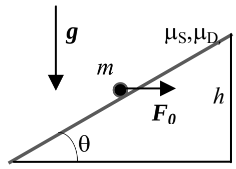
Corso di Laurea CIA – ESAME DI FISICA GENERALE I - 13/7/2009

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

-- **PARTE 1**

1. Una massa **puntiforme** m = 0.40 kg si trova su un piano inclinato fisso, rigido e indeformabile, di altezza h = 2.0 m e angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. La superficie del piano è **scabra** e presenta attrito statico e dinamico, rispettivamente con coefficienti μ_S = 0.90 e μ_D = 0.50. Sulla massa agisce una forza esterna costante e uniforme, diretta orizzontalmente nel verso indicato in figura e di modulo F_0 = 6.0 N. **In queste condizioni la massa puntiforme è in equilibrio**. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/6) = ½$ e $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$]



   a) Quanto vale, **nelle condizioni sopra descritte**, il modulo della forza di attrito F_A che agisce sulla massa per garantirne l'equilibrio statico? Verificate, discutendo per benino in brutta, che la condizione di equilibrio proposta nel testo sia effettivamente compatibile con i dati numerici del problema.

   F_A = …………………………………… ~ .... N $-mg\sin\theta + F_0\cos\theta \sim 3.2$ N   [all'equilibrio la sommatoria delle forze agenti sulla massa deve essere nulla. Notando che il movimento, se ci fosse, avrebbe la direzione del piano inclinato, conviene usare un riferimento parallelo a questo, ad esempio diretto verso la sommità del piano. Rispetto a tale asse, proiettando opportunamente le varie forze, deve essere: $0 = -mg\sin\theta + F_0\cos\theta - F_A$, da cui la soluzione.]

   Discussione: …………………………………… Occorre a questo punto verificare che tale forza di attrito possa essere effettivamente generata dal contatto tra piano e massa. Si sa che $F_{A,S} \le N\mu_S$, dove la reazione vincolare vale, in modulo, $N = mg\cos\theta + F_0\sin\theta \sim 6.4$ N; dunque $\mu_S N > F_A$, per cui la condizione di equilibrio è effettivamente possibile

2. Un piccolo sasso, di massa m = 0.10 kg, è legato ad una fune inestensibile e di massa trascurabile ed è mantenuto da un qualche operatore esterno in **moto circolare uniforme** su un'orbita di raggio R = 1.0 m; l'orbita si svolge su un piano **verticale**. Il **periodo** del moto vale τ = 0.628 s [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

   a) Quanto vale, in modulo, la **velocità tangenziale** v del sasso?

   v = …………………………………… = ... m/s $2\pi R/\tau = 10$ m/s   [nel moto circolare è $v = \omega R$, con $\omega = 2\pi/\tau$, da cui il risultato]

   b) Quanto valgono, in modulo, le tensioni T_1 e T_2 della fune che si misurano quando il sasso passa per i punti 1 e 2 che corrispondono, rispettivamente al punto di quota più bassa e più alta dell'orbita?

   T_1 = …………………………………… = ... N $mg+m\omega^2R=m(g+(2\pi/\tau)^2R) = 11$ N

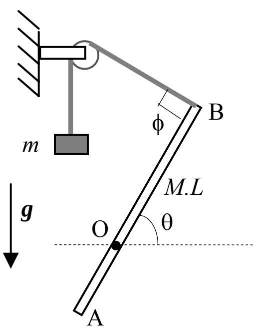
   T_2 = …………………………………… = ... N $mg-m\omega^2R=m(g-(2\pi/\tau)^2R) = 9.0$ N   [l'orbita circolare richiede, per essere percorsa, un'accelerazione centripeta di modulo $a_C = \omega^2R = 4\pi^2/T^2$. Nel punto 1, quello in basso, la forza peso è diretta contro la direzione centripeta, mentre nel punto 2 essa è parallela alla direzione centripeta. Dunque nel punto 1 sarà $T_1=ma_c + mg$, mentre nel punto 2 sarà $T_2 = ma_C-mg$, da cui la soluzione]

   c) Quanto vale il valore minimo della velocità angolare, ω', al di sopra del quale la fune rimane tesa durante la percorrenza dell'intera orbita?

