A

# Corso di Laurea STCia □ Chimica c.a. □ – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 17/4/2007

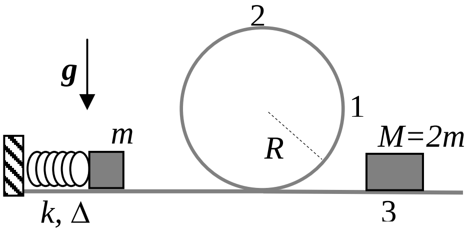
**Nome e cognome: ..........................................................................     Matricola: ...............**

*Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. All'istante $t_0 = 0$ un protone (carica $q = 1.6\text{x}10^{-19}$ C, massa $m = 1.6\text{x}10^{-27}$ kg) viene creato con velocità iniziale nulla nella posizione $x = 0$ di un sistema di riferimento. Tra questa posizione e la posizione $x_1 = 1.0\text{x}10^{-2}$ m esiste una differenza di potenziale elettrico $\Delta V = 2.0$ V, "orientata" nel senso di **accelerare** il protone nel verso positivo dell'asse $X$.
   a) Quanto vale la velocità $v_1$ con cui il protone arriva al punto $x_1$? [Trascurate ogni forma di attrito e **ogni effetto della forza peso**]
   $v_1$ = ........................................ = ........... m/s $(2q\Delta V/m_e)^{1/2} = 2.0\text{x}10^4$ V [in assenza di cause dissipative si conserva l'energia meccanica, per cui: $0 = \Delta E_K + \Delta U_{ele} = (m/2)v_1^2 + q\Delta V$. La soluzione si ottiene considerando i segni in modo corretto, secondo quanto specificato nel testo]

   b) Supponendo che il campo elettrico generato dalla differenza di potenziale $\Delta V$ sia **uniforme** e diretto nel verso positivo dell'asse $X$, in quale istante $t_1$ il protone raggiunge la posizione $x_1$?
   $t_1$ = ........................................ = ............... s $(2x_1/a)^{1/2} = (2x_1/(qE/m))^{1/2} = (2x_1^2 m/(q\Delta V))^{1/2} = x_1 (2m/(q\Delta V))^{1/2} = 1.0\text{x}10^{-6}$ s [il campo elettrico, essendo omogeneo, vale in modulo $E = \Delta V / x_1$, e quindi l'accelerazione vale $a = qE/m = x_1 q\Delta V$. Essendo l'accelerazione costante si ha $x(t) = (a/2)t^2$ e, dovendo essere $x_1 = x(t_1)$, si ottiene la soluzione]

2. Un piccolo oggetto (**puntiforme**) di massa $m = 20$ g viene sparato da un "cannoncino a molla" (tipo flipper, per intenderci) che si trova su un piano orizzontale al livello del suolo ed è fissato ad un suo estremo su una parete rigida. Il cannoncino è realizzato con una molla di costante elastica $k$ (incognita) che inizialmente si trova compressa per un tratto $\Delta = 9.8$ cm. Dopo aver lasciato la bocca di uscita del cannoncino, il proiettile si muove **senza attrito** sul piano, per poi affrontare un percorso costituito da una guida rigida circolare di raggio $R = 49$ cm che si trova su un piano verticale.



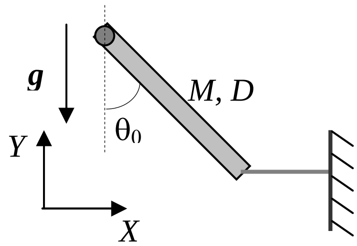

   a) Quanto deve valere, **al minimo**, la costante elastica $k$ della molla del cannoncino se si vuole che l'oggetto percorra interamente la guida circolare senza distaccarsene (compia, cioè, un "**giro della morte**")? [Usate il valore $g = 9.8$ m/s$^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità]
   $k$ = ........................................ = ........... N/m $5mgR/\Delta^2 = 50$ N/m [al punto più alto della circonferenza, marcato con 2 in figura, deve essere, al minimo, $ma_C = mv_2^2/R = mg$, dove $a_C$ indica l'accelerazione centripeta. D'altra parte per la conservazione dell'energia meccanica considerando come "iniziale" la condizione precedente allo sparo e come "finale" quella in cui l'oggetto si trova alla posizione 2, si ha $0 = \Delta E_K + \Delta U_g + \Delta U_{ela} = (m/2)v_2^2 + mg(2R) - (k/2)\Delta^2$, da cui, riarrangiando, si ottiene il risultato]

   b) Quanto valgono, nelle condizioni della domanda precedente (molla con costante elastica $k$ sopra determinata), i moduli $N_1$ ed $N_2$ della reazione vincolare esercitata dalla guida sull'oggetto nelle due posizioni indicate in figura come 1 e 2 (corrispondenti, rispettivamente, alla "metà altezza" e alla sommità della circonferenza)?
   $N_1$ = ........................................ = ........... N $mv_1^2/R = (k\Delta^2 - 2mgR)/R = 3mg = 5.9\text{x}10^{-1}$ N [la reazione vincolare è la causa fisica che determina il moto di rotazione; pertanto essa deve fornire l'accelerazione centripeta che, in ogni punto della circonferenza, vale $v^2/R$; d'altra parte la conservazione dell'energia meccanica (vedi sopra) permette di trovare $v_1$, da cui la soluzione; notate che in questa posizione il contributo della forza peso all'accelerazione centripeta è nullo, essendo il peso ortogonale alla direzione radiale (centripeta)]
   $N_2$ = ........................................ = ........... N 0 [in questa posizione, come già implicitamente affermato nella risposta alla domanda precedente, la reazione vincolare si annulla dato che all'accelerazione centripeta provvede completamente e solamente la forza peso]

   c) Supponete ancora che le condizioni siano tali che l'oggetto percorre interamente il "giro della morte" (cioè la costante elastica della molla è quella determinata alla risposta a)) e che un altro oggetto (**puntiforme**) di massa $M = 2m$ = 40 g si trovi, inzialmente **fermo**, sul piano al termine del tratto circolare, cioè nella posizione 3 di figura. Questo oggetto viene urtato dall'oggetto di massa $m$. Sapendo che in seguito all'urto i due oggetti restano agganciati l'un l'altro, quanto vale subito dopo l'urto la velocità $V$ del sistema dei due oggetti? [Considerate trascurabile l'attrito in tutto il percorso]

