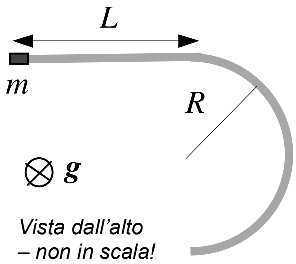
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 13/7/2006

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

-- **PARTE 1**

1) Un'automobile, che approssimerete come un **punto materiale** di massa $m = 1.0\text{x}10^3$ Kg, parte da ferma muovendosi su un percorso stradale costituito da un rettilineo pianeggiante, di lunghezza $L = 50$ m, seguito da una curva, con raggio di curvatura $R = 40$ m (vedi figura). Il moto avviene con accelerazione **costante ed uniforme** per tutta la lunghezza del rettilineo, **al termine del quale l'accelerazione si annulla istantaneamente**. Il coefficiente di attrito statico tra punto materiale (automobile) e asfalto vale $\mu_S = 0.50$; si suppongono trascurabili tutte le altre forme di attrito.



a. Quanto vale il valore **massimo** a_M che l'accelerazione può assumere affinché il punto materiale (l'automobile) possa percorrere la curva "senza sbandare"? [Usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a_M = …………………………… = ……… m/s^2 $\quad g\mu_S R/(2L) = 2.0$ m/s^2 [la condizione da imporre è che la forza di attrito statico $F_A \le \mu mg$, sia suffiicente a fornire la forza centripeta, $F_C\ mv^2/R$, necessaria a percorrere la curva alla velocità v che il punto ha alla fine del rettilineo, cioè $v = (2La_M)^{1/2}$. Manipolando, si ottiene la risposta]

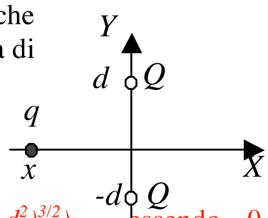
b. Quanto vale il lavoro L_{MOT} fatto dal motore affinché il punto materiale (l'automobile) compia l'intero percorso nelle condizioni di cui al punto precedente (cioè accelerando in rettilineo con acclerazione a_M)?

L_{MOT} = …………………………… = ……… J $\Delta E_K = (m/2)v^2 = (m/2)\ (2La_M) = (m/2)\ g\mu_S R = 9.8\text{x}10^4$ J [dal bilancio energetico, non essendoci forze dissipative che compiono lavoro]

c. E quanto vale l'intervallo di tempo Δt necessario per compiere l'intero percorso?

Δt = …………………………… ~ ……… s $\quad (2L/a_M)^{1/2} + \pi R/v = (2L/a_M)^{1/2} + \pi R/(2La_M)^{1/2} = (2L + \pi R)/(g\mu_S R)^{1/2} \sim 16$ s [il moto è uniformememnte accelerato lungo il rettilineo e poi circolare uniforme nella curva, lunga metà circonferenza]

2) Su un piano **orizzontale** XY sono poste due cariche elettriche puntiformi, di identica carica Q, che si trovano **fisse** nelle posizioni $(0, d)$ e $(0, -d)$, come indicato in figura. Una terza carica q è libera di muoversi senza attrito lungo l'asse X.



a. Come si scrive la **componente della forza lungo la direzione** X , $F_X(x)$, che agisce sulla carica q in funzione della posizione x di questa carica? [Non dovete dare una risposta numerica! Indicate con ε_0 la costante dielettrica del vuoto]

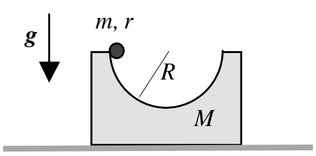
$F_X(x)$ = …………………………… $\quad 2(qQ/(4\pi\varepsilon_0))(1/(x^2+d^2))\cos\theta = 2(qQ/(4\pi\varepsilon_0))(x/(x^2+d^2)^{3/2})$, essendo θ l'angolo compreso tra asse X e la congiungente tra carica q e una delle cariche Q [la forza elettrica creata da una singola carica Q vale $qQ/(4\pi\varepsilon_0 r^2))\ \mathbf{r}$, con $\mathbf{r}$ versore della congiungente, ed $r = (x^2+d^2)^{1/2}$. Manipolazioni basate sulla geometria forniscono il risultato. Fate atenzione ai segni!]