   ω'= …………………………………… ~ .... rad/s $(g/R)^{1/2} \sim 3.1$ rad/s   [la condizione minima accettabile perché il sasso percorra per intero l'orbita è $T_2 > 0$.Il valore limite che si sta cercando si ottiene proprio per $T_2 = 0$, cioè: $0 = mg-m\omega^2R$, da cui la soluzione; si noti che il periodo di rotazione dato nel testo corrisponde a una velocità angolare $\omega > \omega'$, per cui nelle condizioni del problema la fune resta sempre tesa]

-- **PARTE 2**

3. Una sottile sbarra **omogenea** di lunghezza L = 1.0 m e massa M = 2.0 kg è imperniata in modo da poter ruotare con attrito trascurabile attorno a un perno che la attraversa a tre quarti della sua lunghezza: facendo riferimento alla figura, questo significa che le lunghezze dei segmenti indicati sono OA = $L/4$ e OB = $3L/4$. All'estremo B della sbarra è legata una fune inestensibile di massa trascurabile che, dopo essere passata per la gola di una puleggia **di massa trascurabile**, termina con un peso di massa m (incognita). Tutto il sistema è **in equilibrio** con gli angoli rappresentati in figura che valgono $\theta = \pi/3$ e $\phi = \pi/2$. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/3) = ½$ e $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$]



   a) Quanto valgono, **in modulo**, la tensione T della fune e la forza F che il perno esercita sull'asta nel punto O?

   T = …………………………………… = ……….. N $mg = Mg\cos\theta/3 = 3.3$ N   [la tensione della fune deve essere uguale a mg per grantire l'equilibrio traslazionale del peso di massa m. Inoltre per l'equilibrio rotazionale della sbarra deve essere, calcolando i momenti rispetto ad O, $T3L/4 = Mg(L/4)\cos\theta$, da cui la soluzione]

   F = …………………………………… ~ ……….. N $((Mg\sin\theta\cos\theta/3)^2+((-Mg\cos\theta/3+Mg)^2)^{1/2}=Mg(31/12)^{1/2} \sim 31$ N   [per l'equilibrio traslazionale della sbarra il perno deve esercitare forze che bilanciano la forza peso $\boldsymbol{Mg}$ e la tensione della fune $\boldsymbol{T}$. La componente orizzontale della forza $\boldsymbol{F}$ è uguale e opposta alla componente orizzontale della tensione della fune, che vale, per la geometria del sistema, $T\sin\theta = Mg\sin\theta\cos\theta/3$. La componente verticale è invece data dalla somma algebrica della componente verticale di $\boldsymbol{T}$, che vale $T\cos\theta=Mg\cos^2\theta/3$, e della forza peso Mg, che punta in direzione opposta e quindi avrà un segno opposto. Ricordando che il modulo di di un vettore si trova come radice quadrata della somma dei quadrati delle sue componenti si ha la soluzione]

   b) Supponete ora che, ad un dato istante, la fune venga improvvisamente tagliata; subito dopo il taglio si osserva che la sbarra comincia a ruotare attorno all'asse passante per il perno. Quanto vale la velocità angolare ω della sbarra nell'istante in cui essa si trova a passare per l'orizzontale, ovvero quando l'angolo θ di figura diventa zero? [Trascurate ogni forma di attrito nel moto della sbarra; può farvi comodo ricordare il "teorema degli assi paralleli", che recita $I=I_{CM}+Md^2$, con d distanza tra il centro di massa e l'asse considerato e I_{CM} momento di inerzia rispetto al centro di massa]

