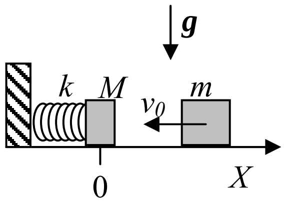
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 30/1/2006

Nome e cognome: ……………………………………………………………　　Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Un oggetto di massa m = 0.40 Kg, che si muove su un piano orizzontale, urta contro un altro oggetto di massa M = 1.0 Kg, inizialmente fermo, che è in contatto con l'estremità di una molla di massa trascurabile e costante elastica k = 4.0 N/m (l'altro estremo della molla è collegato ad un piano rigido verticale, come in figura). Gli oggetti possono essere approssimati come puntiformi e l'urto può essere considerato **elastico**, istantaneo e centrale, cioè la direzione del moto della massa m non cambia dopo l'urto (attenzione: direzione non significa verso!). La velocità della massa m prima dell'urto ha **modulo** v_0 = 10 cm/s ed è diretta nel **verso negativo** dell'asse X disegnato in figura; la molla si trova inizialmente alla **lunghezza di riposo**, e la coordinata iniziale della massa M è $X_0 = 0$.



a) Quanto vale la velocità v della massa m subito dopo l'urto? [Indicate anche il segno]

v = …………………………………… = ……….. m/s　$v_0(m-M)/(m+M) = 4.3\text{x}10^{-2}$ m/s　[esce imponendo la conservazione della quantità di moto, $mv_0 = mv+MV$, e dell'energia cinetica, $mv_0^2/2 = mv^2/2+MV^2/2$, indicando con V la velocità della massa M subito dopo l'urto; notate che "subito dopo" l'urto la molla non ha ancora fatto in tempo a comprimersi, e quindi il contributo dell'energia elastica è trascurabile; notate anche che la soluzione matematica delle equazioni coinvolte conduce anche al risultato $v = v_0$, non accettabile perché indicherebbe che l'urto non è avvenuto!]

b) Dopo l'urto la massa M comincia a muoversi, e la molla subisce una copressione rispetto alla lunghezza di riposo. Supponendo che gli attriti siano **trascurabili,** quanto vale la massima compressione della molla, Δ_{MAX}?

Δ_{MAX} = …………………………………… = ……….. m $V(M/k)^{1/2}=v_0 2mM/(m+M)(M/k)^{1/2}=$ $3.0\text{x}10^{-2}$ m　[dalla conservazione dell'energia mecánica peri l sistema molla + corpo M: $0 = \Delta E_K+\Delta U_{MOLLA}= -(M/2)V^2 + (k/2)\Delta_{MA\Xi}^2$; la velocità del corpo M subito dopo l'urto, che permette di calcolare l'energia cinetica iniziale del corpo stesso nel processo considerato, e che abbiamo qui indicato con V, si ottiene applicando le leggi di conservazione di cui alla risposta precedente, che danno: $V = v_0 2mM/(m+M)$]

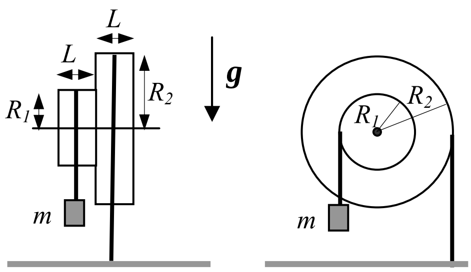
c) Quanto vale il tempo Δt necessario perché la massa M ripassi per la prima volta per la posizione iniziale $X_0 = 0$ dopo l'urto, se ci ripassa? [Pensate al tipo di moto a cui è sottoposta la massa!]