b. Supponendo ora che la carica q abbia segno opposto rispetto alle cariche Q, e che la sua massa sia m e sia lasciata libera di muoversi nella posizione iniziale $x_0 = -d$ con velocità iniziale nulla, quanto vale la velocità v che essa ha quando passa per l'origine ($x = 0$)? [Anche qui non è richiesta una risposta numerica, ma dovete esprimere il risultato in funzione dei dati **letterali** del problema. Può farvi comodo ricordare che, per una variabile generica ξ, si ha $\int \xi^n\, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$]

v = ……………………………$(2\Delta E_K/m)^{1/2} = (2L_E/m)^{1/2}$, con $L_E = \int_{x0}^{0} F_X(x)\, dx = (qQ/(2\pi\varepsilon_0)) \int_{x0}^{0} (x/(x^2+d^2)^{3/2}) dx = (qQ/(2\pi\varepsilon_0)) \int_{(x0^2+d^2)}^{d^2} (x^{-3/2}/2) dx = (qQ/(2\pi\varepsilon_0))\ (-2/2)\ \xi^{-1/2}|_{2d^2}^{d^2} = -(qQ/(2\pi\varepsilon_0))\ (1/d^{1/2} - 1/(2d)^{1/2}) = -(qQ/(2\pi\varepsilon_0 d^{1/2}))(1-1/2^{1/2})$ [si ottiene dal bilancio energetico, uguagliando la differenza di energia cinetica con il lavoro delle forze elettriche, L_E. Nel calcolo dell'integrale si è fatta la sostituzione $(x^2+d^2) = \xi$]

-- **PARTE 2**

3) Una sfera **omogenea** di raggio r e massa $m = 2.2$ Kg si muove su una superficie concava di forma semisferica con raggio $R = 60$ cm. Questa superficie è scavata su un blocco di massa $M = 10$ Kg, libero di strisciare su un piano orizzontale **privo di attrito**. La figura rappresenta una sezione laterale del sistema. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità, diretta verso il basso come in figura]



a. Supponendo che la sfera venga lasciata libera, con velocità iniziale **nulla**, dalla sommità della superficie concava (la posizione indicata in figura) e che essa **strisci senza rotolare** sulla superficie stessa (in questo caso supposta priva di attrito), quanto vale la sua velocità v quando essa raggiunge il "fondo" della superficie concava? [Fate attenzione al fatto che **anche il blocco** M **può muoversi**, e considerate nulla la sua velocità iniziale]

v = ... ~ .... m/s $(2gR/(1+m/M))^{1/2} \sim 3.1$ m/s [l'interazione tra sfera e superficie del blocco è "interna" al sistema, per cui deve conservarsi la quantità di moto nella direzione orizzontale; poiché inizialmente questa è nulla, deve essere sempre $mv + MV = 0$. D'altra parte per la conservazione dell'energia meccanica si ha $mgR = (m/2)v^2+(M/2)V^2$, da cui il risultato]

b. Se, invece, supponete che la sfera **rotoli senza strisciare (rotolamento puro)** sulla superficie, quanto vale la velocità v' con cui essa raggiunge "il fondo" della superficie concava? [Considerate le stesse condizioni iniziali del quesito a.]
v' = ... ~ .... m/s $(2gR/(1+m/M+I/r^2))^{1/2} = (2gR/(1+m/M+(2/5))^{1/2} \sim 2.7$ m/s [rispetto al caso precedente, qui nel bilancio energetico va aggiunta l'energia cinetica di rotazione, $(I/2)\omega^2 = (mr^2/5)v^2/r^2$, essendo $I = (2/5)mr^2$ il momento di inerzia di una sfera che rotola ed $\omega = v/r$ la sua velocità angolare, in condizioni di rotolamento puro]

