Corso di Laurea STC e Chim. curr.appl. – "Compito per casa di Fisica" n. 1

Nome e cognome: ……………………………………………………………   Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Il moto di un punto, denominato A, si svolge sul piano cartesiano XY con un'accelerazione $\boldsymbol{a}$ = (1.7, -1.0) m/s^2 [l'espressione fra parentesi indica le componenti (a_X, a_Y) dell'accelerazione lungo le due direzioni cartesiane]. All'istante t_0 = 0 il punto A passa per l'origine del sistema di riferimento ed ha una velocità $\boldsymbol{v_0}$ = (2.0, -2.0) m/s.

   a) Che traiettoria percorre il punto A? Provate a disegnarla qualitativamente su un piano XY.

   ☐ rettilinea ☐ parabolica ×☐ "varia" (cioè né l'una né l'altra)

   Spiegazione sintetica della risposta: .... la traiettoria è determinata dalla direzione del vettore velocità che, istante per istante, forma un angolo (misurato rispetto ad X) la cui tangente è $v_Y/v_X = (v_{0Y}+a_Yt)/(v_{0X}+a_Xt)$; questo rapporto non resta costante e quindi la traiettoria non è rettilinea e non si tratta neppure di una parabola (si verifica facilmente). Quindi la traiettoria è "varia" (a tempi piccoli, quando domina la velocità iniziale, è rettilinea lungo la bisettrice del quarto quadrante, dato che la tangente vale -1, ma a tempi lunghi, quando il termine $\boldsymbol{a}t$ tende a dominare, si dispone lungo il segmento che forma un angolo di 330 gradi, ovvero -30 gradi, rispetto all'asse X, dato che la tangente vale -1/1.7)

   b) Sullo stesso piano si muove anche un altro punto, denominato B. Il moto di B avviene con una velocità diretta lungo il verso positivo dell'asse X e di modulo v_B; all'istante t_0 il punto B si trova a passare nel punto $\boldsymbol{r_B}$ = (0, -6.0) m. Quanto deve valere v_B se volete che i due punti si incontrino?

   v_B = …………………………………… = ……….. m/s $v_{0X} + (a_X/2)t'$ = 3.4 m/s, essendo t' una delle due soluzioni dell'eq. $v_{0Y}t'+(a_Y/2)t'^2 = y_B$, con y_B coordinata Y iniziale del punto B [si ottiene in due passaggi: prima si trova l'istante "di impatto" t' imponendo che la coordinata Y del punto A coincida con quella di B, costante; quindi, dalla condizione che anche le coordinate X dei due punti devono coincidere, si determina il valore ammissibile di v_B]

   c) Come si esprime, in funzione del tempo, la velocità $\boldsymbol{v'_A}$ del punto A in un sistema di riferimento cartesiano $X'Y'$ solidale al punto B? [Notate che questo sistema di riferimento è inerziale, ed esprimete la velocità componente per componente; scrivete solo l'espressione "letterale"!]

   v'_{AX} = …………………………………… $v_{0X} + a_X t - v_B$

   v'_{AY} = …………………………………… $v_{0Y} + a_Y t$ [dalla composizione vettoriale delle velocità]

2. Vi trovate sdraiati al suolo ad una distanza d = 9.80 m da un sottile muro verticale di altezza h = 5.00 m (e spessore trascurabile). Dalla vostra posizione scagliate una pallina (da approssimare con un punto materiale!) con una velocità iniziale $\boldsymbol{v_0}$ = 19.6 m/s che forma un angolo θ = 45 gradi rispetto all'orizzontale. Per determinare il moto, considerate i soli effetti dell'accelerazione di gravità diretta verticalmente verso il basso e di modulo g = 9.80 m/s^2, cioè trascurate ogni forma di attrito!

   a) La pallina riesce a scavalcare il muro? Commentate [Ricordate che $\cos\theta = \sin\theta$ = 0.707]

   Commento: …………………………………… la pallina scavalca il muro [muovendosi di moto rettilineo uniforme lungo la direzione orizzontale, la pallina arriva alla coordinata orizzontale del muro all'istante $t' = d/(v_0\cos\theta)$. Muovendosi di moto uniformemente accelerato in direzione verticale, a questo istante essa si trova alla coordinata verticale $y' = v_0\sin\theta t' - (g/2)t'^2 = d\,tg\theta - (g/2)d^2/(v_0^2\cos^2\theta)$. Facendo i calcoli risulta y' = 7.35 m > h, e quindi la pallina scavalca il muro]

   b) Quanto vale la componente verticale della velocità della pallina, v_Y, nell'istante in cui essa scavalca il muro (se ci riesce)?

   v_Y = …………………………………… = ……….. m/s $v_0 \sin\theta - gt' = v_0\cos\theta - gd/(v_0\cos\theta)$ = 13.9 m/s [è $v_Y = v_Y(t') = v_0\sin\theta - gt'$, con $t' = d/(v_0\cos\theta)$, come da risposta alla domanda precedente. Attenzione: la velocità verticale non è nulla, ma positiva, perché la pallina si trova ancora nella fase di ascesa nell'istante in cui supera il muro]

   c) A quale distanza D la pallina ricade al suolo dopo aver scavalcato il muro (se ci riesce)?

   D = …………………………………… = ……….. m $v_0 \cos\theta\ t'' = v_0\cos\theta\ (2v_0\sin\theta/g) = (v_0^2 \sin(2\theta))/g = v_0^2/g = \cos\theta - gd/(v_0\cos\theta)$ = 39.2 m/s [è $D = x(t'')$, dove il tempo totale di volo t'' si trova imponendo: $y(t'') = v_0\sin\theta\, t'' - (g/2)\, t''^2 = 0$, da cui $t'' = 0$ (che si scarta essendo l'istante di partenza – si è posto implicitamente $t_0 = 0$) e $t'' = 2v_0\sin\theta / g$. Notate che tale tempo è pari a due volte il tempo necessario alla pallina a raggiungere la sua quota massima, che è anche uguale, per la "simmetria" del problema, al tempo necessario perchè la pallina raggiunga di nuovo il suolo a partire dalla sua quota massima]

3. Un punto si muove sul piano XY seguendo le equazioni del moto: $d^2x(t)/dt^2 = - Ax(t)$; $d^2y(t)/dt^2 = - Ay(t)$ con $A = 4.0\ s^{-2}$.

   a) Sapendo che all'istante $t_0 = 0$ il punto si trova nel punto $x_0 = 0$, $y_0 = - 3.0$ m con velocità iniziale $v_{0X} = 8.0$ m/s e $v_{0Y} = 0$, scrivete le leggi orarie del moto per le due coordinate, $x(t)$ e $y(t)$, che sono soluzioni delle equazioni del moto di di cui sopra.

   $x(t) =$ …………………………………… $- (v_{0X}/\omega) \sin(\omega t)$, con $\omega = A^{1/2}$

   $y(t) =$ …………………………………… $y_0 \cos(\omega t)$ [esce imponendo le condizioni al contorno alla « soluzione generica omogenea » $\alpha \cos(\omega t + \delta)$, che va scritta per le due direzioni]

   b) Quanto vale, in funzione del tempo t, il modulo del vettore posizione $r(t)$ del punto?

   $r(t) =$ …………………………………… = ... m $(x^2+y^2)^{1/2}=((v_{0X}/\omega)^2+y_0^2)^{1/2}$ =cost. = 5.0 m

   c) Descrivete qui sotto la traiettoria del punto:

   .... essendo costante la somma x^2+y^2, la traiettoria è una circonferenza di raggio r centrata nell'origine, che viene percorsa con velocità angolare costante $\omega = A^{1/2} = 2.0$ rad/s e verso antiorario. All'istante iniziale il punto si trova nella posizione angolare $\theta = (3/2)\pi$ ed ha la velocità tangenziale specificata nel testo

4. Dato un asse Z nello spazio tridimensionale, per identificare la posizione di un punto si può usare un sistema di riferimento **cilindrico**, in cui le coordinate sono R, θ, z (le prime due sono le ordinarie coordinate di un sistema polare sul piano ortogonale all'asse, mentre z rappresenta la coordinata lungo l'asse). In questo sistema il moto di un punto è descritto dalle coordinate: $R = R_0$; $\theta = \omega t$; $z = (a/2)t^2$, con $R_0 = 10$ cm, $\omega = 6.3$ rad/s, $a = 3.2\ m/s^2$.

   a) Descrivete la traiettoria del punto:

   ……………………………… è un "elica" che si avvolge nel verso positivo dell'asse z, il moto di rotazione essendo antiorario; il "passo dell'elica" non è costante, ma aumenta con il tempo!

   b) In che posizione si trova il punto all'istante $t = 0.25$ s? [Dovete esprimere la posizione in coordinate **cartesiane** , x, y, z]

   $x =$ …………… = … m $y =$ …………… = … m $z =$ …………… = … m $(R_0\cos(\omega t), R_0\sin(\omega t), (a/2)t^2) = (0, 1.0\text{x}10^{-1}, 1.0\text{x}10^{-1})$ m [notate che il tempo t è circa un quarto di periodo di rotazione]

   c) Quanto vale, in componenti **cilindriche** a_R, a_θ, a_Z , l'accelerazione del punto allo stesso istante?

   $a_R =$ …………… = … m/s^2 $a_\theta =$ …………… = … m/s^2 $a_Z =$ …………… = … m/s^2 $(-\omega^2 R_0, 0, a) = (-4.0, 0, 3.2)\ m/s^2$ [nel piano ortogonale all'asse l'accelerazione è centripeta e lungo Z l'accelerazione è uniforme]

   d) Quanto vale, in componenti **cartesiane** a_X, a_Y, a_Z , l'accelerazione del punto allo stesso istante?

   $a_X =$ …………… = … m/s^2 $a_y =$ …………… = … m/s^2 $a_Z =$ …………… = … m/s^2 $(0, -\omega^2 R_0, a) = (0, -4.0, 3.2)\ m/s^2$ [viene in modo semplice se si considera come è disposto il vettore posizione all'istante considerato! Notate che l'accelerazione non è solo centripeta, e il vettore accelerazione ha una direzione che non è solo radiale]