$V$ = ....................................... = ........... m/s  $(m/(3m))v_3 = (k/m)^{1/2}\Delta/3 = (5gR)^{1/2}/3 =$ 1.6 m/s  [per la conservazione dell'energia meccanica lungo l'intero percorso si ha $0 = \Delta E_k + \Delta U_{ela} + \Delta U_g$ . Considerando come condizione iniziale quella prima dello sparo del proiettile, si ha $\Delta U_g = 0$ (cannoncino e posizione 3 si trovano alla stessa quota), e la velocità $v_3$ dell'oggetto prima dell'urto è pari a quella con cui l'oggetto stesso viene sparato inizialmente, cioè $v_3 = (k/m)^{1/2}\Delta$. Per la conservazione della quantità di moto nell'urto si ha: $mv_3 = (m+2m)V$ , da cui la soluzione]

3. Una sottile asta **omogenea** di massa $M$ = 10 kg e lunghezza $D$ = 1.0 m è vincolata a ruotare **senza attrito** in un piano verticale attorno ad un perno collocato ad un suo estremo (vedi figura). L'altro estremo dell'asta è attaccato ad una fune inestensibile di massa trascurabile, il cui altro capo è inchiodato ad una parete indeformabile. Il sistema è in equilibrio quando l'asta forma un angolo $\theta_0 = \pi/4$ rispetto alla verticale e la fune è orizzontale.




a) Quanto vale in queste condizioni il modulo della tensione $T$ della fune? [Usate il valore $g$ = 9.8 m/s$^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità; fate attenzione a valutare in modo corretto i **bracci** delle forze che agiscono sull'asta]

$T$ = .......................................= ......... N  $Mg(D/2)\sin\theta/(D\cos\theta) = Mg\,tg\theta/2 = 49$ N  [dall'equilibrio dei momenti delle forze, tenendo conto che il centro di massa si trova al punto di mezzo dell'asta ; occhio ad esprimere bene i bracci delle forze !]

b) Quanto valgono le componenti $F_X$ ed $F_Y$ della reazione vincolare esercitata dal perno sull'asta? [Considerate il sistema di riferimento indicato in figura]

$F_X$ = .......................................= ......... N  $-T$ = - 49 N

$F_Y$ = .......................................= ......... N  $Mg$ = 98 N  [per l'equilibrio delle forze, cioè per la statica traslazionale del corpo. Infatti considerando le forze che agiscono sull'asta vettorialmente si ha :$\mathbf{T} + m\mathbf{g} + \mathbf{F} = 0$. Poiché tensione della fune e peso sono rispettivamente orizzontali e verticali si ottiene subito la soluzione]

c) Supponete che ad un dato istante la fune si rompa: di conseguenza l'asta comincia a ruotare attorno ad un asse passante per il perno. Quanto vale la velocità angolare $\omega$ dell'asta quando questa passa per la posizione verticale? [Se non siete in grado di esprimere il momento di inerzia dell'asta, lasciatelo indicato come $I$; può farvi comodo ricordare che $\cos(\pi/4) \sim 0.71$]

$\omega$ = .......................................~ ......... rad/s  $(mg(D/2)(1-\cos\theta_0)/(I/2))^{1/2} = ((3(g/D)(1-\cos\theta_0))^{1/2} \sim 2.9$ rad/s  [dato che non ci sono effetti dissipativi, si conserva l'energia meccanica , cioè : $0 = \Delta E_k + \Delta U_g = (I/2)\omega^2 + mg\Delta z$. Il risultato si ottiene notando che $I = (m/3)D^2$ (asta omogenea che ruota attorno ad un asse passante per una sua estremità) e che, usando un asse $Z$ diretto verso l'alto, la variazione di quota del centro di massa dell'asta vale $\Delta z = (D/2)(\cos\theta_0 - 1)$]

---

**Nota**: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 17/4/2007  Firma:

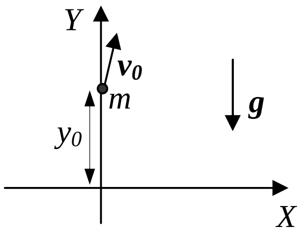
B

# Corso di Laurea STCia □ Chimica c.a. □ – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 17/4/2007

**Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………**

*Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Una palla di massa $m$ = 100 g viene lanciata dal punto $x_0$ = 0, $y_0$ = 4.9 m di un certo sistema di riferimento (l'asse $Y$ è **verticale**) con una velocità iniziale che ha componenti $v_{0X}$ = 5.0 m/s e $v_{0Y}$ = 9.8 m/s (la velocità non ha componenti lungo l'asse $Z$).




   a) Quanto vale la coordinata $x'$ in corrispondenza della quale la palla raggiunge il suolo, cioè interseca l'asse $X$ di figura? [Usate il valore $g$ = 9.8 m/s$^2$ per l'accelerazione di gravità, diretta nel verso negativo dell'asse $Y$]

   $x'$ = …………………………………… ~ ……….. m $v_{0x}t'$ ~ 12 m, con $t'$ soluzione di $y_0+v_{0Y}t'-(g/2)t'^2 = 0$ [il moto è rettilineo uniforme lungo $X$ ed uniformemente accelerato lungo $Y$; ponendo $t_0$ = 0 come istante di partenza, le leggi del moto si scrivono: $x(t) = v_{0X}t$; $y(t) = y_0 + v_{0Y}t-(g/2)t^2$. Nell'istante in cui la palla arriva sull'asse $X$ è $y(t') = 0$, da cui la soluzione]

   b) Supponendo che il suolo (cioè l'asse $X$) sia rigido, **fisso** ed indeformabile, cioè tale che, colpendolo, la palla subisce un urto **totalmente elastico**, quanto vale **in modulo** la velocità $v'$ che la palla possiede **subito dopo** l'urto?

   $v'$ = …………………………………… ~ .............. m/s $(v^2_{0X} + (v_{0Y} - gt')^2)^{1/2}$ ~ 5.4 m/s [la condizione di elasticità implica che si conservi l'energia cinetica totale; poiché il suolo è fisso, questo significa che l'energia cinetica **della palla** resta inalterata, ovvero che $v'$ è pari alla velocità subito **prima** dell'urto; le leggi orarie della velocità sono $v_X(t) = v_{0X}$, $v_Y(t) = v_0 - gt$ . Ponendo $t = t'$ e ricordando che $v' = (v^2_X(t') + v^2_Y(t'))^{1/2}$ si trova la soluzione]

2. Un semplice modello "classico" per l'atomo di idrogeno prevede che esso sia composto da un elettrone, di carica $q = -e$ = - 1.6x10$^{-19}$ C e massa $m$ = 9.0x10$^{-31}$ kg, che ruota con velocità uniforme e costante attorno ad un protone dotato di carica $Q = e$ = 1.6x10$^{-19}$ C e massa $M$ = 1.6x10$^{-27}$ kg.

   a) Sapendo che il raggio dell'orbita vale $R = a_0$ = 5.0x10$^{-11}$ m, quanto vale l'**energia cinetica** $E_{K0}$ dell'elettrone? [Trascurate ogni effetto dovuto alla gravità, ed usate il valore κ = 9.0x10$^9$ Nm$^2$/C$^2$ per la costante della forza elettrica]

   $E_{K0}$ = …………………………….. = ........... J $(m/2)v^2 = (m/2)\kappa e^2/(\mu R) \sim \kappa e^2/(2a_0)$ = 2.3x10$^{-18}$ J [la forza elettrica, di modulo $F_e = \kappa e^2/R^2$, è la causa fisica che fornisce l'accelerazione centripeta, $a_C = v^2/R$ , all'elettrone in rotazione uniforme. Notate che nel sistema di due elementi che si sta considerando l'accelerazione centripeta deve essere considerata come accelerazione **relativa** dell'elettrone rispetto al protone (che non è specificato sia fisso nello spazio!), cioè deve essere $F_e = \mu a_C$, con μ **massa ridotta** del sistema, che vale $1/\mu = 1/m + 1/M$. Tuttavia, a causa della grande differenza di massa tra protone ed elettrone, si ha $1/\mu \sim 1/m$, da cui la soluzione ]

   b) A causa di una perturbazione esterna (che non specifichiamo!), il raggio dell'orbita diventa $R' = 2a_0$ = 1.0x10$^{-10}$ m. Quanto vale il lavoro $L_E$ compiuto dalle forze di natura elettrica nel corso del processo? [Può farvi comodo ricordare la seguente regolina di integrazione indefinita per una variabile ξ generica (n ≠ -1): $\int \xi^n\, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$]

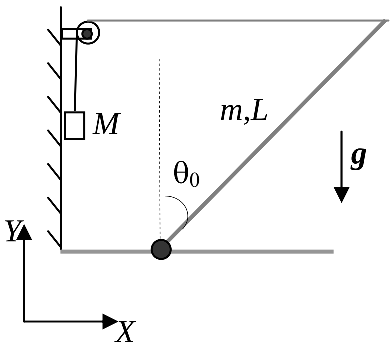
   $L_E$ = …………………………… = .............. J $\int_R^{R'} \kappa(-e^2)/r^2\, dr = \kappa\, e^2[1/r]_R^{R'} = \kappa\, (e^2/a_0)\, (1/2-1) = -\kappa e^2/(2a_0) = -E_{K0}$ = - 2.3x10$^{-18}$ J [dalla definizione di lavoro per una forza (conservativa) non uniforme!]

   c) Quanto vale la variazione di **energia totale** $\Delta E$ nel processo di cui alla domanda precedente?

   $\Delta E$ = …………………………… = .............. J $- L_E + \Delta E_K = E_{K0} + E_K' - E_{K0} = E_K' = \kappa\, (e^2/4a_0) = E_{K0}/2$ = 1.1x10$^{-18}$ J [si ottiene sommando le variazioni di energia cinetica ed elettrica: $\Delta E = \Delta E_K + \Delta U_E = \Delta E_K - L_E$ ; il valore dell'energia cinetica $E_K'$ per l'orbita con raggio $R'$ si calcola facilmente in analogia con quanto visto alla risposta alla domanda a), utilizzando sempre l'approssimazione $\mu \sim m$]

3. Una sottile asta **omogenea** di massa $m$ = 5.0 kg e lunghezza $L$ = 4.9 m è imperniata ad un suo estremo in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano verticale. L'asta è mantenuta in una

posizione tale che il suo asse forma un angolo $\theta_0 = \pi/4$ rispetto alla verticale da un sistema che, come mostrato in figura, risulta composto da: una fune (inestensibile e di massa trascurabile, agganciata alla sommità dell'asta), una puleggia (ancorata ad una parete verticale ed in grado di ruotare con **attrito trascurabile** attorno al proprio asse), un corpo di massa $M$ (incognita) appeso alla fune. Nel tratto di collegamento tra puleggia e sommità dell'asta la fune è orizzontale. [Per la soluzione usate il valore $g$ = 9.8 m/s$^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/4) = cos(\pi/4) \sim 0.71$]




a) Quanto vale, componente per componente, la forza $\boldsymbol{F}$ che il perno esercita sull'asta nelle condizioni di figura? [Usate il sistema di riferimento indicato in figura e fate attenzione ad esprimere il risultato in funzione dei dati noti del problema, valutando correttamente i **bracci** delle forze!]

$F_X$ = …………………………….. = ........... N $T = mgtg\,\theta_0/2$ = 24 N [l'asta è in equilibrio traslazionale e rotazionale. L'equilibrio traslazionale impone, vettorialmente: $\boldsymbol{mg} + \boldsymbol{T} + \boldsymbol{F} = 0$, con $\boldsymbol{T}$ tensione della fune (incognita, essendo incognita la massa $M$!). L'equilibrio rotazionale prendendo come polo il perno dell'asta (rispetto al quale è nullo il momento della forza $\boldsymbol{F}$) recita per i moduli: $mg(L/2)sin\theta_0 = TLcos\theta_0$, dove abbiamo tenuto conto che, essendo l'asta omogenea, il suo centro di massa, che è il punto di applicazione della forza peso, si trova a metà lunghezza. Sostituendo e considerando che solo $\boldsymbol{T}$ ha componenti lungo $X$, si ottiene il risultato]

$F_Y$ = …………………………….. = ........... N $mg$ = 49 N [l'unica forza con componenti lungo $Y$ che deve essere equilibrata è il peso]

b) Supponendo che ad un dato istante la fune venga tagliata, quanto vale l'accelerazione angolare $\alpha$ con cui l'asta **comincia** a ruotare attorno all'asse passante per il perno di contatto con il pavimento (ed ortogonale al foglio)? [Se non sapete esprimere il momento di inerzia dell'asta, lasciatelo indicato con il simbolo $I$]

$\alpha$ = …………………………….. ~ ........... rad/s$^2$ $(mg(L/2)sin\theta_0)/I = (3/2)(g/L)sin\theta_0 \sim 2.1$ rad/s$^2$ [la seconda equazione cardinale recita $\alpha = \tau/I$ , con $I = (m/3)L^2$ (asta sottile che ruota attorno ad un suo estremo). Quando l'asta inizia a ruotare essa è sottoposta al momento della forza peso $\tau = mg(L/2)sin\theta_0$, da cui la soluzione]

c) Quanto vale la velocità angolare $\omega$ con cui l'asta sta ruotando quando essa raggiunge il suolo, cioè quando l'angolo $\theta$ di figura "tende" a $\pi/2$?

$\omega$ = …………………………….. ~ ........... rad/s $(mg(L/2)cos\theta_0/(I/2))^{1/2} = (3gcos\theta_0/L)^{1/2} \sim 2.1$ rad/s [nel processo si conserva l'energia meccanica, per cui $0 = \Delta U_g + \Delta E_k = -mg(L/2)cos\theta_0 + (I/2)\omega^2 = -mg(L/2)cos\theta_0 + (mL^2/6)\omega^2$ , dove abbiamo notato che nella rotazione il centro di massa dell'asta ha cambiato la sua quota di un tratto $\Delta z = (L/2)cos\theta_0$]

**Nota**: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 17/4/2007 Firma:

C

# Corso di Laurea STCia □ Chimica c.a. □ – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 17/4/2007

**Nome e cognome: ..............................................................  Matricola: ...............**

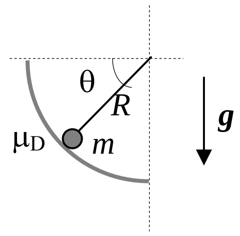
*Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Due oggetti puntiformi aventi la stessa massa $m$ = 1.0 kg si muovono con **attrito trascurabile** su un piano **orizzontale** $XY$. All'istante $t_0$ = 0 uno dei due oggetti, che chiameremo 1, parte da fermo dalla posizione $x_{10}$ = 0, $y_{10}$ = 4.0 m con accelerazione di modulo $a_1$ (incognito) diretta nel verso positivo dell'asse $X$. L'oggetto 2, invece, si muove con velocità uniforme e costante di **modulo** $v_0$ = 2.0 m/s lungo la **bisettrice** del piano $XY$, e all'istante $t_0$ = 0 si trova a passare per l'origine del sistema di riferimento.

   a) Quanto deve valere l'accelerazione $a_1$ se si vuole che i due oggetti si incontrino in qualche punto del piano?
   $a_1$ = ........................................ = ........... m/s$^2$ $2v_{0X}/(y_0/v_{0Y}) = 2v_0 cos(\pi/4)\ v_0 sin(\pi/4) / y_{10} = (v_0^2/y_{10}) sin(2(\pi/4))$ = 1.0 m/s$^2$ [le leggi orarie del moto si scrivono: $x_1(t) = (a_1/2)t^2$ ; $y_1(t) = y_{10}$ ; $x_2(t) = v_{0X}t$ ; $y_2(t) = v_{0Y}t$ . Si ha impatto nell'istante $t'$ in cui: $x_1(t') = x_2(t')$ e $y_1(t') = y_2(t')$ . Dall'ultima relazione si ottiene $t' = y_{10}/v_{0Y}$ che, sostituita nella prima, e tenendo conto che $v_{0X} = v_0 cos(\pi/4)$ e $v_{0Y} = v_0 sin(\pi/4)$, conduce alla soluzione]

   b) Supponendo che dopo l'impatto i due oggetti restino agganciati l'un l'altro, quanto vale, componente per componente, la velocità $\boldsymbol{V}$ del sistema composto dai due oggetti subito dopo l'urto? [Può farvi comodo ricordare che $cos(\pi/4) = sin(\pi/4)$ ~ 0.71]
   $V_X$ = ........................................ ~ .............. m/s $(mv_{1X}(t')+mv_{2X}(t'))/(m+m) = (a_1 t' + v_{0X})/2 = (v_0^2/v_{0Y} + v_0 cos(\pi/4))/2 = (v_0/sin(\pi/4) + v_0 cos(\pi/4))/2$ ~ 2.1 m/s [per la conservazione della q.di moto lungo $X$]
   $V_Y$ = ........................................ ~ .............. m/s $(mv_{1Y}(t')+mv_{2Y}(t'))/(m+m) = v_{0Y}/2 = (v_0/2) sin(\pi/4)$ ~ 0.71 m/s [per la conservazione della q.di moto lungo $Y$]

2. Una massa **puntiforme** $m$ = 100 g può **scivolare** su una guida che, in sezione, è rappresentata da un quarto di circonferenza di raggio $R$ = 10 cm; la guida è disposta su un piano verticale come in figura, la sua superficie è scabra e presenta un coefficiente di attrito dinamico $\mu_D$ = 0.50. [Usate il valore $g$ = 9.8 m/s$^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità]



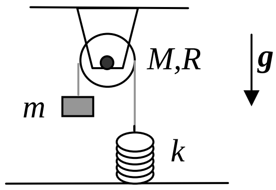

   a) Come si scrive, in funzione dell'angolo θ indicato in figura (che può variare da 0 a π/2), il modulo della reazione vincolare $N(\theta)$ esercitata dalla guida sulla massa? [**Non usate** valori numerici per questa risposta!]
   $N(\theta)$ = ........................................ $mg\ sin\theta$ [la reazione vincolare è uguale e opposta alla componente **radiale** della forza peso che si trova proiettando il peso lungo la direzione radiale ; il risultato esce facendo un po' di attenzione alla trigonometria]

   b) Quanto vale il lavoro $L_A$ eseguito dalla forza di attrito sulla massa quando questa percorre l'intera guida, cioè passa dalla posizione iniziale $\theta_{in}$ = 0 alla posizione finale $\theta_{fin}$ = π/2? [Notate che la forza di attrito **non** è uniforme e considerate bene la sua direzione e quella dello spostamento; suggerimento ulteriore: "parametrizzate" lo spostamento attraverso l'angolo θ; può farvi comodo rammentare la seguente regola di integrazione indefinita per una variabile generica ξ: $\int sin\xi\ d\xi = - cos\xi$]
   $L_A$ = ........................................= .......... J $\int_0^{\pi/2} \boldsymbol{F_A} \cdot d\boldsymbol{s} = - \int_0^{\pi/2} N\ \mu_D\ R\ d\theta = - \int_0^{\pi/2} mg\ \mu_D\ sin\theta\ R\ d\theta = mg\ \mu_D\ R\ cos\theta|_0^{\pi/2} = - mg\ \mu_D\ R = - 4.9\text{x}10^{-2}$ J [notate che il segno negativo viene dalla circostanza che forza d'attrito e spostamento hanno versi opposti e stessa direzione, e si è espresso lo spostamento infinitesimo lungo la circonferenza, cioè in direzione tangenziale, come $ds = R\ d\theta$ ]

   c) Se la massa viene lasciata partire da ferma all'inizio della guida (cioè dalla posizione $\theta_{in}$ = 0), quanto vale la velocità $v$ con cui arriva alla fine della guida (cioè alla posizione $\theta_{fin}$ = π/2)?

$v$ = ……………………………………......~ ............ m/s   $(2L_A/m + 2gR)^{1/2} = (-2gR\mu_D + 2gR)^{1/2} = (2gR)^{1/2}(1-\mu_D)^{1/2}$ ~ 1.0 m/s   [viene dal bilancio energetico : $L_A = \Delta E_K + \Delta U_G = (m/2)v^2 - mgR$, dato che la variazione di quota del corpo nel processo è, usando un asse $Z$ diretto verso l'alto, $\Delta z = -R$]

3. Una fune inestensibile di massa trascurabile passa attraverso la gola di una puleggia costituita da un disco **omogeneo** di massa $M$ = 4.0 kg e raggio $R$ = 10 cm che può ruotare con **attrito trascurabile** attorno al suo asse, il quale è sostenuto ad un solaio rigido tramite un opportuno giogo. Ad un estremo della fune è attaccato un corpo di massa $m$ = 2.0 kg, mentre l'altro estremo termina, attraverso una molla di costante elastica $k$ = 98 N/m e massa trascurabile, su un pavimento rigido a cui la molla è agganciata. La figura rappresenta uno schema della situazione.




a) Quanto vale, in condizioni di **equilibrio**, l'allungamento $\Delta$ della molla? [Usate il valore $g$ = 9.8 m/s$^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità, diretta verticalmente verso il basso]
$\Delta$ = …………………………….. = .......... m   $mg/k$ = 0.20 m   [all'equiulibrio la tensione della fune deve essere la stessa sia nel lato della molla che in quello del corpo, cioè, per i moduli: $T = mg = k\Delta$., da cui il risultato]

b) Ad un certo istante la fune viene spezzata nel punto di congiunzione con la molla: di conseguenza il corpo comincia a scendere verso il basso e la puleggia comincia a ruotare. Quanto vale la velocità angolare $\omega$ della puleggia nel momento in cui il corpo si è abbassato di un tratto $\Delta z$ = -10 m (il segno negativo si riferisce ad un asse $Z$ che punta verticalmente verso l'alto)? [Supponete che la fune non slitti sulla gola della puleggia; se non sapete esprimere il momento di inerzia della puleggia lasciatelo indicato con il simbolo $I$]
$\omega$ = …………………………….. ~ .......... rad/s   $(-2mg\Delta z/((M/2+m)R^2))^{1/2}$ ~ 10 rad/s [si conserva l'energia meccanica, per cui $0 = \Delta E_K + \Delta U_g = (I/2)\omega^2 + (m/2)v^2 + mg\Delta z = ((M/4)R^2 + (m/2)R^2)\omega^2 + mg\Delta z$ , dove abbiamo esplicitato il momento di inerzia della puleggia, $I = (M/2)R^2$ (è un cilindro omogeneo) ed abbiamo usato la condizione "geometrica" $v = \omega R$ , che tiene conto del fatto che la fune non slitta sulla puleggia]

c) Qual è l'intervallo di tempo $\Delta t$ necessario affinché il corpo scenda del tratto $\Delta z$ = - 10 m?
$\Delta t$ = …………………………….. ~ .......... s   $(-2\Delta z\,(m+M/2)/mg)^{1/2}$ ~ 2.0 s   [l'equazione del moto (traslatorio verso il basso) del corpo è $ma = mg - T$ , essendo $T$ il modulo della tensione della fune nel punto di contatto con il corpo. L'equazione del moto (rotatorio in senso antiorario) della puleggia è $I\alpha = \tau = T R$. Notando che la condizione "geometrica" che la fune non slitti sulla puleggia si traduce nella relazione $\alpha = a/R$ , le due equazioni si possono combinare ottenendo: $ma = mg - Ia/R^2 = mg - (M/2)a$, da cui $a = gm / (m+M/2)$ . L'accelerazione è dunque uniforme e costante (e punta verso il basso) e quindi la legge oraria del moto del corpo, ponendo pari a $z$ = 0 la posizione iniziale, recita: $z(t) = (-a/2)t^2$ , dove abbiamo posto un segno negativo per tenere conto dell'orientazione dell'asse $Z$ (suggerita verso l'alto nel testo). Il tempo necessario a percorrere il tratto $\Delta z$ si trova risolvendo la: $\Delta z = (-a/2)\Delta t^2$]

---

**Nota**: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | |   (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 17/4/2007   Firma:

D

# Corso di Laurea STCia □ Chimica c.a. □ – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 17/4/2007

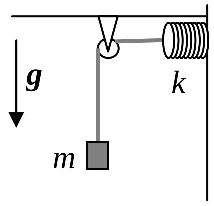
**Nome e cognome: ..............................................................      Matricola: ...............**

*Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Due carrellini (**puntiformi**) di identica massa $m$ = 10 kg si muovono con **attrito trascurabile** su un binario piano e rettilineo diretto lungo l'asse $X$ di un riferimento. All'istante $t_0$ = 0 il carrellino 1, inizialmente fermo, parte dall'origine del riferimento con accelerazione costante ed uniforme $\boldsymbol{a_1}$ = 2.0 m/s$^2$; allo stesso istante il carrellino 2 si trova nel punto $x_0$ = 16 m ed è dotato di velocità $v_0$ = - 6.0 m/s, che mantiene costante ed uniforme fino all'impatto con il carrellino 1 (i due carrelli si muovono evidentemente l'uno contro l'altro).
   a) Quanto vale la coordinata $X$ in cui avviene l'impatto?
   $X$ = ........................................ = ........... m $(a_1/2)t'^2$ = 4.0 m, con $t'$ soluzione di $(a_1/2)t'^2+v_0t'-x_0=0$ [le leggi del moto si scrivono: $x_1(t) = (a1/2)t2$ ; $x_2(t) = x_0 - v_0t$ . L'impatto avviene all'istante $t'$ tale che $x_1(t') = x_2(t')$, da cui la soluzione]

   b) Supponendo che dopo l'impatto i due carrellini rimangano agganciati l'un l'altro, quanto vale la velocità $V$ del sistema dei due carrelli subito dopo l'impatto?
   $V$ = ........................................ = .............. m/s $(mv_1(t') + mv_2(t'))/(m+m) = (a_1t' + v_0)/2$ = -1.0 m/s [per la conservazione della quantità di moto totale del sistema dei due carrelli]

2. Una massa $m$ = 4.9x10$^{-1}$ kg è attaccata all'estremità di una fune inestensibile di massa trascurabile che passa attorno ad una puleggia di **raggio e massa trascurabili**, la quale può ruotare **senza attrito** attorno al suo asse, imperniato su un supporto vincolato ad un solaio rigido ed indeformabile. L'altro capo della corda è attaccato ad una molla, di massa trascurabile e costante elastica $k$ = 49 N/m, il cui altro estremo è vincolato ad una parete rigida indeformabile; l'asse della molla è in direzione orizzontale, così come il tratto della fune che collega la molla con la puleggia. La figura rappresenta schematicamente il problema. [Usate il valore $g$ = 9.8 m/s$^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità]




   a) Quanto vale l'elongazione $\Delta_0$ della molla in condizioni di equilibrio?
   $\Delta_0$ = ........................................= ......... m $mg/k$ = 9.8x10$^{-2}$ m [all'equilibrio la tensione della fune vale, in modulo, $T = mg$ . Questa tensione deve essere equilibrata dalla forza elastica della molla, $|F_{ELA}| = k\Delta_0$, da cui la soluzione]

   b) Immaginate ora di prendere in mano la massa ed abbassarne la quota di un tratto $\Delta z$ = - 9.8 cm (il segno negativo si riferisce ad un asse $Z$ diretto verticalmente verso l'alto). All'istante $t_0$ = 0 lasciate andare la massa con velocità iniziale nulla. Quanto vale la velocità $v$ con cui la massa passa per la posizione di equilibrio, cioè quella considerata nella domanda precedente?
   $v$ = .........................................= .............. m/s $(\Delta z((k/m)(\Delta z-2\Delta_0)+2g))^{1/2}$ = 9.8x10$^{-1}$ m/s [dopo essere stata lasciata libera, la massa risale in modo che la molla possa tornare verso la posizione di equilibrio. Non essendoci effetti dissipativi, per la conservazione dell'energia meccanica, si ha $0 = \Delta E_K + \Delta U_{ELA} + \Delta U_g = (m/2)v^2 + (k/2)(\Delta_0{}^2 - \Delta'^2) - mg\Delta z = (m/2)v^2 + (k/2)(\Delta_0{}^2 - (\Delta_0 - \Delta z)^2) - mg\Delta z = (m/2)v^2+(k/2)(2\Delta_0\Delta z-\Delta z^2)-mg\Delta z = (m/2)(v^2+(k/m)\Delta z(2\Delta_0-\Delta z)-2g\Delta z)$, dove abbiamo notato che l'elongazione « iniziale » della molla (quando la massa ha mutato la sua quota di un tratto $\Delta z$) vale $\Delta' = \Delta_0 - \Delta z$ (la fune è inestensibile e lo spostamento ha un segno) e che la massa nella situazione « iniziale » ha mutato la sua quota di un tratto $\Delta z$ rispetto alla sua posizione di equilibrio. Risolvendo si ottiene la soluzione]

   c) In quale istante $t$ la massa ripassa (per la prima volta) per la posizione di equilibrio?
   $t$ = ......................................... ~ ............ s $\pi/(2\omega) = \pi/(2(k/m)^{1/2}) \sim$ 1.5x10$^{-1}$ s [il moto è armonico con pulsazione $\omega = (k/m)^{1/2}$ ; il periodo vale $T = 2\pi/\omega$ e la massa ripassa per la posizione di equilibrio (per la prima volta) dopo $T/4$]

3. Uno “strano” sistema idrogenoide è costituito da due particelle di uguale massa $m_1 = m_2 = m$, dotate di cariche opposte, $q_1 = q$ , e $q_2 = -q$. Si sa che, come in una “descrizione classica” dell’atomo di idrogeno, la massa $m_2$, cioè la carica negativa, ruota con un’orbita circolare attorno alla massa $m_1$, cioè la carica positiva; il raggio dell’orbita è noto e vale $R$. [In questo esercizio **non dovete** dare risposte numeriche, ma limitarvi ad esprimere le soluzioni in funzione dei dati noti del problema]

a) Come si scrive, in funzione dei dati del problema, il **modulo** dell’accelerazione centripeta $a$ a cui è soggetta la massa $m_2$? [Esprimete con κ la costante della forza elettrica; fate attenzione al fatto che le masse delle due particelle sono uguali!]

$a$ = …………………………….. $(\kappa q^2/(\mu R^2)) = (2\kappa q^2/(mR^2))$ [la forza elettrica, di modulo $F_e = \kappa e^2/R^2$, è la causa fisica che fornisce l’accelerazione centripeta, $a = v^2/R$ , alla massa in rotazione. Dato che non è specificato che la massa $m_1$ sia ferma nello spazio, la forza elettrica va considerata come una forza **interna al sistema**, e l’accelerazione deve essere considerata come relativa. L’equazione del moto relativo si scrive, per i moduli, $\mu a = F_e$, dove per la massa ridotta si ha $1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2 = 2/m$, da cui la soluzione]

b) Come si scrive, in funzione dei dati del problema, il periodo di rotazione $T$ dell’orbita circolare compiuta dalla massa $m_2$ attorno ad $m_1$?

$T$ = …………………………… $2\pi(R/a)^{1/2} = (\pi/q)(2mR^3/\kappa)^{1/2}$ [essendo l’orbita circolare, si ha $a = \omega^2 R = (2\pi/T)^2 R$ , dove abbiamo usato la relazione $\omega = 2\pi/T$ . Da qui, con un po’ di manipolazioni algebriche, si ottiene il risultato]

c) Come si scrive, in funzione dei dati del problema, l’energia di ionizzazione $\Delta E$ per questo sistema? [Fate attenzione a modellare in modo corretto il processo di ionizzazione; può farvi comodo ricordare la seguente regolina di integrazione indefinita per una variabile ξ generica ($n \neq -1$): $\int \xi^n \, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$]

$\Delta E$ = …………………………… $-L_E + \Delta E_K = E_{K0} + E_K' - E_{K0} = E_K' = \kappa\,(e^2/4a_0) = E_{K0}/2 = 1.1\text{x}10^{-18}$ J [l’energia di ionizzazione è uguale ed opposta alla differenza di energia $\Delta E'$ tra stato “finale” (ionizzato) e stato “iniziale” (legato con raggio $R$). Quando il sistema è ionizzato si può supporre che la massa $m_1$ si trovi **ferma** a distanza infinita dalla carica positiva. Per la conservazione dell’energia si ha $\Delta E' = \Delta E_K + \Delta U_e = -(m_1/2)v^2 + \int_R^\infty \kappa\,(q^2/r^2)dr = -(m_2/2)aR + \kappa q^2/R = -\kappa q^2/R + \kappa q^2/R = 0$! Questo risultato indica che il sistema, per come è stato descritto, non è stabile, cioè lo stato legato che abbiamo previsto non ha luogo. Tuttavia il modello è carente, dato che non siamo in grado di specificare la dinamica della carica positiva ed il risultato che abbiamo trovato si basa, implicitamente, sul fatto che questa carica è ferma quando il sistema è ionizzato. Per la conservazione della quantità di moto, questo implica che la carica fosse ferma anche nello stato legato, ma se essa era ferma nello stato legato, allora una qualche causa esterna avrebbe dovuto agire su di lei, e allora avremmo potuto scrivere $m_2\, a = F_e$. In effetti questo è quanto viene in genere fatto per calcolare l’energia di ionizzazione di un atomo di idrogeno dove, però, la grande differenza di massa tra le due cariche dà ragione del fatto che il protone se ne sta fermo durante l’intero processo]

**Nota**: acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 17/4/2007 Firma:

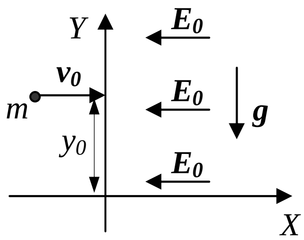
E

# Corso di Laurea STCia □ Chimica c.a. □ – PROVA DI VERIFICA n. 1 - 17/4/2007

**Nome e cognome: …………………………………………………………… Matricola: ……………**

*Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Nel semispazio $x > 0$ di un certo sistema di riferimento si trova un campo elettrico **uniforme** $\boldsymbol{E_0}$ diretto nel verso negativo dell'asse $X$ e di modulo $E_0 = 2.0\text{x}10^{-2}$ N/C. Un protone (massa $m_P = 1.6\text{x}10^{-27}$ kg, carica $q = 1.6\text{x}10^{-19}$ C) arriva in questo semispazio con una velocità $\boldsymbol{v_0}$ diretta nel verso positivo dell'asse $X$ e di modulo $v_0 = 2.0\text{x}10^3$ m/s; come rappresentato in figura, il protone entra nel semispazio alla quota $y_0 = 4.9\text{x}10^{-6}$ m (l'asse $Y$ è **verticale**).




   a) Quanto vale la coordinata $x'$ in corrispondenza della quale il protone interseca l'asse $X$ di figura? [Usate il valore $g = 9.8$ m/s$^2$ per l'accelerazione di gravità, diretta nel verso negativo dell'asse $Y$]

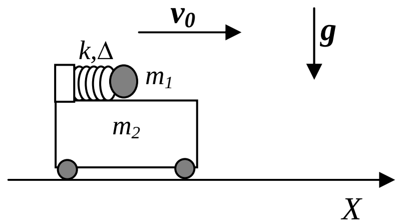
   $x'$ = …………………………………… = ……….. m $v_0(2y_0/g)^{1/2} - (qE_0/(2m))(2y_0/g) = 1.0$ m

   [nel semispazio $x > 0$ il protone viaggia di moto uniformemente accelerato sia in direzione $X$ che in direzione $Y$; ponendo $t_0 = 0$ e $x(t_0) = 0$, le leggi del moto si scrivono: $x(t) = v_0t - (qE_0/m)t^2/2$ ; $y(t) = y_0 - (g/2)t^2$. Nell'istante in cui il protone arriva sull'asse $X$ è $y(t') = 0$, da cui $t' = (2y_0/g)^{1/2}$ e $x' = x(t')$]

   b) Supponendo che l'asse $X$ giaccia su un piano rigido, **fisso** ed indeformabile colpendo il quale il protone subisce un urto **totalmente elastico** (per intenderci, come un pallone ben gonfio che urta una parete rigida), quanto vale **in modulo** la velocità $v'$ che il protone possiede **subito dopo** l'urto?

   $v'$ = …………………………………… = .............. m/s $((gt')^2 + (v_0 - (qE_0/m)t')^2)^{1/2} = (2y_0g + (v_0\text{-}qE_0(2y_0/g)^{1/2}/m)^{1/2} = 9.8\text{x}10^{-3}$ m/s [la condizione di elasticità implica che si conservi l'energia cinetica totale; poiché il piano è fisso, questo significa che l'energia cinetica del protone resta inalterata, ovvero che $v'$ è pari alla velocità subito **prima** dell'urto; le leggi orarie della velocità sono $v_Y(t) = - gt$, $v_X(t) = v_0 - (qE_0/m)t$ . Ponendo $t = t'$ e ricordando che $v' = (v^2_X(t') + v^2_Y(t'))^{1/2}$ si trova la soluzione]

