Corso di Laurea Ing. EA – “Compito per casa di Fisica” n. 3 - 19/11/2005

Nome e cognome: ……………………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Le componenti F_X F_Y di una forza **disomogenea** che agisce sul piano XY dipendono dalla posizione secondo le leggi: $F_X = Ax^2$; $F_Y = C$.
   a) Che dimensioni hanno le costanti A, B?
   A: …………… [massa]/([lungh.][tempo]^2) B: …………… [massa][lungh.]/[tempo]^2

   b) Questa forza agisce su una massa m che si sposta dall’origine del sistema di riferimento al punto $\mathbf{r_1} = (d, d)$, con d determinato valore di lunghezza. Quanto vale il lavoro L compiuto dalla forza sulla massa? [Può farvi comodo ricordare che $\int \xi^n \, d\xi = (1/(n+1))\ \xi^{n+1}$; inoltre ricordatevi **bene** la definizione di prodotto scalare e di lavoro per una forza disomogenea!]
   L = …………………………………… $\int_{spost} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^d F_X dx + \int_0^d F_Y dy = (A/3)d^3 + Bd$

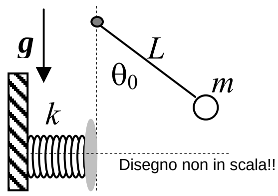
   c) La forza in questione è conservativa? Commentate la vostra risposta:
   ……………………………………….......... se si “torna indietro” dal punto (d, d) all’origine, il lavoro cambia segno, e quindi il lavoro totale sull’”orbita chiusa” è nullo; questo risultato vale per qualsiasi traiettoria e quindi la forza è conservativa

2. Dovete far scivolare una cassa di massa m su per un piano inclinato (θ è l’angolo rispetto all’orizzontale). Per il momento, supponete trascurabile l’attrito.
   a) Quanto vale, al minimo, il modulo della forza F_{par} che dovete esercitare (in direzione parallela al piano inclinato) per spostare la cassa?
   F_{par} = …………………………………… $mg\sin\theta$ [è uguale e opposta alla componente della forza peso lungo il piano inclinato; ovviamente, affinché la massa si sposti, occorre che questa forza sia appena appena maggiore della componente della forza peso]

   b) Calcolate il lavoro L' compiuto da questa forza per spostare la cassa dalla base alla sommità del piano sapendo che questo è lungo l.
   L' = …………………………………… $F_{par}\, l = mg\sin\theta\, l = mgh$, con h altezza del piano [l’ultimo passaggio è ovvio per la trigonometria, e costituisce una conferma del carattere conservativo della forza peso!]

   c) Se supponete che la cassa parta da ferma alla base del piano e applicate una forza $F = 2F_{par}$, quanto vale il modulo della velocità v della cassa quando arriva alla sommità del piano?
   v = …………………………………… $(2(L+L_P)/m)^{1/2} = (2(2F_{par}\, l - mg\sin\theta\, l)/m)^{1/2} = (2g\sin\theta\, l)^{1/2}$
   [la variazione di energia cinetica, $\Delta E_K = (m/2)v^2$, è pari alla somma algebrica dei lavori compiuti sulla massa, che sono il lavoro da voi fatto, $L = 2F_{par} l$, e il lavoro della forza peso, $L_P = - mg\sin\theta\, l$]

   d) Immaginate ora che tra cassa e piano ci sia attrito dinamico, con un certo coefficiente μ_D. Quanto viene a valere, in questo caso, la velocità v' di cui alla domanda precedente?
   v' = …………………………………… $(2(L+L_P+L_A)/m)^{1/2} = (2(2F_{par}\, l - mg\sin\theta\, l - mg\cos\theta\, l\, \mu_D)/m)^{1/2} = (2gl(\sin\theta - \mu_D\cos\theta))^{1/2}$ [come sopra, stavolta c’è anche il lavoro dell’attrito]



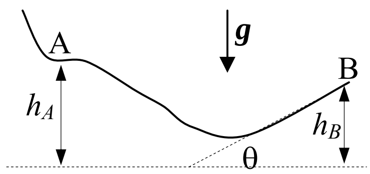
3. Una massa puntiforme m = 10 Kg è legata ad una corda inestensibile di lunghezza L = 9.8 m fissata ad un piolo infisso su un piano verticale. Inizialmente la massa si trova ferma in una posizione tale che la corda forma con la verticale un angolo θ_0 = 60 gradi. [Trascurate ogni forma di attrito nel moto della massa]
   a) Ad un dato istante la massa viene lasciata libera di muoversi con velocità iniziale nulla (il suo movimento avviene, ovviamente, su un tratto di circonferenza di raggio L, essendoci il vincolo della corda). Quanto vale il lavoro L_C compiuto dalla corda sulla massa? [Considerate come posizione finale della massa quella per cui la corda è diretta lungo la verticale]
   L_C = …………………………………… = ... J 0 [la forza esercitata dalla corda è sempre ortogonale allo spostamento della massa!]

Errori di stampa vari corretti 26/11/05

b) Quanto vale in modulo la velocità v della massa quando questa passa per la verticale?
v = ... = ... m/s $(2gL(1\text{-}cos\theta_0))^{1/2}$ = 9.8 m/s [viene dal bilancio energetico, ovvero dal teorema dell'energia cinetica, $\Delta E_K = (m/2)v^2 = L_P = mgL(1\text{-}cos\theta_0)$, come si evince dalla geometria]

c) Se, come in figura, una molla di costante elastica $k = 1.0\text{x}10^3$ N/m è disposta orizzontalmente in modo tale che la massa colpisca un suo estremo quando si trova in posizione "verticale", quanto vale la compressione massima Δx subita dalla molla? [L'altro estremo della molla è vincolato ad una parete rigida; supponete che l'intero movimento della molla nella sua compressione avvenga in direzione orizzontale e che il diametro della molla sia trascurabile]
Δx = ... = ... m $(2mgL(1\text{-}\cos\theta_0)/\,k)^{1/2}$ = 0.98 m
[viene dal bilancio energetico, notando che alla massima compressione la massa è ferma. Si ha allora: $\Delta E_K = -\,(m/2)v^2 = L_{ELA} = -\,(k/2)\Delta x^2$, da cui la soluzione ricordando anche quanto stabilito nella soluzione del punto precedente]

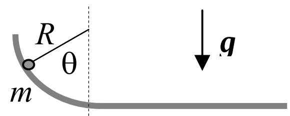
4. Uno sciatore di massa m, che approssimerete con un punto materiale, passa per il punto A del percorso indicato in figura, che si trova ad un'altezza h_A = 7.8 m rispetto al suolo, avendo velocità di modulo v_A = 8.0 m/s. Il tratto di percorso attorno al punto A è orizzontale, mentre la parte terminale del percorso, che si trova all'altezza h_B = 6.0 m rispetto al suolo, è inclinata di θ = 45 gradi rispetto all'orizzontale. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Supponendo assenza di attrito, quanto vale in modulo la velocità v_B con cui lo sciatore arriva al termine (punto B) del percorso?
v_B = ... ~ .... m/s $(v_A^2 + 2g(h_A - h_B))^{1/2}$ ~ 10 m/s [si ottiene dalla conservazione dell'en. meccanica: $\Delta U_G + \Delta E_K = mg(h_B\text{-}h_A) + (m/2)(v_B^2\text{-}v_A^2) = 0$]

b) L'ultimo tratto del percorso si comporta come un trampolino di lancio per lo sciatore; qual è l'altezza massima h_{MAX} a cui egli giunge nel suo volo libero?
h_{MAX} = ... ~ .... m $v_{BY}^2/(2g) + h_B = (v_B sin\theta)^2/(2g) + h_B = v_B^2/(4g) + h_B$ = 8.5 m [attenzione : si considera la variazione di energia cinetica lungo l'asse verticale, dove si può affermare che la velocità fa zero alla massima altezza]

5. Una massa m = 2.0 Kg si muove su un percorso che ha la forma di un quarto di circonferenza di raggio R = 1.0 m ed è disposta su un piano verticale come in figura. L'arco di circonferenza è seguito da un tratto piano orizzontale. Inizialmente la massa si trova ferma sul punto più alto dell'arco e quindi viene lasciata muoversi con velocità iniziale nulla. Il tratto piano presenta un coefficiente di attrito dinamico μ_D = 0.50. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Supponendo che l'arco presenti un attrito trascurabile, quanto vale da distanza d che la massa percorre sul tratto orizzontale prima di fermarsi?
d = ... = ... m R/μ_D = 2.0 m [si ottiene dal bilancio energetico : il lavoro della forza di attrito, $L_A = -mg\mu_D d$, è uguale alla variazione di energia meccanica, che, essendo la massa ferma sia all'inizio che alla fine, vale $\Delta U_G = -\,mgR$]

b) Ora considerate, invece, il caso in cui l'arco di circonferenza presenti anch'esso attrito, con lo stesso coefficiente μ_D = 0.50. Quanto vale il lavoro L compiuto dalla forza di attrito quando la massa si sposta dal punto più alto al punto più basso dell'arco? [Suggerimenti: parametrizzate la posizione della massa sull'arco usando l'angolo θ indicato in figura; esprimete la forza di attrito in funzione di questo angolo, individuate la direzione dello spostamento, e ricordate **bene** l'espressione del lavoro fatto da forze disomogenee; può farvi comodo rammentare che $\int cos\theta\, d\theta = sin\theta$]
L = ... = ... J $\int_{spost} \boldsymbol{F_A} \cdot \mathbf{ds} = -\int_{spost} mgcos\theta\, \mu_D ds = -\int_{spost} mgcos\theta\, \mu_D ds = -mg\mu_D \int_{-\pi/2}^{0} cos\theta\, R\, d\theta = -\,mg\mu_D R\, sin(\pi/2) = -mg\mu_D R = -\,9.8$ J [si è scritto lo spostamento infinitesimo sull'arco $ds = R\, d\theta$! Occhio ai segni e agli estremi di integrazione : il lavoro deve essere negativo !]

c) Quanto vale la distanza d' percorsa sul piano orizzontale in queste condizioni (cioè in presenza di attrito anche lungo l'arco)?
d' = ... = ... m $R/\mu_D - R$ = 1.0 m [come per il punto a), ma stavolta occorre considerare anche il lavoro L' : $-mg\mu_D d' + L' = -mgR$, da cui : $mg\mu_D d' = mgR - mg\mu_D R$]