Δt = …………………………………… = ……….. s　$T/2 = \pi(M/k)^{1/2} = 3.1$ s　[il moto è armonico con pulsazione $\omega = (k/M)^{1/2}$ ed il corpo ripassa per la posizione iniziale dopo $T/2 = \pi/\omega$]

d) Se tra massa M e piano ci fosse invece **attrito dinamico** con coefficiente μ = 0.020, quanto varrebbe la compressione massima della molla, Δ'_{MAX}? [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

Δ'_{MAX} = …………………………………… = …….. m　$(-Mg\mu+((Mg\mu)^2+kMV^2)^{1/2})/k$ = $(-Mg\mu+((Mg\mu)^2+kM(v_0 2mM/(m+M))^2)^{1/2})/k = 7.7\text{x}10^{-3}$ m　[riprendendo la soluzione del punto b), occorre qui tenere conto del lavoro della forza di attrito, che, essendo la forza di attrito costante, $F_A = Mg\mu$, ed essendo lo spostamento, Δ'_{MAX}, di verso opposto alla forza stessa, vale $L_A = -Mg\mu\Delta'_{MAX}$; si ha allora un'equazione di bilancio del tipo: $L_A = \Delta E_K+\Delta U_{MOLLA}$, da cui si ottiene l'equazione algebrica del secondo ordine: $(k/2)\Delta'^2_{MAX} + Mg\mu\Delta'_{MAX} - (M/2)V^2 = 0$; risolvendo si ottiene la risposta]

2. Una puleggia "a doppio raggio" è costituita da due cilindri, di raggio R_1 = 10 cm ed R_2 = 20 cm, liberi di ruotare **senza attrito** attorno al loro asse (parallelo al suolo) rimanendo solitdali fra loro. I due cilindri hanno la stessa lunghezza L = 5.0 cm, e sono fatti dello stesso materiale solido omogeneo, di densità di massa $\rho = 4.0\text{x}10^3$ Kg/m^3. Attorno ai due cilindri sono avvolte due funi inestensibili di massa trascurabile: quella avvolta attorno al cilindro 1 sostiene una massa m = 10 Kg, mentre quella avvolta attorno al cilindro 2 è inizialmente "inchiodata" al suolo. La figura rappresenta le viste "laterale" e "frontale" del sistema. Nella soluzione supponete che le funi non slittino sulla superficie dei cilindri ed usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità.



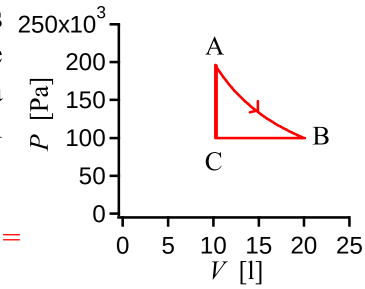
Vista "laterale"　*Vista "frontale"*

a) Quanto vale nelle condizioni di figura (cioè all'equilibrio) il modulo della tensione T_2 a cui sottoposta la corda avvolta sul cilindro 2?
T_2 = ... = ... N mgR_1/R_2 =49 N [per l'equilibrio dei momenti delle forze deve essere: $mgR_1 = T_2R_2$]

b) Quanto vale il momento di inerzia complessivo I della puleggia (cioè del sistema formato dai due cilindri)? [Suggerimento: se non sapete rispondere, passate pure alla domanda successiva, dove userete il termine I per indicare il momento di inerzia; se intendete rispondere, immaginate di suddividere i due cilindri in tanti gusci cilindrici concentrici, ognuno dotato di un certo volumetto dV, cioè di una masserella dm. In tale contesto può farvi comodo ricordare che, per una variabile generica ξ, si ha $\int \xi^3 \, d\xi = \xi^4/4$]
I = ... ~ .... Kg m^2 $(\pi L \rho/2)(R_1^4+R_2^4)$ ~ 5.3x10^{-1} Kg m^2 [il momento di inerzia complessivo è la somma dei momenti di inerzia dei due cilindri, cioè $I = I_1+I_2$; per calcolarli, conviene seguire il suggerimento e notare che d$m = \rho\, dV = 2\pi L\rho r dr$. Si ha quindi: $I = \int_1 r^2 dm + \int_1 r^2 dm = 2\pi L\rho(\int_0^{R1} r^3 dr + \int_0^{R2} r^3 dr)$, da cui il risultato]

c) Ad un certo istante la fune 2 viene tagliata e la massa m è libera di scendere verso il basso, provocando la rotazione della puleggia. Quanto vale il modulo v della velocità della massa quando questa è scesa di un tratto Δh = 10 cm rispetto alla posizione di partenza, cioè quella che aveva all'equilibrio di cui al punto a)? [Ricordate che la fune 1 non slitta sulla superficie del cilindro!]
v = ... ~ .... m/s $(2mg\Delta h/(m+I/R_1^2))^{1/2}$ ~ 1.3 m/s [per la conservazione dell'energia meccanica si ha $0 = \Delta U_G + \Delta E_K = -mg\Delta h + (m/2)v^2 + (I/2)\omega^2$; il risultato si ottiene notando che la velocità angolare di angolare di rotazione della puleggia è $\omega = v/R_1$, dato che la fune non slitta]

3. Una macchina termodinamica, che lavora con una certa quantità di gas perfetto, compie un ciclo termico reversibile costituito da una espansione isoterma seguita da una compressione isobara e da una trasformazione una isocora (a volume costante); la figura rappresenta il ciclo in questione nel piano PV. Si ha P_A = 2.0x10^5 Pa, $P_B = P_C$ 1.0x10^5 Pa, e $V_A = V_C$ = 10 l.



a) Quanto vale il volume V_B del gas nel punto B?
V_B = ...= .... m^3 P_AV_A/P_B = 2.0x10^{-2} m^3 [A -> B è un'isoterma, per cui il prodotto PV è costante]

b) Sapendo che nell'espansione isoterma A -> B il gas riceve una quantità di calore Q_{AB} = 5.0x10^3 J, quanto vale il lavoro L fatto dal gas nell'intero ciclo? [Suggerimento: prima di impelagarvi in calcoli complessi, leggete **bene** il testo di questa domanda!]
L = ...= .... J $L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = L_{AB} + L_{BC} = Q_{AB} + P_B(V_C-V_B)$ = 4.0x10^3 J [si è tenuto conto che nell'isocora il lavoro L_{CA} è nullo, che nell'isoterma, per il primo principio, si ha $L_{AB}=Q_{AB}$ e che nell'isobara il lavoro è $L_{BC} = P_B\Delta V$]

4. Un lungo filo di rame di resistenza elettrica R_1 è avvolto in N spire formando un solenoide di lunghezza L e raggio a, con $L>>a$ (il solenoide può essere considerato "infinitamente lungo" e quindi il campo è omogeneo al suo interno e nullo all'esterno). Il solenoide è collegato ad un generatore di differenza di potenziale alternata, $V(t) = V_0 \sin(\omega t)$.

a) Come si scrive il campo magnetico $B(t)$ all'interno del solenoide?
$B(t)$ = ... $\mu_0 N\, I(t)/L = \mu_0 N\, V_0 \sin(\omega t)/(LR_1)$ [dal teorema di Ampere, circuitando su un rettangolo con un lato dentro ed uno fuori dal solenoide; notate inoltre che la corrente che scorre nel solenoide vale $I(t) = V(t)/R = V_0 \sin(\omega t)/R_1$]
Seni e coseni aggiustati nella soluzione grazie all'osservazione di Francesco, 12/2/06

b) Supponete ora che il solenoide sia circondato da una spira, di raggio $b > a$, disposta su un piano ortogonale all'asse del solenoide e concentrica a questo. Se la spira ha resistenza elettrica R_2, come si scrive la corrente $I_2(t)$ che ci scorre? [Ricordate che d$\sin\xi$/d$\xi = \cos\xi$]
I_2 = ... $-(d\Phi/dt)(1/R_2) = -\pi a^2 (dB(t)/dt)(1/R_2) = -(\pi a^2 \mu_0 N V_0 \omega \cos(\omega t))/R_2$ [per l'induzione magnetica secondo la legge di Faraday; notate che il flusso del campo magnetico si calcola sull'area πa^2 del solenoide, invece che della spira, dato che il campo magnetico esiste solo all'interno del solenoide]