   ω = …………………………………… ~ ……….. rad/s $(2Mg(L/4)\sin\theta/I)^{1/2} = (96Mg(L/4)\sin\theta/(7ML^2))^{1/2} = (24g\sin\theta/(7L))^{1/2} \sim 5.8$ rad/s   [nella rotazione della sbarra non intervengono forze dissipative e dunque l'energia meccanica si conserva: $0 = \Delta E_K+\Delta U_G$. La variazione di energia cinetica, supponendo ragionevolmente nulla la velocità iniziale, è $\Delta E_K=(I/2)\omega^2$, mentre la variazione di energia potenziale gravitazionale è dovuta alla variazione di quota del centro di massa della sbarra, e quindi è $\Delta U_G=Mg(L/4)\sin\theta$ (la sbarra è omogenea e quindi il centro di massa i trova a metà della sua lunghezza). Per la soluzione, occorre calcolare il momento di inerzia I: si può o eseguire il calcolo diretto (per integrazione) oppure sfruttare il teorema degli assi paralleli. Essendo, per una sbarra sottile omogenea, $I_{CM}=ML^2/12$ ed avendosi $d=L/4$, è $I=ML^2(1/12+1/16)=(ML^2/48)(4+3)=(7/48)ML^2$, da cui la soluzione]

   c) Quanto vale l'accelerazione angolare α della sbarra nell'istante considerato sopra, cioè quando la sbarra passa per l'orizzontale?

   α = …………………………………… ~ ……….. rad/s^2 $Mg(L/4)/I = 12g/(7L) = 17$ rad/s^2 [l'equazione del moto rotazionale recita $\alpha = \tau/I$. L'unica forza che fa momento rispetto al polo considerato (il perno) è la forza peso, il cui braccio è, nell'isytante considerato, pari a $(L/4)$ (la sbarra è orizzontale e la forza peso è verticale!). Da qui la soluzione, in cui si sfrutta anche il momento di inerzia trovato nella risposta al quesito precedente]

4. In un esperimento di fisica atomica, si ha un protone fisso all'origine di un sistema di riferimento. Si prende poi un elettrone, lo si porta nella posizione x molto grande (praticamente $x \rightarrow +\infty$) e $y = b$ (valore noto) e gli si impartisce una velocità iniziale di modulo v_0 (noto) **diretta nel verso negativo** dell'asse X. [Trascurate gli effetti della forza peso sul moto dell'elettrone]

a) Discutete per benino, in brutta, quali tra queste grandezze del sistema elettrone+protone, energia meccanica, quantità di moto, momento angolare, si conservano nel processo di avvicinamento dell'elettrone verso il protone. [Fate attenzione al fatto che il protone è fissato nell'origine del sistema di riferimento; trascurate ogni forma di attrito nel moto dell'elettrone]

Discussione: …………………………………… sul sistema non agiscono forze dissipative, per cui si conserva l'energia meccanica, il cui valore resta sempre $(m/2)v_0^2$, con m massa dell'elettrone. Il sistema non è isolato, dato che sul protone agiscono delle forze che lo tengono fisso nello spazio : dunque la quantità di moto non si conserva (in nessuna direzione). Tuttavia queste forze esterne, essendo applicate evidentemente al protone che si trova all'origine, hanno braccio nullo rispetto all'origine, per cui si conserva il momento angolare rispetto a tale polo : esso assume il valore costante mv_0b che aveva all'inizio]

b) Supponete che al termine del processo di formi uno stato legato, cioè che l'elettrone prenda a ruotare attorno al protone su un'orbita **circolare** di raggio R (noto). Come si esprime la velocità angolare ω con cui viene percorsa l'orbita ? [In questo problema non ci sono valori numerici :esprimete il risultato in funzione dei dati letterali noti del problema]

ω = …………………………………… v_0b/R^2 [si conserva il momento angolare, per cui il momento angolare orbitale, $L = mR^2\omega$, deve essere uguale al momento angolare iniziale, $L_0 = mv_0b$, da cui la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 13/7//2009 Firma: