

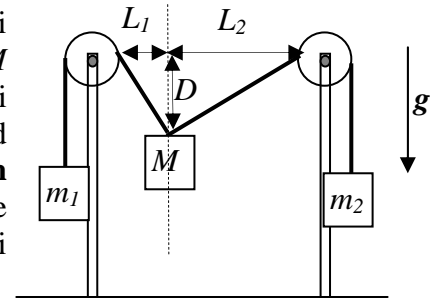
Corso di Laurea STC Chim curr appl – “Compito per casa di Fisica” n. 2

Nome e cognome:

Matricola:

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Le masse $m_1 = 28 \text{ Kg}$ ed m_2 (incognita!) sono attaccate ai capi di due funi inestensibili di massa trascurabile, unite fra di loro e alla massa M (incognita!), come in figura. La fune passa per la gola di due pulegge di massa trascurabile, montate in cima a dei supporti verticali rigidi ed indeformabili. Tutte le forme di attrito sono trascurabili ed il sistema è **in equilibrio** nella configurazione rappresentata in figura [il valore delle varie distanze segnate è: $D = 2.0 \text{ m}$, $L_1 = 2.0 \text{ m}$, $L_2 = 5.3 \text{ m}$; l'accelerazione di gravità agisce verso il basso in figura e vale $g = 9.8 \text{ m/s}^2$].



Disegno non in scala!!!₁

- a) Disegnate il diagramma delle forze agenti sulla massa M .
- b) Dette T_{1X} , T_{2X} , T_{1Y} , T_{2Y} le componenti orizzontali e verticali delle tensioni delle due funi (che determinerete nei prossimi passaggi!), come si scrivono le condizioni di staticità del corpo M riferite alle due direzioni?

Direzione orizzontale: $T_{1X} + T_{2X} = 0$

Direzione verticale: $T_{1Y} + T_{2Y} + Mg = 0$

- c) Quanto vale il rapporto $\eta = m_1/m_2$? [Dovete lavorare di geometria!]

$\eta = \dots \sim \dots (L_2 / (L_2^2 + D^2)^{1/2}) / (L_1 / (L_1^2 + D^2)^{1/2}) \sim 1.3$ [dall'eq. in direzione orizzontale si ha $T \sin \alpha_1 = T_2 \sin \alpha_2$, dove α_1 ed α_2 sono gli angoli al vertice “basso” dei due triangoli di figura; ma le funi “trasferiscono” la forza peso delle due masse m_1 ed m_2 , cioè $T_1 = m_1 g$ e $T_2 = m_2 g$. Inoltre i dati geometrici del problema permettono di esprimere $\sin \alpha_1 = L_1 / (L_1^2 + D^2)^{1/2}$ ed analogamente per $\sin \alpha_2$, da cui la soluzione]

- d) Quanto vale la massa M ? [Dovete lavorare di geometria ed impiegare il risultato precedente]

$M = \dots \sim \dots \text{ Kg } (m_1 D / (L_1^2 + D^2)^{1/2}) + (m_2 D / (L_2^2 + D^2)^{1/2}) = m_1 D (1 / (L_2^2 + D^2)^{1/2}) + (1 / (\eta (L_1^2 + D^2)^{1/2})) = m_1 D (1 / (L_2^2 + D^2)^{1/2}) + (L_1 / (L_2 (L_2^2 + D^2)^{1/2})) = m_1 (D / (L_2^2 + D^2)^{1/2}) (1 + L_1 / L_2) \sim 28 \text{ Kg}$ [dall'eq. in direzione verticale si ha $Mg = T \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2$, e poi, applicando i ragionamenti di sopra, si ottiene il risultato]

2. Quattro cariche elettriche di valore q si trovano **fisse** ai vertici di un quadrato di lato $2L$ poggiato su un piano XY e centrato nell'origine del sistema di riferimento che adoterete.

- a) Quanto vale, **in modulo**, il contributo E' del campo elettrico generato da **ogni singola carica** nel punto di coordinate $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ (cioè il centro del quadrato)?

$E' = \dots \kappa q / (2L^2)$ [($2L$)^{1/2} è la distanza tra il centro e uno dei quattro vertici del quadrato. da cui il risultato]

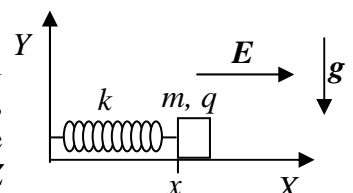
- b) Quanto vale, componente per componente, il campo elettrico E_0 nel punto di coordinate $x_0 = 0$, $y_0 = 0$?

$E_0 = (\dots, \dots) (0, 0)$ [si ottiene subito notando che i contributi dovuti alle quattro cariche si annullano a coppie per ragioni di simmetria]

- c) Supponete ora di avere una carica puntiforme di valore q e massa m **vincolata** a muoversi lungo l'asse x del sistema di riferimento citato. Quanto vale, in funzione della posizione x , la sua accelerazione a_x ? [Ricordate di considerare solo la componente lungo X delle forze, ed osservate la geometria!]

$a_x = \dots (2\kappa q^2 / m) ((L+x) / ((L+x)^2 + L^2)^{3/2} - (L-x) / ((L-x)^2 + L^2)^{3/2})$
 [infatti la forza, ad esempio, della carica che si trova in (L, L) vale in modulo $\kappa q^2 / ((L-x)^2 + L^2)$ e la sua proiezione lungo l'asse X si ottiene moltiplicando per $(L-x) / ((L-x)^2 + L^2)^{1/2}$; il risultato finale si ottiene considerando che la carica in $(L, -L)$ dà lo stesso contributo, e quindi esce un fattore 2, e ripetendo il ragionamento per le altre due cariche]

3. Una massa puntiforme $m = 10 \text{ g}$, poggiata sul piano XY su cui può muoversi **senza attrito**, è attaccata ad un estremo di una molla di massa trascurabile, lunghezza di riposo $l_0 = 5.0 \text{ cm}$ e costante elastica $k = 4.0 \times 10^{-3} \text{ N/m}$. La molla è disposta lungo l'asse X di un sistema di riferimento, ed è vincolata al piano YZ



come in figura. La massa porta una carica $q = 1.0 \times 10^{-4}$ C e nella regione di spazio considerata è presente un campo elettrico costante ed uniforme diretto lungo il verso positivo dell'asse X e di modulo $E = 2.0$ N/C. Indicate con x la coordinata (generica) della posizione della massa sull'asse x , ovvero la posizione dell'estremo della molla.

a) Qual è la posizione di equilibrio x_{EQ} della massa?

$x_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m $x_{EQ} = (q/k)E + l_0 = 1.0 \times 10^{-1}$ m [notate che la forza peso non ha alcun effetto essendo annullata dalla reazione vincolare del piano su cui poggia la massa; il risultato si ottiene uguagliando in modulo la forza elastica e quella elettrica]

b) La massa viene portata nella posizione $x_0 = 2x_{EQ}$ e, all'istante $t_0 = 0$, viene lasciata libera di muoversi da questa posizione partendo con velocità nulla. Come si scrive la legge oraria del moto della massa $x(t)$? [Ricordate bene quanto detto per il moto armonico, tenete in debito conto le condizioni iniziali e non usate numeri per dare questa risposta]

$x(t) = \dots\dots\dots x_{EQ}(\cos(\omega t) + 1)$, con $\omega = (k/m)^{1/2}$ [viene dalla soluzione dell'eq. differenziale $d^2x/dt^2 = -(k/m)(x-l_0) + (q/m)E$, che è del tipo $x(t) = \alpha \cos(\omega t + \delta) + x_P$; come soluzione particolare si può scegliere $x_P = x_{EQ}$ ed i parametri α e δ si trovano dalle condizioni iniziali $x(0) = \alpha \cos \delta + x_{EQ} = 2x_{EQ}$ e $v(0) = -\omega \alpha \sin \delta = 0$, da cui $\delta = 0$ e $\alpha = x_{EQ}$]

c) Quanto vale la velocità v' con cui la massa si trova a ripassare per la posizione di equilibrio x_{EQ} ?

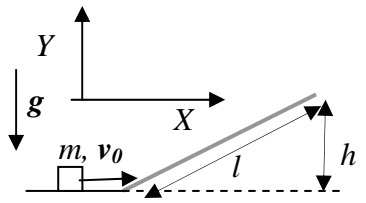
$v' = \dots\dots\dots$ m/s $-\omega x_{EQ} = -5.0 \times 10^{-3}$ m/s [viene dalla soluzione per la legge oraria della velocità, che è $v(t) = -\omega x_{EQ} \sin(\omega t)$, notando che l'istante t' in cui la massa ripassa per la posizione di equilibrio è $t' = T/4 = \pi/(2\omega)$, cioè è tale che $\omega t' = \pi/2$]

d) Supponete ora che sia presente anche una forza di attrito dinamico, dovuta ad un coefficiente di attrito μ_D tra massa e superficie su cui avviene il moto. Come si scrive in questo caso l'equazione del moto $d^2x(t)/dt^2$?

$d^2x(t)/dt^2 = \dots\dots\dots - (k/m)(x-l_0) + (q/m)E \pm \mu_D g$, dove il segno della forza di attrito si oppone a quello della velocità [notate che, per questo motivo, la soluzione diventa molto più difficile da determinare, a meno di non impiegare metodi basati sul bilancio energetico]

4. Una massa puntiforme $m = 2.5$ Kg giunge alla base di un piano inclinato di altezza $h = 3.0$ m e lunghezza $l = 5.0$ m con una velocità di modulo $v_0 = 9.8$ m/s (vedi figura). Il piano presenta un coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0.50$. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Quando la massa si trova sul piano inclinato, quanto valgono le componenti N_X ed N_Y della reazione vincolare espresse nel sistema di riferimento indicato in figura?



$N_X = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ N $-mg \sin \theta \cos \theta = -mg (1-(h/l)^2)^{1/2} (h/l) \sim -11$ N [con θ si indica l'angolo del piano inclinato rispetto all'orizzontale, ed il risultato esce proiettando la reazione vincolare, $mg \cos \theta$, lungo X ed usando bene la trigonometria ed il teorema di Pitagora]

$N_Y = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ N $mg \cos^2 \theta = mg(1-(h/l)^2) \sim 16$ N [idem]

b) Quanto vale la distanza L che la massa percorre sul piano prima di arrestarsi?

$L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m $v_0^2 / (2g(\sin \theta + \mu_D \cos \theta)) = 4.9$ m [la legge oraria del moto sul piano è $s(t) = v_0 t + (a/2)t^2$, con $a = -g \sin \theta - \mu_D g \cos \theta$, da cui il risultato]

c) Sapendo che il coefficiente di attrito statico vale $\mu_S = 1.6\mu_D = 0.80$, cosa succederà alla massa subito dopo essersi fermata?

rimane ferma non si può dire scende verso il basso

Spiegazione sintetica della risposta: $\dots\dots\dots$ la forza di attrito, $mg \mu_S \cos \theta$, è maggiore della forza che tende a far scendere la massa, che vale $mg \sin \theta$