2. Un "cannoncino a molla" (tipo flipper, per intenderci) è montato sopra un piccolo carrello in modo da avere il suo asse (e quindi la direzione di sparo) in direzione orizzontale; il cannoncino è costituito da una molla di massa trascurabile e costante elastica $k$ incognita che inizialmente è mantenuta compressa per un tratto $\Delta = 20$ cm da un fermo. Il proiettile che il cannoncino spara ha massa $m_1 = m = 1.0$ kg; il carrello ha massa $m_2 = 2m = 2.0$ kg e si muove con **attrito trascurabile** lungo un binario piano e rettilineo disposto in direzione dell'asse $X$ (orizzontale) di un sistema di riferimento, con una velocità **iniziale** $v_0 = 0.50$ m/s. Il sistema nelle sue condizioni iniziali (cioè quando la sua massa complessiva è $m_1+m_2=3m$) è rappresentato schematicamente in figura.




   a) Ad un certo istante il fermo che tiene compressa la molla viene rimosso ed il proiettile viene sparato in direzione orizzontale. Sapendo che la velocità $V$ del carrello subito dopo lo sparo vale $V = 3.0\text{x}10^{-1}$ m/s, quanto vale, in modulo, la velocità $v$ con cui viene sparato il proiettile? [Può farvi comodo notare che il proiettile viene sparato nello stesso verso di $\boldsymbol{v_0}$; esprimete la velocità rispetto ad un riferimento fisso rispetto al binario]

   $v$ = …………………………………… = ……….. m/s $((m_1+m_2)v_0\text{-}m_2V)/m_1 = 3v_0–2V = 9.0\text{x}10^{-1}$ m/s [il sistema è isolato lungo l'asse $X$ e per la conservazione della quantità di moto si ottiene la soluzione]

   b) Tenendo conto della risposta data al punto b), quanto vale la costante elastica $k$ della molla del cannoncino? [Fate attenzione a "bilanciare" le energie]

   $k$ = …………………………………… = ……….. N/m $6m((v_0\text{-}V)/\Delta)^2 = 6.0$ N/m [per il bilancio energetico, ovvero per la conservazione dell'energia meccanica, deve essere $0 = \Delta E_K+\Delta U_{ELA}$ =

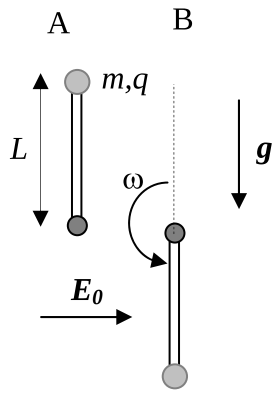
$(m_1/2)v^2+(m_2/2)V^2-((m_1+m_2)/2)v_0^2- (k/2)\Delta^2 = (m/2)(v^2+2V^2-3v_0^2-(k/m)\Delta^2) = (m/2)((3v_0-2V)^2+2V^2-3v_0^2-(k/m)\Delta^2) = (m/2)(6v_0^2+6V^2-12v_0V -(k/m)\Delta^2) = (3m)((v_0-V)^2 – (k/6m)\ \Delta^2)$ da cui la soluzione]

c) Sapendo che lo sparo del proiettile viene effettuato in un intervallo di tempo $\Delta t = 1.0\text{x}10^{-2}$ s, quanto vale, in modulo, la forza **media** $F$ che il cannoncino esercita sul carrello?

$F$ = …………………………………… = ............... N $|\Delta p_2| / \Delta t = m_2|V-v_0|/\Delta t = 40$ N

[dal teorema dell'impulso $\Delta p_2 = F\Delta t$, essendo $\Delta p_2$ la variazione della quantità di moto del **solo** carrello]

3. Una piccola sfera di raggio **trascurabile** e massa $m$ = 200 g è fissata ad un'asta di lunghezza $L$ = 0.80 m e **massa trascurabile,** che può ruotare **senza attrito** su un piano verticale essendo imperniata ad un suo estremo. La configurazione iniziale è con l'asta posta in direzione verticale, e quindi con la sfera che si trova nella posizione più alta, come in figura A. [Usate $g$ = 9.8 m/s$^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità e, per quanto riguarda la dinamica, considerate la sfera come puntiforme]




a) Ad un dato istante l'asta viene lasciata libera di muoversi con velocità iniziale nulla; essa comincia allora a ruotare attorno al perno, e quindi la sfera scende verso il basso (supponiamo routando in senso anitorario, come indicato in figura). Quanto vale la velocità angolare ω dell'asta quando la sfera si trova nel punto più basso che può raggiungere (quello di figura B)?

ω = …………………………………… = ............... rad/s $(2mg(2L)/I)^{1/2} = (2mg(2L)/(mL^2))^{1/2} = (4g/L)^{1/2}$ = 7.0 rad/s [dalla conservazione dell'energia meccanica, $0 = \Delta E_K + \Delta U_g$ , notando che il momento di inerzia del sistema vale semplicemente $I = mL^2$ e che la sfera nel suo moto si "abbassa" di una quantità pari $\Delta z = - 2L$ (rispetto ad un asse $Z$ orientato verso l'alto)]

b) Quanto vale il modulo della forza $F$ che l'asta esercita sulla sfera quando questa si trova nel punto di cui alla domanda precedente? [Suggerimento: tenete conto che la massa si sta muovendo su una circonferenza e considerate tutte le forze che agiscono sulla sfera quando essa passa per la posizione in questione!]

$F$ = …………………………………… =............... N $mg + m\omega^2L = mg + m4g = 5mg$ = 9.8 N [l'asta esercita sulla sfera forze che servono per equilibrare la forza peso, $mg$, e per fornire l'accelerazione centripeta, $\omega^2L$ , da cui la risposta]

c) Supponete ora che la sfera rechi anche una carica elettrica, di valore $q = 1.0\text{x}10^{-3}$ C, e che nella regione di spazio in cui si trova il sistema sia presente un campo elettrico **uniforme e costante** $\boldsymbol{E_0}$**,** diretto **orizzontalmente** (vedi figura) e di modulo $E_0$ = 5.0 N/C. Se in queste condizioni si ripete l'esperimento descritto nel punto a), quanto vale la velocità angolare ω' dell'asta? [Fate attenzione a cosa fa effettivamente il campo elettrico!]

ω' = …………………………………… = ............... rad/s ω = 7.0 rad/s [il lavoro fatto dalle forze elettriche sulla sfera **nell'intero** percorso è nullo, dato che è pari al prodotto della carica per la variazione di potenziale elettrico (questa è nulla essendo il campo diretto orizzontalmente ed essendo invariata la posizione orizzontale della carica) e quindi la relazione che esprime la conservazione dell'energia meccanica non cambia!]

**Nota**: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 17/4/2007 Firma: