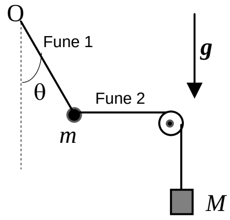
Corso di Laurea CIA – ESAME DI FISICA GENERALE I - 11/9/2009

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*



1. Una massa puntiforme m = 0.50 kg è legata a due funi inestensibili e di massa trascurabile. L'altro estremo di una delle due funi (indicata come fune 1 in figura) è inchiodato (nel punto O di figura) ad una parete verticale rigida, mentre l'altra fune (fune 2), dopo essere passata per la gola di una puleggia **di massa trascurabile**, termina con una massa M incognita che è libera di muoversi in direzione verticale. La configurazione di figura è di **equilibrio**: la fune 1 forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto alla verticale, mentre la fune 2, nel tratto di collegamento con la massa puntiforme, è orizzontale. [Trascurate ogni forma di attrito; usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/6) = ½$ e $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$]

   a) Quanto valgono, **in modulo**, le tensioni T_1 e T_2 delle due funi?

   T_1 = …………………………………… ~ .... N $mg/cos\theta \sim 5.7$ N

   T_2 = …………………………………… ~ .... N $mgtg\theta \sim 2.8$ N   [all'equilibrio la sommatoria delle forze agenti sulla massa deve essere nulla, cioè deve essere $0 = \boldsymbol{mg} + \boldsymbol{T_1} + \boldsymbol{T_2}$. Considerando le componenti di questa equazione vettoriale e usando i moduli, si ottiene $T_2 = T_1 sin\theta$ (in direzione orizzontale) e $mg = T_1 cos\theta$ (in direzione verticale), da cui la soluzione] ha: 0 = Notando che il movimento, se ci fosse, avrebbe la direzione del piano inclinato, conviene usare un riferimento parallelo a questo, ad esempio diretto verso la sommità del piano. Rispetto a tale asse, proiettando opportunamente le varie forze, deve essere: $0 = -mgsin\theta + F_0 cos\theta - F_A$, da cui la soluzione]

   b) Quanto valgono le componenti orizzontale e verticale della forza $\boldsymbol{F}$ che il chiodo esercita sulla fune 1 nel punto O di figura? [Non è richiesto di esprimere il segno di queste componenti]

   $F_{orizzontale}$ = ……………………………… ~ .... N $T_2 = mgtg\theta \sim 2.8$ N

   $F_{verticale}$ = ………………………………… ~ .... N mg = 4.9 N   [all'equilibrio la forza che il chiodo esercita sulla fune 1 deve essere uguale (e opposta, ma qui non si considerano i segni) rispetto alla tensione T_1 determinata sopra. Trovando le componenti di T_1 si ottiene la soluzione]

2. Un oscillatore armonico è costituito da una molla di massa trascurabile, costante elastica k = 5.0 N/m e lunghezza di riposo L_0 = 40 cm, a cui è attaccato un blocchettino (puntiforme) di massa m = 0.20 kg che può muoversi senza attrito su un piano orizzontale. La molla, un cui estremo è vincolato a una parete rigida veticale, ha il suo asse parallelo alla direzione orizzontale. Facendo riferimento a un asse X (orizzontale) che ha origine nell'estremo vincolato della molla, si sa che all'istante t_0 = 0 il blocchettino passa per la posizione $x_0 = L_0$ con una velocità v_0 = -2.0 m/s (il segno negativo indica che la velocità è diretta, nell'istante considerato, in verso opposto a quello dell'asse X).

   a) Quanto vale l'accelerazione a_0 del blocchettino in questo istante (t_0= 0)?

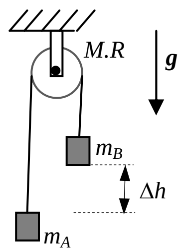
   a_0 = …………………………………… = ... m/s^2 0   [l'unica forza che agisce sul blocchettino è la forza elastica, che vale zero nell'istante in cui la molla assume la propria lunghezza di riposo]

   b) Come si scrive la legge oraria del moto $x(t)$? [Dovete scrivere una funzione della variabile t, e quindi non dovete usare valori numerici. Dovete però tenere in debito conto le "condizioni iniziali" del moto, usando le espressioni letterali dei dati noti del problema]

   $x(t)$ = …………………………………… $(-v_0/\omega)cos(\omega t+\pi/2)+L_0 = (v_0/\omega)sin(\omega t)+L_0$, con $\omega = (k/m)^{1/2}$ = 5.0 rad/s   [l'equazione del moto del blocchettino è $a = -(k/m)(x-L_0)$. Questa equazione ha come soluzione la legge oraria del moto armonico: $x(t) = Acos(\omega t+\phi) + x_{EQ}$, con $\omega = (k/m)^{1/2}$ e $x_{EQ} = L_0$ La legge oraria della velocità risulta essere: $v(t) = -A\omega sin(\omega t+\phi)$. I valori di A e ϕ si determinano imponendo le condizioni iniziali (riferite all'istante t_0=0): $x(t=0)=x_0 = L_0$ e $v(t=0) = v_0$ Si ottiene facilmente $\phi = \pi/2$ e $A=-v_0/\omega$, da cui la soluzione]

   c) Quanto vale la velocità v' del blocchettino nell'istante t' = 0.2 s?

   v'= …………………………………… ~ .... m/s $v_0\ sin(\omega t'+\pi/2) = -v_0 cos(\omega t') \sim -1.1$ m/s   [come già notato sopra, la legge oraria della velocità è $v(t) = -A\omega sin(\omega t+\phi) = v_0 sin(\omega t+\pi/2)$, dove abbiamo usato le condizioni inziali determinate prima. Da qui, calcolando il valore della funzione per l'istante $t=t'$, si ottiene la soluzione]



3. Due oggetti di massa rispettivamente m_A = 1.0 kg e $m_B = 2m_A$ = 2.0 kg sono vincolati agli estremi di una fune inestensibile di massa trascurabile. La fune passa, **senza strisciare,** per la gola di una puleggia costituita da un disco **omogeneo** di raggio R = 10 cm e massa $M = m_A$ = 1.0 kg che può ruotare con attrito trascurabile attorno a un perno passante per il proprio asse geometrico. L'intero sistema è disposto come rappresentato in figura: il perno della puleggia è vincolato a un solaio rigido e indeformabile, e i due oggetti vengono lasciati liberi di muoversi in direzione verticale. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

   a) Quanto vale, in modulo, la tensione della fune T_A che agisce **sull'oggetto di massa** m_A? [Ricordate che il sistema **non** è all'equilibrio e che la puleggia ha una massa diversa da zero!]

   T_A = …………………………………… = ………… N $gm_A(2m_A+M)/(2m_A+2m_B+M)$ $=gm_A(5m_A)/(7m_A)$ $= (5/7)gm_A$ = 7.0 N   [il sistema, talvolta chiamato "macchina di Atwood", comporta il moto di traslazione dei due oggetti e il moto di rotazione della puleggia (massiva!). Usando un riferimento verticale che punta verso il basso, le equazioni dei due moti di traslazione sono: $a_A = g-T_A/m_A$; $a_B = g-T_B/m_B$, con $a_A=-a_B$ (la fune è inestensibile e il movimento dei due oggetti avviene in versi opposti). Inoltre la puleggia si muove sotto l'azione delle tensioni delle due funi che trasmettono una forza tangenziale grazie all'attrito (statico, dato che la fune non slitta) e la superficie laterale del disco. L'equazione del moto di rotazione è $\alpha = (T_B-T_A)R/I$, con $\alpha = a_B/R$ (la fune non striscia e nel movimento la massa m_B scende verso il basso) e il momento di inerzia del disco vale $I = (M/2)R^2$. Si ottiene dunque un sistema di tre equazioni e tre incognite, la cui soluzione rispetto a T_A fornisce la risposta]

   b) Sapendo che ad un certo istante t_0 la velocità angolare della puleggia è ω_0 = 5.0 rad/s, quanto vale la velocità angolare ω_1 in un istante (successivo) t_1 tale che la massa m_B si è abbassata di un tratto Δh = 35 cm?

   ω_1 = …………………………………… ~ ………… rad/s $(\omega_0^2+2g\Delta h/(7R^2))^{1/2} \sim 11$ rad/s   [sul sistema non agiscono forze non conservative che facciano lavoro (si suppone che non agiscano altri attriti oltre a quello, di tipo statico, e quindi che non fa lavoro, che evita lo strisciamento della fune sulla puleggia) e dunque si conserva l'energia meccanica del sistema. Deve quindi essere $0 = \Delta E_K + \Delta U_G = ((m_A+m_B)/2)(v_1^2-v_0^2)+(I/2)(\omega_1^2-\omega_0^2)+(m_A-m_B)g\Delta h$, dove si è sfruttato il fatto che, nel processo considerato, l'oggetto di massa m_2 si abbassa di un tratto Δh mentre quello di massa m_1 si alza dello stesso tratto. La soluzione si ottiene usando l'espressione sopra citata per il momento di inerzia I, la relazione fra le varie masse e quella fra i moduli delle velocità, $\omega = v/R$ (non c'è strisciamento della fune sulla puleggia)]

   c) Quanto vale, nell'istante t_1 considerato sopra, il modulo L del momento angolare **totale** del sistema calcolato rispetto all'asse della puleggia? [Si intende il sistema costituito dalla puleggia e dai due oggetti]

   L = …………………………………… ~ ………… kg m^2/s $m_A v_1 R + m_B v_1 R + I\omega_1 = (7/2)m_A R^2 \omega_1 \sim 0.38$ kg m^2/s   [al momento angolare contribuiscono sia la rotazione della puleggia, con un contributo $L_{PUL}=I\omega_1$, che le traslazioni delle due masse. Infatti la definizione vettoriale del momento angolare per un oggetto di massa generica che si muove a velocità $\boldsymbol{v}$ è $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$, dove $\boldsymbol{r}$ è il braccio,cioè il vettore spiccato dal polo (il centro della puleggia) verso la **direzione** del vettore quantità di moto. La regola della mano sinistra mostra che i contributi dovuti ai due oggetti, che hanno modulo pari a $m_1 vR$ e $m_2 vR$, si sommano fra loro, inoltre è facile verificare che anche la componente del momento angolare dovuto alla rotazione della puleggia ha lo stesso segno. Dunque per trovare la soluzione è sufficiente sommare i tre contributi, esprimere come sopra il momento di inerzia e notare che $v_1 = \omega_1 R$]

4. Due carrellini (denominati A e B) che hanno la stessa massa M = 10 kg si muovono con **attrito trascurabile** lungo un binario orizzontale. I carrellini sono muniti di respingenti costituiti da due molle identiche fra loro, di massa trascurabile, costante elastica k = 2.0x10^2 N/m e lunghezza di riposo L_0 incognita. I due carrellini viaggiano inizialmente nella stesso verso con velocità rispettivamente v_{A0} = 2.0 m/s e v_{B0} = $v_{A0}/2$ = 1.0 m/s. Ad un certo istante il carrello A tampona il carrello B ed i respingenti vengono compressi.

a) Quanto vale la velocità v_A' del carrellino A quando le molle dei respingenti raggiungono la **massima compressione**? [Si supponga che tutti e due i respingenti raggiungano la massima compressione allo stesso istante]

v_A' = …………………………………… = ... m/s $(v_{A0} + v_{B0})/2 = (3/4)v_{A0}$ = 1.5 m/s [all'istante considerato la velocità relativa dei due carrelli deve essere nulla, cioè essi si devono muovere di conserva (altrimenti le molle continurebbero a comprimersi o inizierebbero a distendersi). Deve quindi essere $v_A' = v_B'$. Dato che il sistema è isolato lungo la direzione orizzontale (non agiscono forze esterne), la quantità di moto del sistema si conserva, per cui $M(v_{A0}+v_{B0}) = 2Mv_{A'}$, da cui la soluzione]

b) Quanto vale il **massimo** valore dell'energia elastica U_{ELA} accumulata nelle molle (tutte e due) durante il processo considerato sopra?

U_{ELA} = …………………………………… = ... J $\Delta U_{ELA} = -\Delta E_K = (M\ /2)(-2v_A'^2 + v_{A0}^2 + v_{B0}^2) = Mv_{A0}^2/16$ = 2.5 J

[l'energia elastica accumulata dalle molle è dovuta alla loro compressione ed è massima proprio nel'istante considerato al punto precedente. Dato che inizialmente le molle sono, ragionevolmente, in condizioni di riposo, tale energia è pari alla differenza di energia elastica ΔU_{ELA}. D'altra parte sul sistema non agsicono forze dissipative, per cui si conserva l'energia meccanica, cioè : $0 = \Delta E_K + \Delta U_{ELA} = (2M/2)v_a^2 - (M/2)v_{A0}^2 - (M/2)v_{B0}^2 + \Delta U_{Ela}$, da cui, usando il valore determinato in precedenza per v_A', la soluzione]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 11/9//2009 Firma: