

Corso di Laurea Ing. EA – “Compito per casa di Fisica” n. 3

Nome e cognome:

Matricola:

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Le componenti $F_X F_Y$ di una forza **disomogenea** che agisce sul piano XY dipendono dalla posizione secondo le leggi: $F_X = Ax^2$; $F_Y = C$.

a) Che dimensioni hanno le costanti A, B ?

A : [massa]/([lunghezza][tempo]²) B : [massa][lunghezza]/[tempo]²

b) Questa forza agisce su una massa m che si sposta dall'origine del sistema di riferimento al punto $r_I = (d, d)$, con d determinato valore di lunghezza. Quanto vale il lavoro L compiuto dalla forza sulla massa? [Può farvi comodo ricordare che $\int \xi^n d\xi = (1/(n+1)) \xi^{n+1}$; inoltre ricordatevi **bene** la definizione di prodotto scalare e di lavoro per una forza disomogenea!]

$L =$ $\int_{s_{post}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^d F_X dx + \int_0^d F_Y dy = (A/3)d^3 + Bd$

c) La forza in questione è conservativa? Commentate la vostra risposta:

..... se si “torna indietro” dal punto (d, d) all'origine, il lavoro cambia segno, e quindi il lavoro totale sull'“orbita chiusa” è nullo; questo risultato vale per qualsiasi traiettoria e quindi la forza è conservativa

2. Dovete far scivolare una cassa di massa m su per un piano inclinato (θ è l'angolo rispetto all'orizzontale). Per il momento, supponete trascurabile l'attrito.

a) Quanto vale, al minimo, il modulo della forza F_{par} che dovete esercitare (in direzione parallela al piano inclinato) per spostare la cassa?

$F_{par} =$ $mgsin\theta$ [è uguale e opposta alla componente della forza peso lungo il piano inclinato; ovviamente, affinché la massa si sposti, occorre che questa forza sia appena appena maggiore della componente della forza peso]

b) Calcolate il lavoro L' compiuto da questa forza per spostare la cassa dalla base alla sommità del piano sapendo che questo è lungo l .

$L' =$ $F_{par} l = mgsin\theta l = mgh$, con h altezza del piano [l'ultimo passaggio è ovvio per la trigonometria, e costituisce una conferma del carattere conservativo della forza peso!]

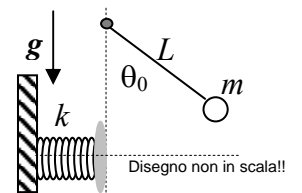
c) Se supponete che la cassa parta da ferma alla base del piano e applicate una forza $F = 2F_{par}$, quanto vale il modulo della velocità v della cassa quando arriva alla sommità del piano?

$v =$ $(2(L+L_P)/m)^{1/2} = (2(2F_{par} l - mgsin\theta l)/m)^{1/2} = (2gsin\theta l)^{1/2}$
[la variazione di energia cinetica, $\Delta E_K = (m/2)v^2$, è pari alla somma algebrica dei lavori compiuti sulla massa, che sono il lavoro da voi fatto, $L = 2F_{par}l$, e il lavoro della forza peso, $L_P = -mgsin\theta l$]

d) Immaginate ora che tra cassa e piano ci sia attrito dinamico, con un certo coefficiente μ_D . Quanto viene a valere, in questo caso, la velocità v' di cui alla domanda precedente?

$v' =$ $(2(L+L_P+L_A)/m)^{1/2} = (2(2F_{par} l - mgsin\theta l - mgcos\theta l \mu_D)/m)^{1/2}$
 $= (2gl(sin\theta - \mu_D cos\theta))^{1/2}$ [come sopra, stavolta c'è anche il lavoro dell'attrito]

3. Una massa puntiforme $m = 10$ Kg è legata ad una corda inestensibile di lunghezza $L = 9.8$ m fissata ad un piolo infisso su un piano verticale. Inizialmente la massa si trova ferma in una posizione tale che la corda forma con la verticale un angolo $\theta_0 = 60$ gradi. [Trascurate ogni forma di attrito nel moto della massa]



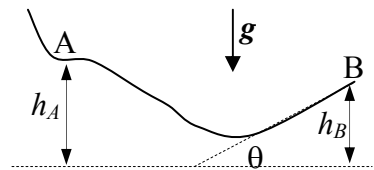
a) Ad un dato istante la massa viene lasciata libera di muoversi con velocità iniziale nulla (il suo movimento avviene, ovviamente, su un tratto di circonferenza di raggio L , essendoci il vincolo della corda). Quanto vale il lavoro L_C compiuto dalla corda sulla massa? [Considerate come posizione finale della massa quella per cui la corda è diretta lungo la verticale]

$L_C =$ = J 0 [la forza esercitata dalla corda è sempre ortogonale allo spostamento della massa!]

b) Quanto vale in modulo la velocità v della massa quando questa passa per la verticale?
 $v = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m/s $(2gL(1-\cos\theta_0))^{1/2} = 9.8$ m/s [viene dal bilancio energetico, ovvero dal teorema dell'energia cinetica, $\Delta E_K = (m/2)v^2 = L_P = mgL(1-\cos\theta_0)$, come si evince dalla geometria]

c) Se, come in figura, una molla di costante elastica $k = 1.0 \times 10^3$ N/m è disposta orizzontalmente in modo tale che la massa colpisca un suo estremo quando si trova in posizione "verticale", quanto vale la compressione massima Δx subita dalla molla? [L'altro estremo della molla è vincolato ad una parete rigida; supponete che l'intero movimento della molla nella sua compressione avvenga in direzione orizzontale e che il diametro della molla sia trascurabile]
 $\Delta x = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m $(2mgL(1-\cos\theta_0)/k)^{1/2} = 0.98$ m
 [viene dal bilancio energetico, notando che alla massima compressione la massa è ferma. Si ha allora: $\Delta E_K = -(m/2)v^2 = L_{ELA} = -(k/2)\Delta x^2$, da cui la soluzione ricordando anche quanto stabilito nella soluzione del punto precedente]

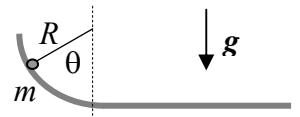
4. Uno sciatore di massa m , che approssimerete con un punto materiale, passa per il punto A del percorso indicato in figura, che si trova ad un'altezza $h_A = 7.8$ m rispetto al suolo, avendo velocità di modulo $v_A = 8.0$ m/s. Il tratto di percorso attorno al punto A è orizzontale, mentre la parte terminale del percorso, che si trova all'altezza $h_B = 6.0$ m rispetto al suolo, è inclinata di $\theta = 45$ gradi rispetto all'orizzontale. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Supponendo assenza di attrito, quanto vale in modulo la velocità v_B con cui lo sciatore arriva al termine (punto B) del percorso?
 $v_B = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ m/s $(v_A^2 + 2g(h_A - h_B))^{1/2} \sim 10$ m/s [si ottiene dalla conservazione dell'en. meccanica: $\Delta U_G + \Delta E_K = mg(h_B - h_A) + (m/2)(v_B^2 - v_A^2) = 0$]

b) L'ultimo tratto del percorso si comporta come un trampolino di lancio per lo sciatore; qual è l'altezza massima h_{MAX} a cui egli giunge nel suo volo libero?
 $h_{MAX} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ m $v_{BY}^2/(2g) + h_B = (v_B \sin\theta)^2/(2g) + h_B = v_B^2/(4g) + h_B = 8.5$ m [attenzione: si considera la variazione di energia cinetica lungo l'asse verticale, dove si può affermare che la velocità fa zero alla massima altezza]

5. Una massa $m = 2.0$ Kg si muove su un percorso che ha la forma di un quarto di circonferenza di raggio $R = 1.0$ m ed è disposta su un piano verticale come in figura. L'arco di circonferenza è seguito da un tratto piano orizzontale. Inizialmente la massa si trova ferma sul punto più alto dell'arco e quindi viene lasciata muoversi con velocità iniziale nulla. Il tratto piano presenta un coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0.50$. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Supponendo che l'arco presenti un attrito trascurabile, quanto vale da distanza d che la massa percorre sul tratto orizzontale prima di fermarsi?
 $d = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m $R/\mu_D = 2.0$ m [si ottiene dal bilancio energetico: il lavoro della forza di attrito, $L_A = -mg\mu_D d$, è uguale alla variazione di energia meccanica, che, essendo la massa ferma sia all'inizio che alla fine, vale $\Delta U_G = -mgR$]

b) Ora considerate, invece, il caso in cui l'arco di circonferenza presenti anch'esso attrito, con lo stesso coefficiente $\mu_D = 0.50$. Quanto vale il lavoro L compiuto dalla forza di attrito quando la massa si sposta dal punto più alto al punto più basso dell'arco? [Suggerimenti: parametrizzate la posizione della massa sull'arco usando l'angolo θ indicato in figura; esprimete la forza di attrito in funzione di questo angolo, individuate la direzione dello spostamento, e ricordate bene l'espressione del lavoro fatto da forze disomogenee; può farvi comodo rammentare che $\int \cos\theta d\theta = \sin\theta$]
 $L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J $\int_{s_{post}} \mathbf{F}_A \cdot d\mathbf{s} = - \int_{s_{post}} mg \cos\theta \mu_D ds = - \int_{s_{post}} mg \cos\theta \mu_D R d\theta = -mg\mu_D R \int_{\pi/2}^0 \cos\theta R d\theta = -mg\mu_D R \sin(\pi/2) = -mg\mu_D R = -9.8$ J [si è scritto lo spostamento infinitesimo sull'arco $ds = R d\theta$! Occhio ai segni e agli estremi di integrazione: il lavoro deve essere negativo!]

c) Quanto vale la distanza d' percorsa sul piano orizzontale in queste condizioni (cioè in presenza di attrito anche lungo l'arco)?
 $d' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m $R/\mu_D - R = 1.0$ m [come per il punto a), ma stavolta occorre considerare anche il lavoro L' : $-mg\mu_D d' + L' = -mgR$, da cui: $mg\mu_D d' = mgR - mg\mu_D R$]