4) Una macchina termica funziona secondo un ciclo costituito dalla successione dell'espansione isobara A->B, dell'isocora B->C e della compressione isoterma C->A; tutte le trasformazioni coinvolte possono essere considerate **reversibili** ed il gas impiegato può essere considerato perfetto e monoatomico. I dati noti del problema sono: $P_A = 2.0\text{x}10^5$ Pa, $V_A = 1.0$ litri, $V_B = 5.0$ litri, e si sa anche che $T_B = 500$ K.

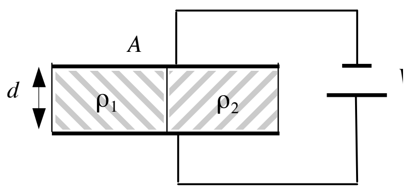
a. Quanto vale la temperatura T_C del gas al punto C del ciclo?
T_C = ... = ... K $T_A = T_B V_A/V_B = 100$ K [C->A è un'isoterma, per cui $T_C = T_A$, e A->B è un'isobara, da cui la soluzione]

b. Quanto vale il lavoro L compiuto dal gas in un ciclo?
L = ... ~ .... J $P_A(V_B - V_A) + nRT_C \ln(V_A/V_C) = P_A(V_B - V_A) + (P_C V_C/(RT_C)) RT_C \ln(V_A/V_B) = P_A(V_B - V_A) + (P_C V_C) \ln(V_A/V_B) = P_A(V_B - V_A) + (P_A V_A) \ln(V_A/V_B) = P_A V_B + P_A V_A(\ln(V_A/V_B) - 1) \sim 4.8\text{x}10^2$ J [dalle espressioni del lavoro per le singole trasformazioni che compongono il ciclo, esprimendo con $n = P_B V_B/(RT_B)$ il numero di moli di gas, ed adottando le leggi per le stesse trasformazioni in modo da ottenere un'espressione in funzione dei dati del problema]

c. Quanto vale l'efficienza η di questa macchina termica? [Usate il valore $c_P = (5/2)R$ per il calore specifico molare a pressione costante]
η = ... ~ .... $L/Q_{ASS} = L/(nc_P(T_B - T_A)) = L/((P_C V_C/(RT_C))(5/2)R(T_B - T_A)) = L/((5/2)(P_A V_A (T_B/T_A - 1)) = L/((5/2)(P_A(V_B - V_A))) \sim \sim 0.24$ [il calore viene assorbito solo nell'espansione isobara; manipolando i dati del problema si ottiene il risultato]

-- **PARTE 3**

5) Un dispositivo elettrico è realizzato con due lamine conduttrici piane, di forma quadrata ed area $A = 10$ cm^2, affacciate una di fronte all'altra a distanza $d = 1.0$ mm. Lo spazio fra le lamine è riempito per metà di un materiale omogeneo "1" debolmente conduttore, con resistività $\rho_1 = 1.0\text{x}10^3$ ohm m, e per l'altra metà di un materiale omogeneo "2", anch'esso debolmente conduttore, ma con resistività $\rho_2 = 5.0\text{x}10^3$ ohm m. La figura rappresenta una vista schematica del profilo del sistema. Le lamine sono collegate ad un generatore (ideale) di differenza di potenziale continua $V = 10$ V, e si può supporre che il sistema abbia raggiunto condizioni di **equilibrio** (elettrostatico).

