Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE – 13/2/2006

Nome e cognome: ……………………………………………………………   Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

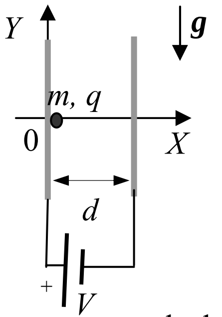
1. Un condensatore è costituito da due sottili piastre parallele di materiale conduttore di area A = 10 cm^2. Lo spazio tra le armature è vuoto e si sa che la capacità del condensatore vale C = 4.4 pF. Le armature sono collegate ad un generatore di differenza di potenziale V = 10 mV.

   a) Quanto vale il modulo del campo elettrico E presente tra le armature? [Usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\text{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto]

   E = …………………………………… = ……….. V/m $VC/(\varepsilon_0 A) = 5.0$ V/m [in un condensatore ad armature piane e parallele il campo elettrico vale $E = V/d$; la distanza d tra le armature si ricava dalla capacità $C = \varepsilon_0 A/d$, da cui il risultato]

   b) All'istante $t_0 = 0$ sulla superficie dell'armatura collegata al polo positivo del generatore "nasce" uno ione di massa $m = 1.6\text{x}10^{-22}$ Kg e carica positiva unitaria che è libero di muoversi fra le armature, partendo con velocità iniziale nulla. A quale istante t' lo ione raggiunge l'armatura opposta? [Usate il valore $q = 1.6\text{x}10^{-19}$ C per il modulo della carica unitaria]

   t' = …………………………………… ~ ……….. s $(2md/(qE))^{1/2} = (2m\varepsilon_0^2A^2/(qC^2V))^{1/2} \sim 8.9\text{x}10^{-4}$ s [il moto nella direzione ortogonale alle armature è uniformemente accelerato, con accelerazione $a = qE/m$, e la distanza da percorrere è $d = \varepsilon_0 A/C$. Risolvendo la legge oraria, cioè cercando il tempo per cui viene percorsa questa distanza, si ottiene il risultato]



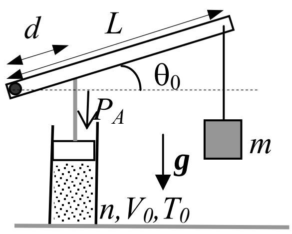
   c) Supponendo che il punto di partenza dello ione sia all'origine del sistema di riferimento indicato in figura, qual è la coordinata y' del punto di impatto con l'armatura negativa? [Tenete conto che lo ione è sottoposto anche all'azione dell'accelerazione di gravità, di modulo g = 9.8 m/s^2, diretta "verso il basso"]

   y' = …………………………………… ~ ……….. m $-gt'^2/2 \sim 1.2\text{x}10^{-5}$ m [in direzione Y il moto è quello della caduta di un grave, e l'impatto avviene all'istante t' prima determinato]

   d) Se il generatore di differenza di potenziale fornisse una tensione che varia nel tempo secondo la legge $V'=V_0\,(t/T)^2$, con V_0 e T costanti opportunamente dimensionate, quanto varrebbe il tempo t'' necessario allo ione per raggiungere l'armatura opposta? [Per questa domanda non dovete esprimere il risultato in forma numerica! Può farvi comodo ricordare che, per una variabile generica ξ, si ha $\int \xi^n d\xi = \xi^{(n+1)}/(n+1)$]

   t'' = …………………………………… $(12m\varepsilon_0^2 A^2 T^2/(qV_0C^2))^{1/4}$ [in questo caso l'accelerazione dello ione non è costante nel tempo, ma vale $a(t) = qE(t)/m = qV_0t^2/(md)$, dove d è stata determinata sopra; quindi la velocità in direzione orizzontale dello ione che parte da fermo vale $v(t) =(qV_0/(md)) \int_0^t t^2dt =qV_0t^3/ (3md)$, e la coordinata $x(t)$ assunta all'istante t generico vale: $x(t) = (qV_0/ (3md)) \int_0^t t^3dt = qV_0t^4/ (12md)$; risolvendo per $x(t'') = d$ si ottiene la soluzione]

2. Un campione di gas perfetto monoatomico è contenuto in un cilindro chiuso da un tappo di massa trascurabile e sezione S che può scorrere verticalmente **senza attrito.** Il tappo è a contatto con l'atmosfera ambiente, che vale P_A, ed è collegato ad una sbarra di **massa trascurabile** e lunghezza L che può ruotare in un piano verticale, essendo imperniata ad un suo estremo. Ad una distanza d da tale estremo è imperniato un collegamento rigido al tappo, che può esercitare una forza verticale sul tappo stesso, come mostrato in figura, mentre all'altro estremo della sbarra è appesa una massa m. Tutti i movimenti della sbarra e del collegamento al tappo avvengono senza attrito, e il sistema è in equilibrio nelle condizioni di figura, con la sbarra che forma un angolo θ_0 rispetto all'orizzontale.



   a) Quanto vale la pressione P_0 del campione di gas?

   P_0 = …………………………………… $P_A + mgL/(dS)$ [la pressione è data dalla somma di P_A e dalla pressione esercitata dalla forza che la sbarra « fa sul tappo », divisa per la superficie del tappo stesso ; visto che si è in condizioni di equilibrio, vale uguaglianza dei momenti delle forze sulla sbarra, da cui il risultato]

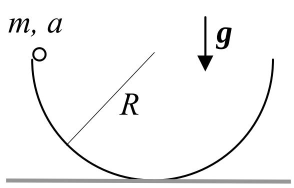
b) Sapendo che la temperatura del gas è T_0 e che il volume da esso occupato è V_0, quanto vale il numero di moli n di cui è costituito il campione di gas? [Indicate con R la costante dei gas perfetti]
n = …………………………………… $P_0V_0/(RT_0)$ [legge dei gas perfetti !]

c) Supponete ora che all'interno del cilindro, e quindi in contatto con il gas, sia presente un resistore con resistenza elettrica R_E. Ad un dato istante questo resistore viene collegato ad un generatore di differenza di potenziale ideale V_E e ci resta collegato per un intervallo di tempo τ. Supponendo che non ci sia passaggio di calore all'esterno del cilindro, quanto vale la temperatura T raggiunta dal gas al termine di questo periodo di riscaldamento ? [Ricordate che i calori specifici molari di un gas perfetto monoatomico a volume e pressione costante si esprimono rispettivamente come : $C_V = (3/2)R$; $C_P = (5/2)R$; nella soluzione usate il calore specifico giusto per la situazione considerata !]
T = …………………………………….. $T_0 + (V_E^2/R)\tau \,/\, (nC_P) = T_0 + 2V_E^2\tau \,/\, (5nR\, R_E)$
[la trasformazione è ovviamente a pressione costante, e quindi l'aumento di temperatura vale $\Delta T = Q/(nC_P)$; la quantità di calore Q somministrata al gas è pari alla potenza del riscaldatore, V_E^2/R_E , per il tempo di accensione, τ, da cui la soluzione]

d) Quanto vale il lavoro L_G fatto (o subito) dal gas durante il processo di cui al punto precedente ?
L_G = …………………………………….. $nR(T-T_0)$ [si può trovare in vari modi, ad esempio notando che per il primo principio della termodinamica si ha $L_G=Q-\Delta U$, dove $Q = nC_P\Delta T$, sulla base di quanto scritto sopra, mentre la variazione di energia interna del gas vale $\Delta U = nC_V\Delta T$; alternativamente si può determinare il lavoro della trasformazione isobara considerata come $L_G = P_0 (V - V_0)$, dove il volume V occupato dal gas al termine della trasformazione si può esprimere come nRT/P_0 ; sostituendo si ottiene lo stesso risultato]

3. Un barattolo vuoto è costituito da un guscio cilindrico di **spessore trascurabile**, raggio a = 10.0 cm e massa m = 100 g. Il barattolo non ha "coperchi", cioè il guscio è privo delle superfici di base.

a) Quanto vale il momento di inerzia I del cilindro per rotazioni attorno al suo asse?
I = …………………………………… = ……….. Kg m^2 ma^2 = 1.00x10^{-3} Kg m^2 [il risultato si ottiene immediatamente dalla definizione notando che tutta la massa si trova alla stessa distanza a dall'asse considerato]



b) Immaginate ora che questo cilindro si trovi inizialmente sul punto più alto di una guida semicircolare, come rappresentato in figura (la vista è laterale, la guida è rappresentata in sezione, il suo raggio vale R = 2.45 m ed il suo spessore è trascurabile). La superficie della guida presenta **attrito** nei confronti della superficie laterale del cilindro, e le condizioni sono tali che il cilindro **rotola senza strisciare** sulla guida. Ad un certo istante, il cilindro viene lasciato muoversi con velocità iniziale nulla. Quanto vale il lavoro L_A fatto dalle forze di attrito da quando il cilindro parte a quando passa per il punto più basso della guida? [Suggerimento: considerate attentamente il significato della condizione di rotolamento senza strisciamento]
L_A = …………………………………… = ……….. J 0 [la condizione implica che la generatrice del cilindro che istante per istante si trova a contatto con la superficie della guida non si muova rispetto ad essa; l'attrito, che è quindi di tipo statico, non fa alcun lavoro]

c) Facendo riferimento al processo di discesa descritto al punto precedente, quanto vale la velocità angolare ω del cilindro quando questo passa per il punto più basso della guida? [Usate il valore g = 9.80 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità, diretta, ovviamente, in direzione verticale e verso il basso]
ω = …………………………………… = ……….. rad/s $(gR)^{1/2}/a$ = 49.0 rad/s [il bilancio energetico impone: $\Delta U_G+\Delta E_K = L_A = 0$; notando che la variazione di energia potenziale è $\Delta U_G = -\, mgR$, si ha $mgR = \Delta E_K = (m/2)v_{CM}^2+(I/2)\omega^2$, dove si è tenuto conto dell'energia cinetica di traslazione (del centro di massa) e di quella di rotazione. La velocità del centro di massa v_{CM} è legata alla velocità angolare dalla condizione (geometrica) di rotolamento senza strisciamento: $v_{CM} = \omega a$; inoltre il valore di I è stato determinato prima e sostituendo si ottiene il risultato]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 13/2/2006 Firma: