# Corso di Laurea Ing. EA – “Compito per casa di Fisica” n. 7 - 28/3/2006

**Nome e cognome: ……………………………………………………….   Matricola: ……………**

***Istruzioni:*** *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

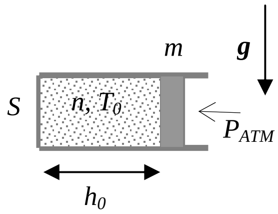
1. Un pezzetto di “acqua allo stato solido” (cioè ghiaccio!) di massa $m$ = 18 g, che si trova inizialmente alla temperatura $T_0$ = -20 $^0$C, viene messo in un recipiente chiuso di **capacità termica trascurabile.** Il recipiente viene quindi posto a contatto con un riscaldatore di potenza **costante** $W$ = 60 W. Nello svolgimento, supponete che tutto il calore prodotto dal riscaldatore venga assorbito dal ghiaccio, trascurando ogni possibile fenomeno di dissipazione termica.

   a) Quanto vale l’intervallo **minimo** di tempo, $\Delta t_1$ , per il quale il riscaldatore deve essere tenuto acceso affinché il ghiaccio passi **interamente** allo stato liquido? [Assumete che il calore latente di fusione dell’acqua sia $c_{LF}$ = 3.3x10$^5$ J/Kg, e prendete come calore specifico del ghiaccio nell’intervallo di temperatura considerato il valore **costante** $c_G$ = 2.0x10$^3$ J/(Kg K)]
   $\Delta t_1$= …………………………………… = ……….. Kg/m$^3$   $(mc_{LF}+mc_G(T_F-T_0)/W$ = 1.1x10$^2$ s, essendo $T_F$ = 0 $^0$C la temp. di fusione del ghiaccio

   b) Immaginate ora di aver riscaldato il recipiente al punto che tutto il ghiaccio è stato convertito in vapore, che si trova alla temperatura $T_1$ = 100 $^0$C. Sapendo che il recipiente è costituito da un cilindro di sezione di base $S$ = 50 cm$^2$ ed altezza $h$ = 10 cm, e sapendo che la pressione atmosferica che agisce dall’esterno sulle pareti del recipiente (supposte di massa trascurabile) vale $P_{ATM}$ = 1.0x10$^5$ Pa, quanto vale il modulo della forza $F$ che agisce sul tappo del recipiente? [Approssimate il vapore come un gas perfetto; ricordate che la massa atomica della molecola di acqua vale $\mu$ = 18 uma, e che la costante dei gas perfetti vale $R$ = 8.3 J/(K mole)]
   $F$ = …………………………………… = ……….. N   $nRT_1/h$ = 3.1x10$^4$ N [la forza è data dal prodotto $PS$ , ma $P = nRT_1/V = nRT_1/(Sh)$, dove $n$ è il numero di moli, pari al rapporto tra la massa del campione (in grammi!) e la massa atomica della molecola di acqua (cioè il campione è fatto di una mole, o grammomolecola, di acqua)]

   c) Dopo che il vapore ha raggiunto la temperatura $T_1$ nel recipiente viene introdotto un blocchetto di rame, di massa $m_R$ = 50 g e temperatura iniziale $T_2$ = 500 $^0$C. Supponendo che gli scambi di calore avvengano solo tra vapore di acqua ed alluminio e che non ci sia alcuna dissipazione di calore, quanto vale la temperatura di equilibiro $T$ del sistema? [Ponete i valori costanti $c_A$ = 2.2x10$^3$ J/(Kg K) e $c_R$ = 4.0x10$^2$ J/(Kg K) per i calori specifici rispettivamente di vapore acqueo e rame nelle condizioni considerate]
   $T$ = …………………………………… = ……….. $^0$C   $(m_Ac_AT_1+m_Rc_RT_2)/(m_Ac_A+m_Rc_R)$ = 2.3x10$^2$ $^0$C
   [viene dal bilancio dei flussi di energia, cioè 0 = $Q_A$+$Q_R$ , dove $Q_A$ e $Q_R$ sono i calori scambiati da vapore e rame per raggiungere l’equilibrio]