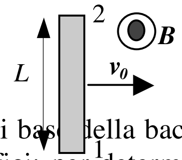


a. Quanto vale la potenza W fornita in condizioni di equilibrio dal generatore al sistema?
W = ... = ... W $V^2/R_{TOT} = V^2(1/R_1+1/R_2) = V^2(A/(2d))(1/\rho_1 + 1/\rho_2) = 6.0\text{x}10^{-2}$ W [in condizioni di equilibrio, il sistema è praticamente un parallelo di due resistori elettrici, di resistenza $R_i = \rho_i\, d/(A/2)$; poiché per un parallelo di resistori vale la $1/R_{TOT} = 1/R_1+ 1/R_2$, si ottiene il risultato]

b. Quanto valgono, in modulo, i campi elettrici E_1 ed E_2 all'interno dei due materiali? [Supponete valide tutte le approssimazioni che permettono di "trascurare gli effetti ai bordi" e non fatevi trarre in inganno…]
E_1 = ... = ... V/m $V/d = 1.0\text{x}10^4$ V/m [dalla definizione di differenza di potenziale e dall'ipotesi, suggerita nel testo, di uniformità del campo all'interno del sistema]
E_2 = ... = ... V/m $E_1 = 1.0\text{x}10^4$ V/m [valgono le stesse condizioni di sopra e, comunque, nella geometria considerata non c'è alcun motivo per cui il campo dovrebbe essere discontinuo passando da un materiale all'altro]

c. Ad un certo istante, il generatore viene scollegato dalle lamine. In queste condizioni, il sistema non si trova più all'equilibrio, e le "grandezze elettriche" che lo caratterizzano (carica elettrica sulle lamine, differenza di potenziale fra le lamine, campo elettrico) scemano nel tempo secondo una certa costante temporale τ. Quanto vale τ? [Usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\text{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto]
τ = ... = ... s $R_{TOT}C_{TOT} = C_{TOT}/(1/R_1+1/R_2) = \varepsilon_0(A/d)/((A/(2d))(1/\rho_1 + 1/\rho_2)) = 2\varepsilon_0/(1/\rho_1 + 1/\rho_2) = 1.5\text{x}10^{-8}$ s [il sistema non è altro che un condensatore ad armature piane e parallele di capacità $C_{TOT} = \varepsilon_0 A/d$ che si scarica sul parallelo dei due resistori]

6) Una bacchetta cilindrica di materiale perfettamente conduttore di lunghezza L = 50 cm viene mossa con velocità uniforme e costante di modulo v_0 = 2.0 m/s (e direzione e verso come in figura) in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme e costante $B_0 = 1.0\text{x}10^{-3}$ T, di direzione e verso come in figura ("esce dal foglio).



a. Quanto vale, in condizioni di equilibrio, la differenza di potenziale V_{12} tra le due superfici di base della bacchetta? [A scanso di equivoci, la figura riporta le indicazioni 1 e 2 corrispondenti alle due superfici; per determinare il segno, si intenda $V_{12} = \phi_1 - \phi_2$]

V_{12} = ……………………………. = …….. V $v_0BL = 1.0\text{x}10^{-3}$ V [la forza di Lorentz su una singola carica q del conduttore vale $\boldsymbol{F_L} = q\boldsymbol{v_0}\text{x}\boldsymbol{B}$; per una carica positiva, essa è diretta, rispetto alla figura, verticalmente verso il basso, e vale, in modulo, $F_L = qv_0B$. Dal punto di vista elettrico, tale forza "corrisponde" ad un campo "impresso" di modulo $E^*=v_0B$, il quale dà origine ad una differenza di potenziale E^*L, da cui la soluzione]

b. Quanto vale la densità di carica superficiale σ_1 che si viene a trovare sulla superficie 1 della bacchetta? [Usate il valore $\varepsilon_0 = 8.8\text{x}10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto e pensate alla bacchetta in movimento come ad un condensatore ad armature piane e parallele…]

σ_1 = ……………………………. = ……… C/m^2 $\varepsilon_0 V_{12}/ L = 1.8\text{x}10^{-14}$ C/m^2 [è "come" un condensatore tra le cui armature si trova la differenza di potenziale V_{12}]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 13/7/2006 Firma: