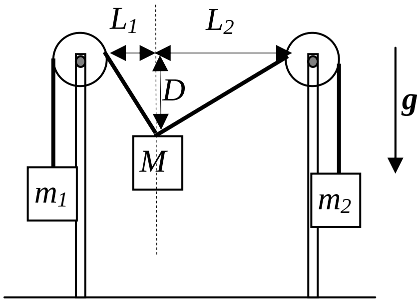
Corso di Laurea Ing. EA – "Compito per casa di Fisica" n. 2

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*



Disegno non in scala!!!$_1$

1. Le masse m_1 = 28 Kg ed m_2 (incognita!) sono attaccate ai capi di due funi inestensibili di massa trascurabile, unite fra di loro e alla massa M (incognita!), come in figura. La fune passa per la gola di due pulegge di massa trascurabile, montate in cima a dei supporti verticali rigidi ed indeformabili. Tutte le forme di attrito sono trascurabili ed il sistema è **in equilibrio** nella configurazione rappresentata in figura [il valore delle varie distanze segnate è: D = 2.0 m, L_1 = 2.0 m, L_2 = 5.3 m; l'accelerazione di gravità agisce verso il basso in figura e vale g = 9.8 m/s^2].
   a) Disegnate il diagramma delle forze agenti sulla massa M.

   b) Dette T_{1X} , T_{2X} , T_{1Y} , T_{2Y} le componenti orizzontali e verticali delle tensioni delle due funi (che determinerete nei prossimi passaggi!), come si scrivono le condizioni di staticità del corpo M riferite alle due direzioni?
   Direzione orizzontale: …………………………………… $T_{1X} + T_{2X} = 0$
   Direzione verticale: …………………………………… $T_{1Y} + T_{2Y} + Mg = 0$

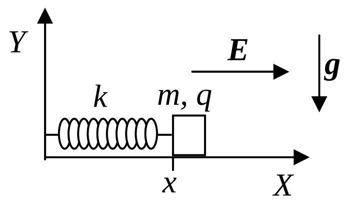
   c) Quanto vale il rapporto $\eta = m_1/m_2$? [Dovete lavorare di geometria!]
   η = …………………………………… ~ .... $(L_2 / (L_2^2+D^2)^{1/2}) / (L_1 / (L_1^2+D^2)^{1/2})$ ~ 1.3 [dall'eq. in direzione orizzontale si ha $T_1 sin\alpha_1 = T_2 sin\alpha_2$, dove α_1 ed α_2 sono gli angoli al vertice "basso" dei due triangoli di figura; ma le funi "trasferiscono" la forza peso delle due masse m_1 ed m_2 , cioè $T_1 = m_1 g$ e $T_2 = m_2 g$. Inoltre i dati geometrici del problema permettono di esprimere $sin\alpha_1 = L_1 / (L_1^2+D^2)^{1/2}$ ed analogamente per $sin\alpha_2$, da cui la soluzione]

   d) Quanto vale la massa M? [Dovete lavorare di geometria ed impiegare il risultato precedente]
   M = …………………………………… ~ .... Kg $(m_1 D / (L_1^2+D^2)^{1/2}) + (m_2 D / (L_2^2+D^2)^{1/2}) = m_1 D (1 / (L_2^2+D^2)^{1/2}) + (1 /(\eta (L_1^2+D^2)^{1/2})) = m_1 D (1 / (L_2^2+D^2)^{1/2}) + (L_1 /(L_2 (L_2^2+D^2)^{1/2})) = m_1 (D / (L_2^2+D^2)^{1/2}) (1 + L_1 /L_2)$ ~ 28 Kg [dall'eq. in direzione verticale si ha $Mg = T_1 cos\alpha_1 + T_2 cos\alpha_2$, e poi, applicando i ragionamenti di sopra, si ottiene il risultato]

2. Quattro cariche elettriche di valore q si trovano **fisse** ai vertici di un quadrato di lato $2L$ poggiato su un piano XY e centrato nell'origine del sistema di riferimento che adotterete.
   a) Quanto vale, **in modulo**, il contributo E' del campo elettrico generato da **ogni singola carica** nel punto di coordinate $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ (cioè il centro del quadrato)?
   E' = …………………………………… $\kappa q/(2L^2)$ [$(2L)^{1/2}$ è la distanza tra il centro e uno dei quattro vertici del quadrato. da cui il risultato]

   b) Quanto vale, componente per componente, il campo elettrico $\boldsymbol{E_0}$ nel punto di coordinate $x_0 = 0$, $y_0 = 0$?
   $\boldsymbol{E_0}$ = (………………,………………) (0, 0) [si ottiene subito notando che i contributi dovuti alle quattro cariche si annullano a coppie per ragioni di simmetria]

   c) Supponete ora di avere una carica puntiforme di valore q e massa m **vincolata** a muoversi lungo l'asse x del sistema di riferimento citato. Quanto vale, in funzione della posizione x, la sua accelerazione a_X? [Ricordate di considerare solo la componente lungo X delle forze, ed osservate la geometria!]
   a_X = …………………………………… $(2\kappa\ q^2/m)\ ((L+x)/((L+x)^2+L^2)^{3/2} - (L-x)/((L-x)^2+L^2)^{3/2})$ [infatti la forza, ad esempio, della carica che si trova in (L, L) vale in modulo $\kappa q^2/((L-x)^2+L^2)$ e la sua proiezione lungo l'asse X si ottiene moltiplicando per $(L-x)/((L-x)^2+L^2)^{1/2}$; il risultato finale si ottiene considerando che la carica in $(L,-L)$ dà lo stesso contributo, e quindi esce un fattore 2, e ripetendo il ragionamento per le altre due cariche]



3. Una massa puntiforme m = 10 g, poggiata sul piano XY su cui può muoversi **senza attrito**, è attaccata ad un estremo di una molla di massa trascurabile, lunghezza di riposo l_0 = 5.0 cm e costante elastica k = 4.0x10^{-3} N/m. La molla è disposta lungo l'asse X di un sistema di riferimento, ed è vincolata al piano YZ

come in figura. La massa porta una carica q = 1.0x10^{-4} C e nella ragione di spazio considerata è presente un campo elettrico costante ed uniforme diretto lungo il verso positivo dell'asse X e di modulo E = 2.0 N/C. Indicate con x la coordinata (generica) della posizione della massa sull'asse x, ovvero la posizione dell'estremo della molla.

a) Qual è la posizione di equilibrio x_{EQ} della massa?

x_{EQ} = …………………………………… = ... m $x_{EQ} = (q/k)E + l_0 =$ 2.0x10^{-2} m [notate che la forza peso non ha alcun effetto essendo annullata dalla reazione vincolare del piano su cui poggia la massa; il risultato si ottiene uguagliando in modulo la forza elastica e quella elettrica]

b) La massa viene portata nella posizione $x_0 = 2x_{EQ}$ e, all'istante t_0 = 0, viene lasciata libera di muoversi da questa posizione partendo con velocità nulla. Come si scrive la legge oraria del moto della massa $x(t)$? [Ricordate **bene** quanto detto per il moto armonico, tenete in debito conto le condizioni iniziali e non usate numeri per dare questa risposta]

$x(t)$ = …………………………………… $x_{EQ}(\cos(\omega t) + 1)$, con $\omega = (k/m)^{1/2}$ [viene dalla soluzione dell'eq. differenziale $d^2x/dt^2 = -(k/m)(x-l_0) + (q/m)E$, che è del tipo $x(t) = \alpha\cos(\omega t+\delta) + x_P$; come soluzione particolare si può sciegliere $x_P = x_{EQ}$ ed i parametri α e δ si trovano dalle condizioni iniziali $x(0) = \alpha\cos\delta + x_{EQ} = 2x_{EQ}$ e $v(0) = -\omega\alpha\sin\delta = 0$, da cui $\delta = 0$ e $\alpha = x_{EQ}$]

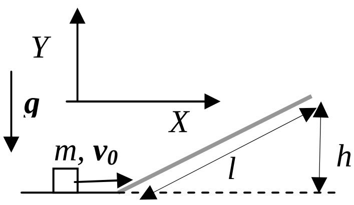
c) Quanto vale la velocità v' con cui la massa si trova a ripassare per la posizione di equilibrio x_{EQ}?

v' = …………………………………… = ... m/s $-\omega x_{EQ}$ = - 5.0x10^{-3} m/s [viene dalla soluzione per la legge oraria della velocità, che è $v(t) = -\omega x_{EQ}\sin(\omega t)$, notando che l'istante t' in cui la massa ripassa per la posizione di equilibrio è $t' = T/4 = \pi/(2\omega)$, cioè è tale che $\omega t' = \pi/2$]

d) Supponete ora che sia presente anche una forza di attrito dinamico, dovuta ad un coefficiente di attrito μ_D tra massa e superficie su cui avviene il moto. Come si scrive in questo caso l'equazione del moto $d^2x(t)/dt^2$?

$d^2x(t)/dt^2$ = …………………………………… $-(k/m)(x-l_0) + (q/m)E \pm \mu_D g$, dove il segno della forza di attrito si oppone a quello della velocità [notate che, per questo motivo, la soluzione diventa molto più difficile da determinare, a meno di non impiegare metodi basati sul bilancio energetico]

4. Una massa puntiforme m = 2.5 Kg giunge alla base di un piano inclinato di altezza h = 3.0 m e lunghezza l = 5.0 m con una velocità di modulo v_0 = 9.8 m/s (vedi figura). Il piano presenta un coefficiente di attrito dinamico μ_D = 0.50. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quando la massa si trova sul piano inclinato, quanto valgono le componenti N_X ed N_Y della reazione vincolare espresse **nel sistema di riferimento indicato in figura**?

N_X = …………………………………… ~ ……… N $-mg\sin\theta\cos\theta = -mg(1-(h/l)^2)^{1/2}(h/l) \sim -11$ N [con θ si indica l'angolo del piano inclinato rispetto all'orizzontale, ed il risultato esce proiettando la reazione vincolare, $mg\cos\theta$, lungo X ed usando bene la trigonometria ed il teorema di Pitagora]

N_Y = …………………………………… ~ ……… N $mg\cos^2\theta = mg(1-(h/l)^2) \sim 16$ N [idem]

b) Quanto vale la distanza L che la massa percorre sul piano prima di arrestarsi?

L = …………………………………… = ……… m $v_0^2/(2g(\sin\theta + \mu_D\cos\theta))$ = 4.9 m [la legge oraria del moto sul piano è $s(t) = v_0t + (a/2)t^2$, con $a = -g\sin\theta - \mu_D g\cos\theta$, da cui il risultato]

c) Sapendo che il coefficiente di attrito statico vale $\mu_S = 1.6\mu_D$ = 0.80, cosa succederà alla massa subito dopo essersi fermata?

×☐ rimane ferma ☐ non si può dire ☐ scende verso il basso

Spiegazione sintetica della risposta: .... la forza di attrito, $mg\mu_S\cos\theta$, è maggiore della forza che tende a far scendere la massa, che vale $mg\sin\theta$