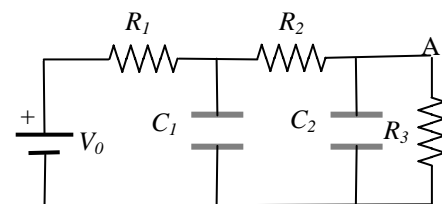


Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un circuito elettrico è costituito da tre resistori ($R_1 = 100$ ohm, $R_2 = 400$ ohm, $R_3 = 500$ ohm) e due condensatori ($C_1 = 200$ nF, $C_2 = 1.00$ μ F) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 10.0$ V.



- a) Quanto vale la corrente I erogata dal generatore in condizioni stazionarie?

$I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ mA $V_0/(R_1+R_2+R_3) = 10.0$ mA [in condizioni stazionarie la corrente passa attraverso la serie delle tre resistenze]

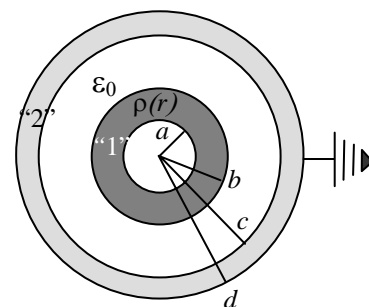
- b) Quanto vale l'energia elettrostatica U_E totale accumulata nei due condensatori in condizioni stazionarie?

$U_E = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J $(C_1/2)V_1^2 + (C_2/2)V_2^2 = (C_1/2)(V_0 - R_1 I)^2 + (C_2/2)(V_0 - (R_1 + R_2)I)^2 = 2.06 \times 10^{-5}$ J [ogni condensatore accumula un'energia $(C/2)V^2$; le differenze di potenziale ai capi dei due condensatori si calcolano tenendo conto della caduta di potenziale sulle resistenze R_1 ed $R_1 + R_2$]

- c) Supponete che, ad un dato istante, la resistenza R_3 venga scollegata dal circuito (in pratica interrompendo il collegamento nel punto A di figura). Dopo aver atteso un tempo sufficientemente lungo affinché sia raggiunta **una nuova condizione stazionaria**, quanto vale la carica Q_2 accumulata nel condensatore C_2 ?

$Q_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $C_2 V_0 = 1.00 \times 10^{-5}$ C [nelle nuove condizioni stazionarie non c'è flusso di corrente nel circuito, per cui non c'è alcuna caduta di tensione nelle resistenze e la differenza di potenziale ai capi di C_2 uguaglia V_0 , da cui la soluzione]

2. Un guscio sferico (detto "1") di raggio interno $a = 10$ cm e raggio esterno $b = 20$ cm porta al suo interno una densità di carica volumica **disomogenea** che dipende solo dalla distanza r dal centro secondo la legge $\rho(r) = \rho_0 b^2 / r^2$, con $\rho_0 = 1.0 \times 10^{-5}$ C/m³. Un secondo guscio, detto "2", fatto di **materiale conduttore**, ha raggio interno $c = 40$ cm, raggio esterno $d = 50$ cm ed è **collegato a terra**. Il guscio "2" circonda il guscio "1" essendo concentrico ad esso, come rappresentato schematicamente in figura.



- a) Quanto vale la carica Q portata dal guscio "1" al suo interno?
[Sfruttate in modo opportuno la simmetria sferica del problema!]

$Q = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $\int_{\text{guscio}} dq = \int_{\text{guscio}} \rho(r) dV = \rho_0 b^2 4\pi \int_a^b (1/r^2) r^2 dr = \rho_0 4\pi b^2 (b-a) = 5.0 \times 10^{-7}$ C [la soluzione viene dalla definizione di densità volumica di carica, tenendo presente che l'integrale, nelle condizioni di simmetria sferica considerata, può essere calcolato usando l'elemento di volume $dV = 4\pi r^2 dr$, che corrisponde a suddividere il guscio "1" in tanti gusci concentrici di spessore infinitesimo]

- b) Quanto valgono le cariche Q_c e Q_d che, all'equilibrio, si trovano sulle superfici interna ($r=c$) ed esterna ($r=d$) del guscio "2"?

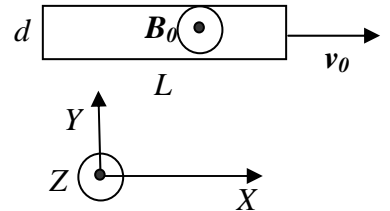
$Q_c = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $-Q = -5.0 \times 10^{-7}$ C [applicando il teorema di Gauss ad una superficie sferica di raggio $c < R < d$ si trova che, dovendo essere il campo nullo all'equilibrio e quindi essendo nullo il flusso, la carica contenuta è nulla. Questa carica contenuta è data dalla somma algebrica $Q + Q_c$, da cui la soluzione]

$Q_d = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C 0 [infatti il campo esterno all'intero sistema, cioè quello per $r > d$, deve essere nullo essendo nullo il potenziale del guscio "2" (la differenza di potenziale da qui all'infinito deve essere nulla!). La condizione è già soddisfatta dalla carica Q_c , per cui su questa superficie non si deposita altra carica]

c) A quale **potenziale elettrico** V_b si trova la superficie esterna del guscio "1", cioè la superficie sferica di raggio $r=b$? [Ricordate la relazione tra differenza di potenziale e potenziale, e che, per convenzione, la terra ha potenziale nullo ($V_{TERRA}=0$); usate il valore $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto, che è il "mezzo" che si trova fra i due gusci]

$V_b = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ V $\int_b^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_b^c E \cdot dr = \int_b^c Q/(4\pi\epsilon_0 r^2) \cdot dr = (Q/(4\pi\epsilon_0))(1/b - 1/c) = 1.4 \times 10^4$ V [per definizione si ha $\Delta V = V_c - V_b = 0 - V_b = - \int_b^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$, dove si è sfruttato il fatto che il guscio "2", e quindi anche tutti i punti che si trovano ad $r = c$, sono a terra, cioè a potenziale nullo. Per il calcolo abbiamo sfruttato il teorema di Gauss, che stabilisce che il campo nella regione tra i due gusci è quello di una carica puntiforme Q collocata al centro del guscio "1"]

3. Una barretta a sezione quadrata di materiale conduttore lunga $L = 10$ cm e spessa $d = 1.0$ cm è mantenuta in movimento da un operatore esterno in modo da avere velocità **uniforme e costante** di modulo $v_0 = 10$ m/s diretta nel verso positivo dell'asse X. Nella regione in cui si trova la barretta insiste un campo magnetico **uniforme e costante** di modulo $B_0 = 1.0 \times 10^{-2}$ T diretto nel verso positivo dell'asse Z, come in figura. Supponete che il movimento della barretta abbia avuto inizio molto prima di quando si compiono le osservazioni di questo esercizio, cioè che il conduttore si trovi in condizioni stazionarie di **equilibrio**; considerate inoltre che la barretta è complessivamente scarica. [Trascurate ogni effetto della forza peso sulla dinamica delle cariche]



a) Quanto vale la densità di carica superficiale σ che si trova sulla faccia superiore della barretta? [Usate il valore $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto, cioè del mezzo che circonda la barretta]

$\sigma = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C/m² $-\epsilon_0 v_0 B_0 = -8.8 \times 10^{-13}$ C/m² [in condizioni di equilibrio il campo interno alla barretta deve essere nullo, cioè nulle devono essere le forze che agiscono su una carichetta q che si trova al suo interno. Per equilibrare la forza di Lorentz deve nascere una distribuzione di carica superficiale che dà luogo ad un campo elettrico; vista la geometria piana del sistema, si ha $E = \sigma/\epsilon_0 = qv_0 B_0/q$, da cui la soluzione; il segno negativo tiene conto del verso della forza che spinge verso il basso le cariche positive (e verso l'alto quelle negative)]

b) Quanto vale la differenza di potenziale ΔV tra la faccia superiore e quella inferiore della barretta?

$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ V. $-v_0 B_0 d = -1.0 \times 10^{-3}$ V [il modulo del campo impresso è $E^* = v_0 B_0$; questo campo è diretto lungo Y ed è uniforme nella barretta, da cui la soluzione; il segno negativo tiene conto della particolare distribuzione delle cariche (quelle positive sono sulla faccia inferiore)]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 22/5/2007 Firma:

FOGLIETTO

<p>$\vec{j} = \rho \vec{v} = n e \vec{v}$ Def. dens. corr.</p> <p>$\vec{j} = \sigma_c \vec{E} = \frac{1}{\rho_c \vec{E}}$ Dens. corr. in conduttore.</p> <p>$\sigma_c = \frac{n e^2 \tau_c}{m}$ Conducibilità secondo Drude.</p> <p>$I = \Phi_s(\vec{j}) = \int \vec{j} \cdot \hat{n} dS$ Corrente/dens. corr.</p> <p>$V = RI$ Legge di Ohm</p> <p>$W = VI$ Effetto Joule</p> <p>$Q = CV$ Capacità</p> <p>$\tau = RC$ Tempo di scarica Condensatore su resistenza</p> <p>$U_E = CV^2 / 2$ Energia condensatore</p>	<p>$\vec{F}_E = q \vec{E}$ Def. campo elettrico/forza elettrica</p> <p>$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ Def. d.d.p.</p> <p>$\vec{E} = \frac{\kappa_E Q}{r^2} \hat{r}$ Campo in r di carica puntiforme/sferica Q</p> <p>$d\vec{E} = \frac{\kappa_E dq}{r^2} \hat{r}$ Relazione costitutiva campo el.</p> <p>Teorema di Gauss</p> <p>$\Phi_{S, chiusa}(\vec{E}) = \int_{S, chiusa} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$</p> <p>$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ Circuitazione campo elettrico (statico)</p>	<p>$\vec{F}_M = q \vec{v} \times \vec{B}$ Forza di Lorentz</p> <p>$d\vec{F}_M = Id\vec{l} \times \vec{B}$ Forza su elemento di filo</p> <p>$\vec{p}_M = SI \hat{n}$ Momento dipolo magnetico per spira di superficie S e corrente I</p> <p>$\vec{\tau} = \vec{p}_M \times \vec{B}$ Momento delle forze su spira</p> <p>$d\vec{B} = \frac{\kappa_B d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ Relazione costitutiva campo magn.</p> <p>Flusso campo magn.</p> <p>$\Phi_{S, chiusa}(\vec{B}) = \int_{S, chiusa} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$</p> <p>$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{concat}$ Teor. Ampere (statico).</p> <p>$\int \xi^n d\xi = \frac{\xi^{n+1}}{n+1}$ (per $n \neq -1$) Integrali</p> <p>$\int \frac{1}{\xi} d\xi = \ln(\xi)$</p>
---	---	---

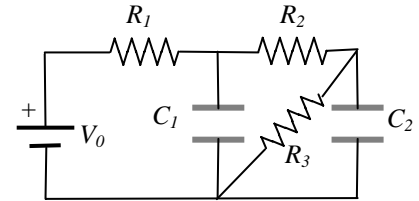
Corso di Laurea STC Chim Curr Appl – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 22/5/2007

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un circuito elettrico è costituito da tre resistori ($R_1 = 100$ ohm, $R_2 = 400$ ohm, $R_3 = 500$ ohm) e due condensatori ($C_1 = 200$ nF, $C_2 = 1.00$ μ F) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 10.0$ V.



a) Quanto vale la corrente I erogata dal generatore in condizioni stazionarie?

$I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ mA $V_0/(R_1+R_2+R_3) = 10.0$ mA [in condizioni stazionarie la corrente passa attraverso la serie delle tre resistenze]

b) Quanto valgono le cariche Q_1 e Q_2 accumulate sui condensatori in condizioni stazionarie?

$Q_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $C_1 V_1 = C_1(V_0 - R_1 I) = 1.80 \times 10^{-6}$ C [la differenza di potenziale ai capi del condensatore è pari a quella del generatore meno la "caduta di potenziale" ai capi di R_1 , da cui la soluzione]

$Q_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $C_2 V_2 = C_2(V_0 - R_1 I - R_2 I) = C_2 R_3 I = 5.00 \times 10^{-6}$ C [la differenza di potenziale ai capi del condensatore è pari a quella del generatore meno la "caduta di potenziale" ai capi di R_1 e R_2 (in serie), ovvero è pari alla differenza di potenziale ai capi di R_3 , da cui la soluzione]

c) Supponete che, ad un dato istante, il generatore venga scollegato dal circuito; quanto vale l'energia U_{diss} che viene dissipata per effetto Joule dalle resistenze nell'intero processo di scarica dei condensatori? Quali resistenze sono coinvolte nella dissipazione?

$U_{diss} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J $Q_1^2/(2C_1) + Q_2^2/(2C_2) = 2.06 \times 10^{-5}$ J

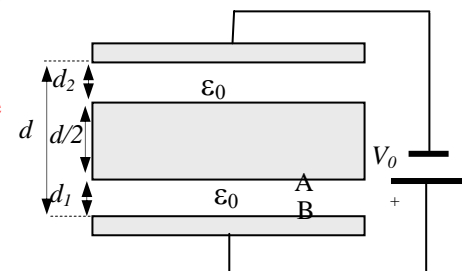
[per ragioni di bilancio energetico, nel processo di scarica le resistenze dissipano per effetto Joule l'energia inizialmente accumulata nei condensatori, che si esprime come $Q^2/(2C)$, dove Q è la carica accumulata inizialmente (quella determinata al punto precedente)]

Resistenze coinvolte nel processo: R_2, R_3 [la resistenza R_1 non dissipa energia dato che, a generatore scollegato, in essa non circola corrente]

2. Un condensatore ad armature piane parallele è costituito da due piastre conduttrici di sezione $S = 100$ cm² poste una di fronte all'altra ad una distanza relativa $d = 1.0$ cm. Le due lastre sono collegate ad un generatore di differenza di potenziale continua $V_0 = 10$ V. [Supponete nell'intero esercizio di poter trascurare gli "effetti ai bordi"]

a) Quanto vale la carica Q che si trova sull'armatura collegata al polo positivo del generatore? [Usate il valore $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto, il "mezzo" che riempie le armature]

$Q = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $C_0 V_0 = \epsilon_0(S/d)V_0 = 8.8 \times 10^{-11}$ C [la capacità del condensatore ad armature piane e parallele vale, come si può facilmente dimostrare, $C_0 = \epsilon_0 S/d$, da cui la soluzione]



Disegno non in scala!

b) Una terza lastra di materiale **conduttore** complessivamente **scarica**, di superficie S e spessore $d' = 5.0$ mm viene inserita tra le armature ottenendo la geometria rappresentata in figura (le distanze d_1 e d_2 di figura sono uguali tra loro). Qual è il nuovo valore della carica Q' che si trova sull'armatura collegata al polo positivo del generatore?

$Q' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $C' V_0 = \epsilon_0(S/(d/2))V_0 = 1.7 \times 10^{-10}$ C [la nuova configurazione corrisponde ad una serie di due condensatori di sezione S e distanza fra le armature pari a $d/4$, cioè di capacità pari a $4C_0$; la capacità complessiva della serie è $C' = (4/2)C_0$, da cui la soluzione. Alternativamente si può ragionare considerando che i campi nelle due regioni (inferiore e superiore alla lastra) sono gli stessi, come si dimostra con Gauss, e quindi imponendo che la differenza di potenziale tra le armature sia quella del generatore]

c) Ad un dato istante la lastra introdotta tra le armature viene collegata a terra. Al raggiungimento delle condizioni **stazionarie**, quanto vale la carica totale Q_L richiamata dalla terra sulla lastra? Quanto vale la differenza di potenziale ΔV_L tra lastra ed armatura inferiore (cioè tra i punti indicati con A e B in figura)? [Ricordate che, per convenzione, la terra ha potenziale nullo ($V_{TERRA}=0$); discutete bene la risposta a questa domanda!]

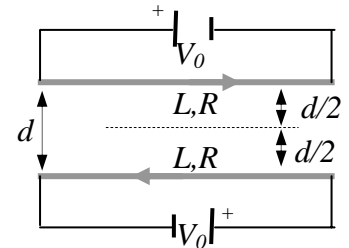
$Q_L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots C \quad 0$ [continua a valere la condizione stabilita sopra;

infatti il teorema di Gauss mostra che sul lato inferiore della lastra si trova una carica uguale ed opposta a quella che si trova sull'armatura inferiore, e su quella superiore si trova una carica uguale ed opposta a quella dell'armatura superiore. D'altra parte sulle armature si trova sempre una carica uguale ed opposta, e quindi $Q_L = 0$]

$\Delta V_L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots V \quad -V_0/2 = - 5.0 V$ [viene considerando il valore

del campo elettrico nella zona tra armatura inferiore e lastra; questo campo è uniforme e diretto verso l'alto rispetto alla figura; inoltre il suo modulo si determina facilmente ragionando come nella soluzione alla domanda precedente]

3. Due **lunghi** fili elettrici di lunghezza $L = 2.0$ m e resistenza $R = 0.10$ ohm sono disposti parallelamente l'un l'altro a distanza relativa $d = 1.0$ cm. I due fili sono collegati a due generatori ideali di differenza di potenziale continua $V_0 = 10$ V, disposti in modo tale che le correnti che scorrono nei due fili sono una opposta in verso all'altra (vedi figura)..



Disegno non in scala!

a) Quanto vale e che direzione e verso ha il campo magnetico **B** esistente "a metà strada" tra i due fili, cioè in un punto che dista $d/2$ da ognuno di essi? [Usate il valore $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A per la permeabilità magnetica]

$B = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots T \quad 2\mu_0 I / (2\pi d/2) = 2\mu_0 V_0 / (R\pi d) = 8.0 \times 10^{-3} T$ [il

campo è dato dalla sovrapposizione dei due campi generati dai due fili, ognuno dei quali si esprime con il teorema di Ampere; usando la regola della mano destra si vede che entrambi i campi sono concordi in verso e direzione]

Direzione e verso: $\dots\dots\dots$ **entrante nel foglio, rispetto alla figura**

b) Quanto vale in modulo la forza magnetica F che si esercita tra i due fili? Che direzione e verso ha?

$F = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots N. \quad |\int_{filo 2} I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{12}| = \mu_0 I^2 L / (2\pi d) = 4.0 \times 10^{-3} N$ [dalla

definizione; per il calcolo si tiene conto che il campo è uniforme sull'intera lunghezza del filo; ovviamente per il principio di azione e reazione ogni filo esercita sull'altro una forza uguale ed opposta a quella che l'altro esercita su di lui]

Direzione e verso: $\dots\dots\dots$ **ortogonale ai fili, nel verso che tende ad**

allontanarli reciprocamente [dalla regola della mano destra]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 22/5/2007 Firma:

FOGLIETTO

$\vec{j} = \rho \vec{v} = ne\vec{v}$ Def. dens. corr.	$\vec{F}_E = q\vec{E}$ Def. campo elettrico/forza elettrica	$\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$ Forza di Lorentz
$\vec{j} = \sigma_c \vec{E} = \frac{1}{\rho_c \vec{E}}$ Dens.corr.in conduttore.	$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ Def. d.d.p.	$d\vec{F}_M = I d\vec{l} \times \vec{B}$ Forza su elemento di filo
$\sigma_c = \frac{ne^2 \tau_c}{m}$ Conducibilità secondo Drude.	$\vec{E} = \frac{\kappa_E Q}{r^2} \hat{r}$ Campo in r di carica puntiforme/sferica Q	$\vec{p}_M = SI\hat{n}$ Momento dipolo magnetico per spira di superficie S e corrente I
$I = \Phi_s(\vec{j}) = \int \vec{j} \cdot \hat{n} dS$ Corrente/dens.corr.	$d\vec{E} = \frac{\kappa_E dq}{r^2} \hat{r}$ Relazione costitutiva campo el.	$\vec{\tau} = \vec{p}_M \times \vec{B}$ Momento delle forze su spira
$V = RI$ Legge di Ohm	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ Teorema di Gauss	$d\vec{B} = \frac{\kappa_B d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ Relazione costitutiva campo magn.
$W = VI$ Effetto Joule	$\Phi_{S, chiusa}(\vec{E}) = \int_{S, chiusa} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$	$\Phi_{S, chiusa}(\vec{B}) = \int_{S, chiusa} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$ Flusso campo magn.
$Q = CV$ Capacità		$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{concat}$ Teor. Ampere (statico).
$\tau = RC$ Tempo di scarica Condensatore su resistenza		
$U_E = CV^2 / 2$ Energia condensatore		

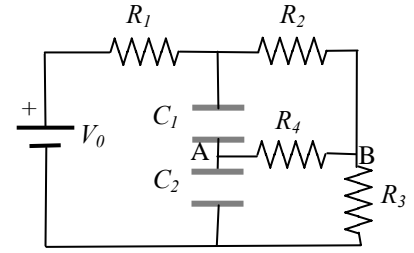
$\int \xi^n d\xi = \frac{\xi^{n+1}}{n+1}$ (per $n \neq -1$)
Integrali
 $\int \frac{1}{\xi} d\xi = \ln(\xi)$

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un circuito elettrico è costituito da quattro resistori ($R_1 = 100$ ohm, $R_2 = 400$ ohm, $R_3 = 500$ ohm, $R_4 = 800$ ohm) e due condensatori ($C_1 = 200$ nF, $C_2 = 1.00$ μ F) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 10.0$ V.



a) Quanto vale la corrente I erogata dal generatore in condizioni stazionarie?

$I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ mA $V_0/(R_1+R_2+R_3) = 10.0$ mA [in

condizioni stazionarie la corrente passa attraverso la serie delle tre resistenze; la resistenza R_4 non partecipa alla conduzione, dato che, in condizioni stazionarie, non c'è passaggio di corrente da/per i condensatori]

b) Quanto vale, in condizioni stazionarie, la differenza di potenziale V_4 ai capi della resistenza R_4 (cioè tra i punti A e B di figura)?

$V_4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ V 0 [la differenza di potenziale è nulla

essendo nulla la corrente che, in condizioni stazionarie, passa attraverso la resistenza R_4]

c) Supponete che, ad un dato istante, il generatore venga scollegato dal circuito; quanto vale l'energia U_{diss} che viene dissipata per effetto Joule dalle resistenze nell'intero processo di scarica dei condensatori? Quali resistenze sono coinvolte nella dissipazione?

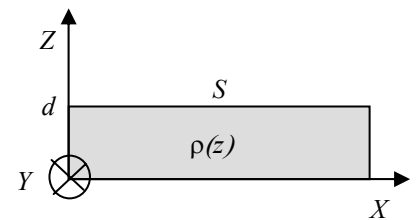
$U_{diss} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J $(C_1/2)V_1^2 + (C_2/2)V_2^2 =$

$(C_1/2)(R_2I)^2 + (C_1/2)(R_3I)^2 = 1.41 \times 10^{-5}$ J [per ragioni di bilancio energetico, nel processo di scarica le resistenze dissipano per effetto Joule l'energia inizialmente accumulata nei condensatori, che si esprime come $(C/2)V^2$, dove V è la differenza di potenziale iniziale; essendo i punti A e B allo stesso potenziale, la differenza di potenziale V_1 ai capi di C_1 è R_2I ; la V_2 ai capi di C_2 è R_3I , da cui la soluzione]

Resistenze coinvolte nel processo: R_2, R_3, R_4 [la

resistenza R_1 non dissipa energia dato che, a generatore scollegato, in essa non circola corrente]

2. Una lastra di materiale non conduttore è "appoggiata" sul piano XY di un sistema di riferimento, come rappresentato in figura. La lastra è molto più "larga" di quanto non sia "alta", in modo da poter trascurare gli "effetti ai bordi": infatti la sezione di base vale $S = 1.0 \times 10^3$ cm², mentre lo spessore vale $d = 1.0$ cm. La lastra porta una distribuzione di carica volumica **disomogenea** che dipende solo dalla quota z secondo la legge $\rho(z) = \rho_0 z^2/d^2$, con $\rho_0 = 3.0 \times 10^{-5}$ C/m³. Si sa che il campo elettrico è nullo per $z \leq 0$.



Disegno non in scala!

a) Quanto vale la carica Q portata dalla lastra al suo interno? [Sfruttate in modo opportuno la simmetria piana del problema!]

$Q = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $\int_{\text{lastra}} dq = \int_{\text{lastra}} \rho(z) dV = (\rho_0 S/d^2) \int_0^d z^2 dz =$

$(\rho_0 S/d^2) d^3/3 = \rho_0 S d/3 = 1.0 \times 10^{-8}$ C [la soluzione viene dalla definizione di densità volumica di carica, tenendo presente che l'integrale, nelle condizioni di simmetria piana considerata, può essere calcolato usando l'elemento di volume $dV = Sdz$, che corrisponde a suddividere la lastra in tante "lamine" sovrapposte]

b) Quanto vale la differenza di potenziale ΔV tra faccia "superiore" e faccia "inferiore" della lastra (cioè tra i punti $z = d$ e $z = 0$)? [Usate il valore $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica nella lastra]

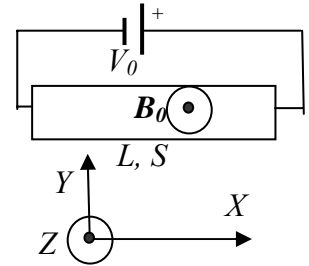
$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ V $-\int_0^d \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_0^d E(z) dz = -\int_0^d (\rho_0/(3d^2 \epsilon_0) z^3 dz$

$= -\rho_0 d^2/(12 \epsilon_0) = -28$ V [il campo interno alla lastra si determina in funzione di z usando Gauss su una superficie chiusa costituita da una lastra ideale di sezione S con una faccia in $z = 0$ (dove il campo è nullo!) e l'altra alla quota z generica]. Sapendo che il campo è diretto lungo z e dipende solo da z (si trascurano gli "effetti ai bordi"), si ha allora $\Phi_{S,\text{chiusa}}(\mathbf{E}) = SE(z) = Q_{INT}(z)/\epsilon_0$. La carica interna alla superficie di Gauss in questione si trova integrando nel volume secondo quanto stabilito nella risposta alla domanda precedente]

c) Un elettrone (massa $m = 9.0 \times 10^{-31}$ kg, carica $q = -1.6 \times 10^{-19}$ C) incide sulla faccia “inferiore” ($z=0$) della lastra avendo una velocità iniziale di modulo $v_0 = 2.0 \times 10^6$ m/s diretta nel verso positivo dell’asse Z. Supponendo ragionevolmente che l’elettrone possa penetrare nel materiale della lastra senza “interagire meccanicamente” con esso (cioè trascurando ogni forma di attrito), quanto vale, in modulo, la velocità v con cui esso lascia la faccia “superiore” ($z=d$) della lastra? [Trascurate ogni effetto della forza peso sulla dinamica dell’elettrone]

$v = \dots \dots \dots \sim \dots \dots \dots$ m/s $(v_0^2 - (2q/m)\Delta V)^{1/2} \sim 3.7 \times 10^6$ m/s [per la conservazione dell’energia, che si applica in assenza di attriti, si ha $(m/2)v_0^2 = (m/2)v^2 + q\Delta V$; fate attenzione al fatto che $q < 0$, per cui l’elettrone viene accelerato!]

3. Una barretta di sezione $S = 1.0 \text{ cm}^2$ e lunghezza $L = 10 \text{ cm}$, fatta di materiale conduttore di conducibilità $\sigma_C = 1.6 \times 10^8 \text{ (ohm m)}^{-1}$, è collegata come in figura ad un generatore di differenza di potenziale continua $V_0 = 10 \text{ V}$. Un campo magnetico **uniforme e costante** di modulo $B_0 = 1.0 \times 10^{-2} \text{ T}$ diretto nel verso positivo dell’asse Z di figura, agisce sul sistema. Il sistema è in condizioni stazionarie.



a) Sapendo che la densità degli elettroni che formano la corrente è $n_e = 1.0 \times 10^{27}$ elettroni/m³, qual è la velocità v_X con cui gli elettroni si muovono lungo l’asse X di figura? [Fate approssimazioni ragionevoli sull’uniformità del campo elettrico nella barretta; usate il valore $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C per l’unità di carica]

$v_X = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots$ m/s $-j/(n_e e) = -\sigma_C E / (n_e e) = \sigma_C V_0 / (L n_e e) = 1.0 \times 10^2$ m/s [si suppone campo uniforme in direzione X, come atteso in un conduttore omogeneo in condizioni stazionarie e geometria piana; quindi $E = -V_0/L$, dove il segno negativo tiene conto del “segno” della differenza di potenziale]

b) Quanto vale, componente per componente, la forza F che agisce su uno degli elettroni che formano la corrente?

$F_X = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots$ N $eV_0/L = 1.6 \times 10^{-17}$ N [è la forza elettrica dovuta al campo determinato nella risposta precedente]

$F_Y = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots$ N $ev_X B_0 = 1.6 \times 10^{-19}$ N [è la forza di Lorentz, con segno giusto tenendo conto della geometria del sistema e della regola della mano destra]

$F_Z = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots$ N 0 [non ci sono forze lungo Z]

Nota: acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 22/5/2007 Firma:

FOGLIETTO

$\vec{j} = \rho \vec{v} = n e \vec{v}$ Def. dens. corr.	$\vec{F}_E = q \vec{E}$ Def. campo elettrico/forza elettrica	$\vec{F}_M = q \vec{v} \times \vec{B}$ Forza di Lorentz
$\vec{j} = \sigma_C \vec{E} = \frac{1}{\rho_C \vec{E}}$ Dens.corr.in conduttore.	$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ Def. d.d.p.	$d\vec{F}_M = I d\vec{l} \times \vec{B}$ Forza su elemento di filo
$\sigma_C = \frac{n e^2 \tau_C}{m}$ Conducibilità secondo Drude.	$\vec{E} = \frac{\kappa_E Q}{r^2} \hat{r}$ Campo in r di carica puntiforme/sferica Q	$\vec{p}_M = SI \hat{n}$ Momento dipolo magnetico per spira di superficie S e corrente I
$I = \Phi_S(\vec{j}) = \int \vec{j} \cdot \hat{n} dS$ Corrente/dens.corr.	$d\vec{E} = \frac{\kappa_E dq}{r^2} \hat{r}$ Relazione costitutiva campo el.	$\vec{\tau} = \vec{p}_M \times \vec{B}$ Momento delle forze su spira
$V = RI$ Legge di Ohm	$\Phi_{S, chiusa}(\vec{E}) = \int_{S, chiusa} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ Teorema di Gauss	$d\vec{B} = \frac{\kappa_B d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ Relazione costitutiva campo magn.
$W = VI$ Effetto Joule	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ Circuitazione campo elettrico (statico)	$\Phi_{S, chiusa}(\vec{B}) = \int_{S, chiusa} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$ Flusso campo magn.
$Q = CV$ Capacità		$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{concat}$ Teor. Ampere (statico).
$\tau = RC$ Tempo di scarica Condensatore su resistenza		$\int \xi^n d\xi = \frac{\xi^{n+1}}{n+1}$ (per $n \neq -1$) Integrali
$U_E = CV^2 / 2$ Energia condensatore		$\int \frac{1}{\xi} d\xi = \ln(\xi)$

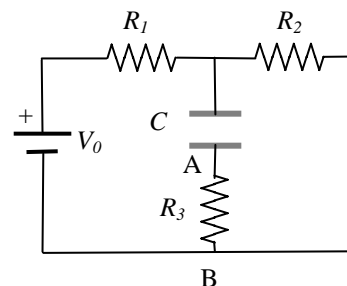
Corso di Laurea STC Chim Curr Appl – PROVA DI VERIFICA n. 2 - 22/5/2007

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un circuito elettrico è costituito da tre resistori ($R_1 = 100$ ohm, $R_2 = 400$ ohm, $R_3 = 600$ ohm) ed un condensatore ($C = 1.00$ μ F) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 10.0$ V.



a) Quanto vale la corrente I erogata dal generatore in condizioni stazionarie?

$I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ mA

$V_0/(R_1+R_2) = 20.0$ mA [in condizioni stazionarie la corrente passa attraverso la serie delle due resistenze; la resistenza R_3 non partecipa alla conduzione, dato che, in condizioni stazionarie, non c'è passaggio di corrente da/per il condensatore]

b) Quanto vale, in condizioni stazionarie, la differenza di potenziale V_3 ai capi della resistenza R_3 (cioè tra i punti A e B di figura)?

$V_3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ V 0 [la differenza di potenziale è nulla essendo nulla la corrente che, in condizioni stazionarie, passa attraverso la resistenza R_3]

c) Supponete che, ad un dato istante, il generatore venga scollegato dal circuito; quanto vale il tempo caratteristico di scarica τ del condensatore?

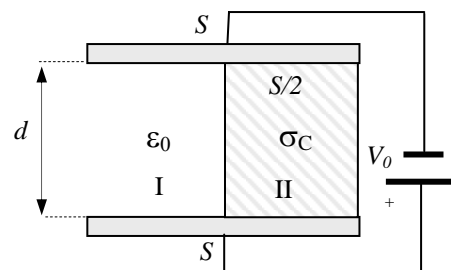
$\tau = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ s $(R_2+R_3)C = 1.00 \times 10^{-3}$ s [durante la scarica la resistenza R_1 non "partecipa" al processo, non essendo in pratica collegata a nulla (il generatore è scollegato). La scarica avviene attraverso la serie delle due resistenze R_2 ed R_3 , da cui la soluzione]

2. Un condensatore ad armature piane parallele è costituito da due piastre conduttrici di sezione $S = 100$ cm² poste una di fronte all'altra ad una distanza relativa $d = 1.0$ cm. Le due lastre sono collegate ad un generatore ideale di differenza di potenziale continua $V_0 = 10$ V. [Supponete nell'intero esercizio di poter trascurare gli "effetti ai bordi"]

a) Quanto vale la carica Q che si trova sull'armatura collegata al polo positivo del generatore? [Usate il valore $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto, il "mezzo" che riempie le armature]

$Q = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ C $C_0 V_0 = \epsilon_0(S/d)V_0 = 8.8 \times 10^{-11}$ C [la capacità del condensatore ad armature piane e parallele vale, come si può facilmente dimostrare, $C_0 = \epsilon_0 S/d$, da cui la soluzione]

b) Un blocchetto di materiale **debolmente conduttore** (conducibilità $\sigma_C = 1.0 \times 10^3$ (ohm m)⁻¹) viene inserito nel condensatore nel modo indicato in figura: il blocchetto ha superficie di base $S' = S/2$ ed altezza d , per cui esso riempie la metà dello spazio compreso tra le armature ed è **a contatto** con esse. Qual è la capacità C' del sistema così ottenuto? [Suggerimento: osservate "come è fatto" il condensatore risultante...]



Disegno non in scala!

$C' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ pF $C_0/2 =$

$\epsilon_0(S/d)/2 = 4.4$ pF [di fatto si ha un condensatore ad armature piane e parallele con armature di sezione dimezzata rispetto all'originale]

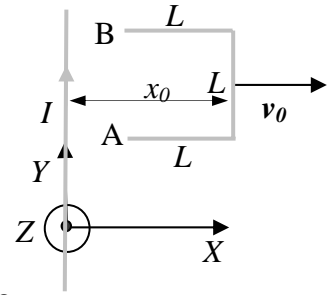
c) Quanto valgono, in modulo, i campi elettrici tra le armature, E_I ed E_{II} , rispettivamente nel vuoto e nel conduttore? [Ricordate che potete trascurare gli "effetti ai bordi"]

$E_I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ N/C $V_0/d = 1.0 \times 10^3$ N/C

$E_{II} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ N/C $V_0/d = 1.0 \times 10^3$ N/C [il campo elettrico, che si

suppone uniforme e ortogonale alle armature (si trascurano gli "effetti ai bordi") deve essere tale da generare la differenza di potenziale assegnata tra le armature, indipendentemente dalla presenza del conduttore]

3. Un **lungo** filo elettrico, fisso nello spazio e disposto lungo l'asse Y di un sistema di riferimento, è percorso da una corrente costante $I = 50$ A. Ad un dato istante un pezzo di filo elettrico **sottile** di materiale conduttore, ripiegato ad "U" come rappresentato in figura (la lunghezza di tutti e tre i suoi lati è $L = 10$ cm) si trova sul piano XY in modo tale che il lato parallelo ad Y è ad una distanza $x_0 = 20$ cm dal filo (vedi figura). Il filo ripiegato ad "U" trasla, per effetto di un operatore esterno, nel verso positivo dell'asse X con una velocità che vale, nell'istante considerato, $v_0 = 10$ m/s.



a) Quanto vale la differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$ tra i capi B ed A del filo (indicati in figura)? [Usate il valore $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A per la permeabilità magnetica del vuoto, che è il "mezzo" in cui si muove il filo ripiegato ad "U"]

$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ V. $v_0 B_0 L = v_0 (\mu_0 I / (2\pi x_0)) L = 5.0 \times 10^{-5}$ V [il

modulo del campo impresso è $E^* = v_0 B_0$; questo campo è diretto lungo Y ed è uniforme nel tratto verticale del filo; i tratti orizzontali, invece, non contribuiscono dato che in essi non c'è spostamento di carica (la forza è ortogonale al loro asse ed il filo è sottile). Il campo magnetico che agisce sul lato verticale della "U" è quello generato dal filo: esso entra nel foglio, rispetto alla figura, ed il suo modulo (a distanza x_0 dal filo) e si trova con il teorema di Ampere: $2\pi x_0 B_0 = \mu_0 I$]

b) Supponendo che l'operatore mantenga il filo piegato ad "U" in movimento a velocità **costante**, quanto vale la potenza $W(t)$ che l'operatore esterno deve applicare? [Supponete trascurabile la massa del filo, e ponete la sua resistenza pari a $R = 10$ ohm. Attenti: la soluzione non è semplice e la risposta è in funzione del tempo t , per cui non dovete dare una risposta numerica! Considerate come istante iniziale $t_0 = 0$ quello della domanda precedente. Non serve usare la legge di Faraday!]

$W(t) = \dots\dots\dots (v_0 \mu_0 I L / (2\pi(x_0 + v_0 t)))^2 / R$ [si può fare un bilancio energetico,

per cui la potenza dell'operatore serve a "bilanciare" la potenza dissipata per effetto Joule nel filo, $W_J = \Delta V^2 / R$. La differenza di potenziale ai capi del filo è funzione del tempo secondo la $\Delta V(t) = v_0 B(t) L = v_0 (\mu_0 I / (2\pi x(t))) L = v_0 (\mu_0 I / (2\pi x(t))) L$, con $x(t) = x_0 + v_0 t$, da cui la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 22/5/2007 Firma:

FOGLIETTO

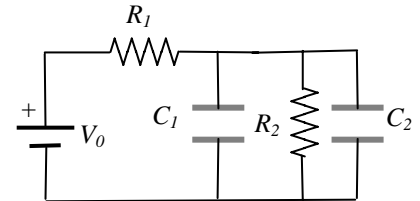
<p>$\vec{j} = \rho \vec{v} = ne\vec{v}$ Def. dens. corr.</p> <p>$\vec{j} = \sigma_c \vec{E} = \frac{1}{\rho_c \vec{E}}$ Dens.corr.in conduttore.</p> <p>$\sigma_c = \frac{ne^2 \tau_c}{m}$ Conducibilità secondo Drude.</p> <p>$I = \Phi_s(\vec{j}) = \int \vec{j} \cdot \hat{n} dS$ Corrente/dens.corr.</p> <p>$V = RI$ Legge di Ohm</p> <p>$W = VI$ Effetto Joule</p> <p>$Q = CV$ Capacità</p> <p>$\tau = RC$ Tempo di scarica Condensatore su resistenza</p> <p>$U_E = CV^2 / 2$ Energia condensatore</p>	<p>$\vec{F}_E = q\vec{E}$ Def. campo elettrico/forza elettrica</p> <p>$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ Def. d.d.p.</p> <p>$\vec{E} = \frac{\kappa_E Q}{r^2} \hat{r}$ Campo in r di carica puntiforme/sferica Q</p> <p>$d\vec{E} = \frac{\kappa_E dq}{r^2} \hat{r}$ Relazione costitutiva campo el.</p> <p>Teorema di Gauss</p> <p>$\Phi_{S, chiusa}(\vec{E}) = \int_{S, chiusa} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$</p> <p>$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ Circuitazione campo elettrico (statico)</p>	<p>$\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$ Forza di Lorentz</p> <p>$d\vec{F}_M = Id\vec{l} \times \vec{B}$ Forza su elemento di filo</p> <p>$\vec{p}_M = SI\hat{n}$ Momento dipolo magnetico per spira di superficie S e corrente I</p> <p>$\vec{\tau} = \vec{p}_M \times \vec{B}$ Momento delle forze su spira</p> <p>$d\vec{B} = \frac{\kappa_B d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ Relazione costitutiva campo magn.</p> <p>Flusso campo magn.</p> <p>$\Phi_{S, chiusa}(\vec{B}) = \int_{S, chiusa} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$</p> <p>$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{concat}$ Teor. Ampere (statico).</p> <p>$\int \xi^n d\xi = \frac{\xi^{n+1}}{n+1}$ (per $n \neq -1$) Integrali</p> <p>$\int \frac{1}{\xi} d\xi = \ln(\xi)$</p>
---	---	---

Nome e cognome:

Matricola:

Siete invitati a riportare i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. **Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

1. Un circuito elettrico è costituito da due resistori ($R_1 = 100$ ohm, $R_2 = 400$ ohm) e due condensatori ($C_1 = 1.00$ μF , $C_2 = 2.00$ μF) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 10.0$ V.



- a) Quanto vale la corrente I erogata dal generatore in condizioni stazionarie?

$$I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ mA} \quad V_0/(R_1+R_2) = 20.0 \text{ mA} \quad [\text{in condizioni stazionarie la corrente passa attraverso la serie delle due resistenze}]$$

- b) Quanto vale l'energia elettrostatica U_E totale accumulata nei due condensatori in condizioni stazionarie?

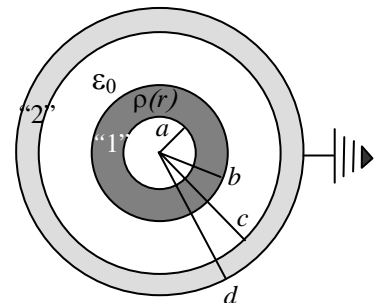
$$U_E = \dots\dots\dots \text{ J} \quad ((C_1+C_2)/2)(V_0-R_1I)^2 = 1.21 \times 10^{-4} \text{ J}$$

[ogni condensatore accumula un'energia $(C/2)V^2$; le differenze di potenziale ai capi dei due condensatori sono le stesse e si calcolano tenendo conto della caduta di potenziale sulla resistenza R_1]

- c) Ad un dato istante il generatore viene scollegato dal circuito: quanto vale il tempo caratteristico di scarica τ dei due condensatori?

$$\tau = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ s} \quad R_2(C_1+C_2) = 1.20 \times 10^{-3} \text{ s} \quad [\text{i due condensatori si comportano come un parallelo di condensatori che scarica attraverso la sola resistenza } R_2 \text{ (la resistenza } R_1 \text{ a generatore scollegato non partecipa all'evoluzione temporale delle grandezze elettriche, non essendo interessata da alcuna corrente)}]$$

2. Un guscio cilindrico (detto "1") di raggio interno $a = 10$ cm, raggio esterno $b = 20$ cm ed altezza $h = 2.0$ m ($h \gg a, b$) porta al suo interno una densità di carica volumica **disomogenea** che dipende solo dalla distanza r dal centro secondo la legge $\rho(r) = \rho_0 b^2/r^2$, con $\rho_0 = 1.0 \times 10^{-5}$ C/m³. Un secondo guscio, detto "2", fatto di **materiale conduttore**, ha raggio interno $c = 40$ cm, raggio esterno $d = 50$ cm, altezza $h = 2.0$ m ($h \gg c, d$) ed è **collegato a terra**. Il guscio "2" circonda il guscio "1" essendo coassiale ad esso, come rappresentato schematicamente in figura. [Considerate nulli gli "effetti ai bordi" dato che i gusci sono "molto più alti che larghi"]



- a) Quanto vale la carica Q portata dal guscio "1" al suo interno?

[Sfruttate in modo opportuno la simmetria cilindrica del problema! Può farvi comodo sapere che $\ln 2 \sim 0.69$]

$$Q = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ C} \quad \int_{\text{guscio}} dq = \int_{\text{guscio}} \rho(r) dV = \rho_0 b^2 2\pi h \int_a^b (1/r^2) r dr = \rho_0 2\pi b^2 h \ln(b/a) \sim 3.5 \times 10^{-6} \text{ C}$$

[la soluzione viene dalla definizione di densità volumica di carica, tenendo presente che l'integrale, nelle condizioni di simmetria cilindrica considerata, può essere calcolato usando l'elemento di volume $dV = 2\pi r h dr$, che corrisponde a suddividere il guscio "1" in tanti gusci coassiali di spessore infinitesimo]

- b) Quanto valgono le cariche Q_c e Q_d che, all'equilibrio, si trovano sulle superfici interna ($r=c$) ed esterna ($r=d$) del guscio "2"? [Ricordate di trascurare gli effetti ai bordi, che in pratica significa porre campo nullo all'esterno del sistema!]

$$Q_c = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ C} \quad -Q = -3.5 \times 10^{-6} \text{ C} \quad [\text{applicando il teorema di Gauss ad una superficie cilindrica di raggio } c < R < d \text{ si trova che, dovendo essere il campo nullo all'equilibrio e quindi essendo nullo il flusso, la carica contenuta è nulla. Questa carica contenuta è data dalla somma algebrica } Q + Q_c, \text{ da cui la soluzione}]$$

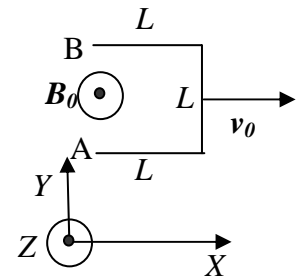
$$Q_d = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ C} \quad 0 \quad [\text{infatti il campo esterno all'intero sistema, cioè quello per } r > d, \text{ deve essere nullo essendo nullo il potenziale del guscio "2" (la differenza di potenziale da qui all'infinito)}]$$

deve essere nulla!). La condizione è già soddisfatta dalla carica Q_c , per cui su questa superficie non si deposita altra carica]

- c) A quale **potenziale elettrico** V_b si trova la superficie esterna del guscio “1”, cioè la superficie cilindrica di raggio $r=b$? [Ricordate la relazione tra differenza di potenziale e potenziale, e che, per convenzione, la terra ha potenziale nullo ($V_{TERRA}=0$); usate il valore $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto, che è il “mezzo” che si trova fra i due gusci]

$V_b = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ V $\int_b^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_b^c E \cdot dr = \int_b^c Q/(2\pi\epsilon_0 hr) \cdot dr = (Q/(2\pi\epsilon_0 h)) \ln(c/b) = 2.2 \times 10^4$ V [per definizione si ha $\Delta V = V_c - V_b = 0 - V_b = - \int_b^c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$, dove si è sfruttato il fatto che il guscio “2”, e quindi anche tutti i punti del guscio che si trovano ad $r = c$, sono a terra, cioè a potenziale nullo. Per il calcolo abbiamo sfruttato il teorema di Gauss, che stabilisce che il campo nella regione tra i due gusci si trova da $E2\pi rh = Q/\epsilon_0$, da cui $E(r) = Q/(2\pi\epsilon_0 hr)$]

3. Un pezzo di filo elettrico **sottile** di materiale conduttore è ripiegato ad “U” come rappresentato in figura; la lunghezza di tutti e tre i suoi lati è $L = 10$ cm. Questo filo viene mosso da un operatore esterno in modo da avere una velocità **costante** di modulo $v_0 = 10$ m/s diretta nel verso positivo dell’asse X del sistema di figura; in tutto lo spazio in cui si muove il filo insiste un campo magnetico **uniforme e costante** di modulo $B_0 = 1.0 \times 10^{-2}$ T diretto nel verso positivo dell’asse Z. Supponete che il movimento del filo abbia avuto inizio molto prima di quando si compiono le osservazioni di questo esercizio, cioè che il conduttore si trovi in condizioni di equilibrio.



- a) Quanto vale la differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$ tra i capi B ed A del filo (indicati in figura)?

$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ V. $-v_0 B_0 L = -1.0 \times 10^{-2}$ V [il modulo del campo impresso è $E^* = v_0 B_0$; questo campo è diretto lungo Y ed è uniforme nel tratto verticale del filo; i tratti orizzontali, invece, non contribuiscono dato che in essi non c’è spostamento di carica (la forza è ortogonale al loro asse ed il filo è sottile), da cui la soluzione; il segno negativo tiene conto della particolare distribuzione delle cariche (quelle positive sono spinte verso il basso, in accordo con la regola della mano destra)]

- b) Supponendo che il filo abbia massa **trascurabile** e resistenza elettrica $R = 10$ ohm, quanto vale la potenza W che l’operatore esterno deve applicare al filo per muoverlo a velocità v_0 ? [Attenti: considerate una situazione **stazionaria**, cioè di **equilibrio**!]

$W = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ W. 0 [in condizioni stazionarie le cariche si sono già spostate ai capi del filo e non c’è alcuna corrente; quindi la dissipazione Joule, che sarebbe l’unica forma di perdita di energia, è nulla ed il bilancio energetico porta alla soluzione]

Nota: acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 22/5/2007

Firma:

FOGLIETTO

$\vec{j} = \rho \vec{v} = ne\vec{v}$ Def. dens. corr.	$\vec{F}_E = q\vec{E}$ Def. campo elettrico/forza elettrica	$\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B}$ Forza di Lorentz
$\vec{j} = \sigma_c \vec{E} = \frac{1}{\rho_c \vec{E}}$ Dens.corr.in conduttore.	$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ Def. d.d.p.	$d\vec{F}_M = Id\vec{l} \times \vec{B}$ Forza su elemento di filo
$\sigma_c = \frac{ne^2 \tau_c}{m}$ Conducibilità secondo Drude.	$\vec{E} = \frac{\kappa_E Q}{r^2} \hat{r}$ Campo in r di carica puntiforme/sferica Q	$\vec{p}_M = SI\hat{n}$ Momento dipolo magnetico per spira di superficie S e corrente I
$I = \Phi_S(\vec{j}) = \int \vec{j} \cdot \hat{n} dS$ Corrente/dens.corr.	$d\vec{E} = \frac{\kappa_E dq}{r^2} \hat{r}$ Relazione costitutiva campo el.	$\vec{\tau} = \vec{p}_M \times \vec{B}$ Momento delle forze su spira
$V = RI$ Legge di Ohm	$\Phi_{S, chiusa}(\vec{E}) = \int_{S, chiusa} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ Teorema di Gauss	$d\vec{B} = \frac{\kappa_B d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ Relazione costitutiva campo magn.
$W = VI$ Effetto Joule	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ Circuitazione campo elettrico (statico)	$\Phi_{S, chiusa}(\vec{B}) = \int_{S, chiusa} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$ Flusso campo magn.
$Q = CV$ Capacità		$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{concat}$ Teor. Ampere (statico).
$\tau = RC$ Tempo di scarica Condensatore su resistenza		
$U_E = CV^2 / 2$ Energia condensatore		

$\int \xi^n d\xi = \frac{\xi^{n+1}}{n+1}$ (per $n \neq -1$)
Integrali

$\int \frac{1}{\xi} d\xi = \ln(\xi)$