviene la pallina si distacca dalla guida? [Spiegate bene, in brutta, il ragionamento necessario per giungere alla risposta]
   θ' = ………………………….

3. Un manicotto (puntiforme) di massa m (incognita) può scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida e fissa (un tondino) disposta lungo una direzione che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Il manicotto è vincolato a una molla di massa trascurabile, costante elastica $\underline{k}$ e lunghezza di riposo $\underline{L_0}$, il cui altro estremo è inchiodato alla base della guida (vedi figura), in corrispondenza dell'origine di un asse X parallelo alla guida (e all'asse della molla) e orientato verso l'alto. Si sa che la posizione di equilibrio del manicotto è $\underline{x_{EQ}} = L_0/2$. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/6) = ½$ e $cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} = 1.73$]



   a) Come si esprime la massa m del manicotto e che tipo di moto esso compie? [Spiegate bene in brutta le motivazioni delle vostre affermazioni]
   m = ……………………………………
   b) Supponete ora che il manicotto sia spostato da qualche causa esterna (una manina) nella posizione $\underline{x_0} = L_0/4$ e che da qui venga lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. Nell'evoluzione successiva del moto, esso **passerà** di nuovo per la posizione di equilibrio avendo una certa velocità di modulo v' . Come si esprime v' ?
   v' = ……………………………………

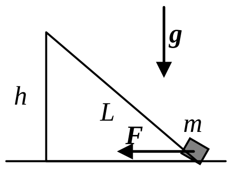
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 14/12/2016

Nome e cognome: ………………………………………………………… Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

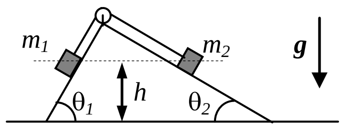
1. Un punto si muove sul piano orizzontale compiendo una traiettoria **circolare** di raggio $\underline{R}$ con accelerazione **angolare costante e uniforme** α (incognita). All'istante $t_0 = 0$ il punto è fermo nella posizione $\theta_0 = 0$. Si sa che all'istante $\underline{t_1}$ esso ha compiuto mezzo giro.
   a) Come si esprime la posizione angolare θ_2 che il punto assume all'istante $t_2 = 2t_1$?
   $\theta_2 =$ ……………………………………
   b) Come si esprime il **modulo** a_2 dell'accelerazione all'istante t_2 ?
   $a_2 =$ ……………………………………

2. Una piccola cassa di massa $\underline{m}$ (puntiforme) è appoggiata su un piano inclinato liscio (attrito trascurabile) di altezza $\underline{h}$ e lunghezza $\underline{L} = 2h$ (il piano è rigido, indeformabile e fisso nello spazio). Inizialmente la cassa è ferma alla base del piano; a un dato istante, su di essa viene applicata una forza esterna $\boldsymbol{F}$ che ha direzione orizzontale, come in figura, e modulo $\underline{F}$. Sotto l'azione di questa forza, la cassa prende a muoversi verso la sommità del piano inclinato. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Come si esprime il modulo dell'accelerazione a della cassa? [Date la risposta considerando che la cassa, puntiforme, si trovi proprio all'inizio del piano inclinato, come in figura]
   $a =$ ……………………………………
   b) Supponete che, mentre la cassa risale sul piano inclinato sotto l'azione della forza $\boldsymbol{F}$, questa a un dato istante venga "spenta", cioè annullata: immaginate in particolare che questo si verifichi nell'istante in cui la cassa passa per "metà strada" del piano inclinato, cioè quando essa ha percorso un tratto pari a $L/2$ sul piano stesso. Si osserva che, dopo lo spegnimento della forza, la cassa continua a salire sul piano inclinato fino a raggiungere una certa quota h' . Come si esprime h' ? [Si tratta di una quota misurata a partire dall'orizzontale che passa per il punto più basso del piano inclinato]
   $h' =$ ……………………………………

3. Due piccoli blocchi (puntiformi) di massa $\underline{m_1}$ e $\underline{m_2} = m_1/4$ si trovano su due piani inclinati (lisci, fissi, rigidi ed indeformabili) che hanno inclinazioni rispetto all'orizzontale rispettivamente $\theta_1 = \pi/3$ e $\theta_2 = \pi/6$. I due blocchi, che possono scorrere sui piani inclinati con attrito trascurabile, sono collegati tra loro da una fune (inestensibile e di massa trascurabile) che passa per la gola di una puleggia (priva di attriti e di **massa trascurabile**) come indicato in figura; la fune rimane parallela ai piani inclinati. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} = 1.73$ e $sin(\pi/6) = cos(\pi/3) = 1/2$]



   a) Come si esprime, in modulo, l'accelerazione a_1 del blocco 1 (quello di massa $\underline{m_1}$)?
   $a_1 =$ ……………………………..
   b) Immaginate ora di far partire da fermi i blocchi dalla posizione indicata in figura (inizialmente essi si trovano ad altezza $\underline{h}$ dall'orizzontale). Come si esprime la velocità v_1' con la quale il blocco 1 raggiunge la base del "proprio" piano inclinato?
   $v_1' =$ ……………………………..

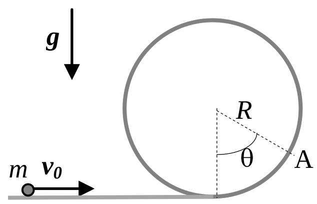
Corso di Laurea Ing. EA – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 14/12/2016

Nome e cognome: ……………………………………………………..   Matricola: ……………

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

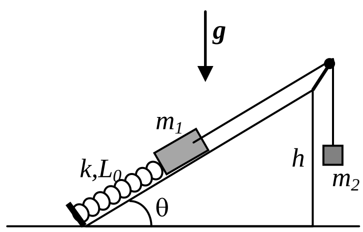
1. Un punto si muove sul piano orizzontale compiendo una traiettoria **circolare** di raggio $\underline{R}$ con accelerazione **angolare costante e uniforme** α (incognita). All'istante $t_0 = 0$ il punto passa per la posizione $\theta_0 = 0$ avendo una velocità angolare ω_0 (incognita). Si sa inoltre che all'istante $\underline{t_1}$ il punto si ferma (istantaneamente) avendo percorso un giro completo.
   a) Come si esprime la velocità angolare ω_0 ?
   $\omega_0 =$ ……………………………………
   b) Come si esprime il **modulo** a_1 dell'accelerazione all'istante t_1 , istante in cui il punto si ferma? [Attenti ai trabocchetti!]
   $a_1 =$ ……………………………………

2. Una pallina (puntiforme) di massa $\underline{m}$ si muove con attrito trascurabile su una guida rigida e fissa trovandosi appoggiata su di essa. La guida ha il tracciato indicato in figura: dopo un tratto orizzontale, essa forma una circonferenza di raggio $\underline{R}$ disposta su un piano verticale. Si fanno diverse prove in cui la pallina viene lanciata con velocità $\boldsymbol{v_0}$ (di modulo via via crescente) sul tratto orizzontale: si osserva che solo per $v_0 > v_{0MIN}$ la pallina percorre per intero il "giro della morte". [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Come si esprime v_{0MIN} ? [Spiegate per bene, in brutta, il ragionamento seguito]
   $v_{0MIN} =$ ……………………………………
   b) Supponete ora che la pallina venga lanciata proprio con la velocità $v_0 = v_{0MIN}$ determinata sopra. Quanto vale in modulo la reazione vincolare N_A che la guida esercita sulla pallina nell'istante in cui essa passa per la posizione A di figura? [L'angolo indicato vale $\theta = \pi/3$; ricordate che $sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = ½$]
   $N_A =$ ……………………………………

3. Due corpi (puntiformi) di massa rispettivamente $\underline{m_1}$ e $\underline{m_2} = 4m_1$ sono legati fra loro da una fune inestensibile di massa trascurabile. Come rappresentato in figura, la massa $\underline{m_1}$ può muoversi con attrito trascurabile lungo un piano inclinato di altezza $\underline{h}$ che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale mentre la massa $\underline{m_2}$ è libera di muoversi in direzione verticale. La massa $\underline{m_1}$ è inoltre attaccata all'estremo di una molla di massa trascurabile, costante elastica $\underline{k}$ e lunghezza di riposo $\underline{L_0}$, il cui altro estremo è vincolato al "fondo" del piano inclinato (c'è un opportuno murettino costruito a questo scopo). Come mostrato in figura, la fune può scorrere con attrito trascurabile attorno a un perno fisso e la configurazione geometrica è tale che l'asse della molla e il tratto di fune tra massa $\underline{m_1}$ e perno sono paralleli al piano inclinato. [Indicate con g il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} = 1.73$ e $sin(\pi/6) = 1/2$]



   a) Come si esprime la lunghezza L_{eq} che la molla assume in condizioni di equilibrio?
   $L_{eq} =$ …………………………………
   b) Supponete ora che il sistema (la posizione dei due corpi e, di conseguenza, la lunghezza della molla) venga modificato da una qualche causa esterna (una manina) in modo tale che la molla si trovi alla propria lunghezza di riposo $\underline{L_0}$ e che da questa configurazione esso sia lasciato libero di evolvere, senza che venga fornita alcuna velocità iniziale ai corpi. In questa evoluzione, i corpi si muovono di moto periodico e, a un certo istante, essi si fermano (istantaneamente) per una prima volta. Come si esprime la lunghezza L' della molla per cui i corpi si fermano?
   $L'=$ ……………………………………