2. Un campione di gas perfetto monoatomico è contenuto in un recipiente cilindrico di sezione di base $S$ = 8.3 cm$^2$ dotato di un tappo di massa $m$ = 1.0 Kg scorrevole senza attrito. Il recipiente ha pareti (e tappo) fatti di materiale **isolante termico** è disposto con il suo asse in direzione **orizzontale** e la pressione esterna è quella atmosferica, che vale $P_{ATM}$ = 1.0x10$^5$ Pa. Il sistema è in **equilibrio** quando il gas si trova alla temperatura $T_0$ = 300 K e la “lunghezza della colonna di gas” vale $h_0$ = 30 cm (vedi figura).




   a) Quanto vale il numero di moli $n$ che costituiscono il campione di gas? [Attenti ai trabocchetti, ed usate il valore $R$ = 8.3 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]
   $n$ = …………………………………… = ............. moli   $P_{ATM}\, Sh_0 / (RT_0)$ = 1.0x10$^{-1}$ moli [per la legge dei gas perfetti, tenendo conto che, per l’equilibrio del tappo, il gas deve avere la stessa pressione $P_{ATM}$ che si ha all’esterno; notate che, essendo la direzione di possibile spostamento del tappo quella orizzontale, non c’è contributo alla pressione da parte della forza peso che agisce sul tappo (in direzione verticale, compensata dalle pareti laterali del cilindro...)]

   b) Si supponga ora che una forza esterna agisca sul tappo in modo da comprimere il gas, facendogli compiere una trasformazione reversibile. Sapendo che il lavoro compiuto dalla forza esterna vale $L_{EXT}$ = 3.7x10$^2$ J e ricordando che **il recipiente non consente scambio di calore con l’esterno** a causa della presenza di materiale termicamente isolante, quanto vale la temperatura $T_1$ del gas al termine della compressione? [Può farvi comodo ricordare che, per un gas perfetto monoatomico, il calore specifico molare a volume costante vale $c_V$ = *(3/2)R*; fate attenzione al fatto che un lavoro positivo fatto da un operatore esterno sul gas equivale ad un lavoro negativo fatto dal gas ...]

$T_1$ = ……………………………… ~ ............ K $T_0 + L_{EXT}/(nc_V) \sim 6.0\text{x}10^2$ K [per il primo principio applicato ad una adiabatica: $L_{GAS} = - \Delta U = - nc_V\Delta T$, dove $L_{GAS} = - L_{EXT}$]

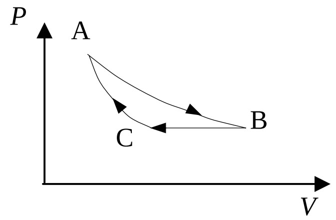
c) Quanto vale la lunghezza della colonna di gas $h_1$ al termine della compressione? [Può servirvi ricordare che le adiabatiche reversibili hanno equazione di stato $PV^\gamma$ = *costante* , dove $\gamma = c_P/c_V$ , con $c_P = (5/2)R$ per un gas perfetto monoatomico]

$h_1$ = ……………………………… ~ ............. cm $h_0(T_0/T_1)^{1/(\gamma-1)}$ = 3.5 cm [tenendo conto della legge dei gas perfetti, l'equazione delle adiabatiche si può scrivere come $TV^{\gamma-1}$ = *costante*, e, notando che $V = Sh$, si ottiene il risultato]

d) A questo punto il tappo viene bloccato nella posizione che ha raggiunto (cioè la lunghezza della colonna di gas viene fissata al valore $h_1$) e il recipiente, supposto di **capacità termica trascurabile**, viene messo a contatto termico con un "termostato" (una grande "massa termica") che si trova alla temperatura $T_0$ = 300 K; trascorso un certo tempo, il sistema si porta all'equilibrio alla temperatura $T_0$. Supponete che in questo processo il calore possa essere scambiato solo tra il gas e il termostato, cioè trascurate ogni forma di dissipazione di calore. Quanto vale il calore $Q$ che viene scambiato tra gas e termostato?

$Q$ = ……………………………… ~ ............. J $\Delta U = nc_V(T_0-T_1) = -L_{EXT} = - 3.7\text{x}10^2$ J [l'energia acquistata dal gas durante la compressione adiabatica di cui al punto b) viene rilasciata in forma di calore: per il primo principio applicato ad un'isocora (il volume resta costante!), si ha $Q = \Delta U = nc_V\Delta T$ ]

3. Una macchina termica che opera con una quantità $n$ di moli di gas **(non necessariamente perfetto!!)** opera su un ciclo termodinamico costituito dalla successione di una espansione isoterma, una compressione isobara ed una compressione adiabatica. La figura rappresenta il ciclo sul piano *PV*; sono noti la temperatura $T_A$, la pressione $P_A$ ed il volume $V_A$ riferiti al punto A ("il punto di partenza" del ciclo) e si sa che $V_B = 8V_A$ e $V_C = 4V_A$.




a) Supponendo che tutte le tre trasformazioni siano reversibili, cioè che le equazioni di stato abbiano le ben note espressioni, quanto valgono le temperature $T_B$ e $T_C$? [Non essendoci valori numerici, esprimete il risultato in funzione dei dati letterali del problema!]

$T_B$ = ……………………………… $T_A$ [A->B è un'isoterma!]

$T_C$ = ……………………………… $T_BV_C/V_B = T_AV_C/V_B = T_A/2$ [dove si è sfruttata la legge delle isobare, $T/V$ = *costante*]

b) Ricordando che, per un'adiabatica reversibile, si ha l'equazione di stato $TV^{\gamma-1}$ = *costante*, quanto vale il parametro $\gamma$ per il gas considerato? [Non è perfetto, e quindi il valore di $\gamma$ può essere arbitrario! In questo caso potete, anzi, dovete, dare il valore numerico di $\gamma$!]

$\gamma$ = ……………………………… 1.5 [infatti deve essere $T_AV_A^{\gamma-1} = T_CV_C^{\gamma-1} = (T_A/2)\, V_A^{\gamma-1}\, 4^{\gamma-1}$ , da cui $2 = 4^{\gamma-1}$, da cui $\gamma$-1 = ½, da cui la risposta]

c) Supponendo noto il valore $c_P$ del calore specifico molare del gas a pressione costante, quanto valgono i calori $Q_1$, $Q_2$ e $Q_3$ scambiati dal gas nelle tre trasformazioni (isoterma, isobara, adiabatica)? [Supponete che, anche per questo gas non perfetto, si possa scrivere $PV = nR'T$, con $R'$ costante di valore diverso dalla costante dei gas perfetti]

$Q_1$ = ……………………………… $L_{A\text{->}B} = nR'T_A\ ln(V_B/V_A) = nR'T_A\ ln(8)$ [dato che per un'isoterma si ha $\Delta U = 0$, il calore coincide con il lavoro, che per l'isoterma del gas considerato ha questa forma (viene dall'integrale di $PdV$, ricordate?)]

$Q_2$ = ……………………………… $nc_P\,(T_C - T_B) = - n\, c_P\, T_A/2$ [dalla definizione di $c_P$]

$Q_3$ = ……………………………… $0$ [è un'adiabatica!]

d) Quanto vale l'efficienza $\eta$ del ciclo, cioè il rapporto tra lavoro meccanico fatto dal gas in un ciclo, $L_{TOT}$, e calore $Q_{ASS}$ **assorbito** dal gas nello stesso ciclo?

$\eta$ = ……………………………… $L_{TOT}/Q_{ASS} = (Q_1+Q_2+Q_3)/Q_2 = 1 + Q_1/Q_2 = 1 - 2R'ln(8)/c_P$

[infatti in un ciclo fatto di trasformazioni reversibili si ha $\Delta U_{TOT} = 0$, da cui, per il primo principio, $L_{TOT} = Q_{TOT}$; che il calore sia assorbito nella isobara si capisce dal segno delle espressioni dei calori date alla risposta precedente]