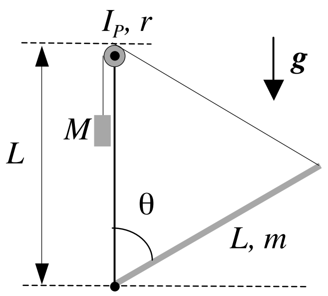
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 21/9/2006

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: …………..

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

1. Una sottile asta **omogenea** di legno, di massa m = 8.0 Kg e lunghezza L = 2.0 m, è imperniata ad un suo estremo, in modo da poter ruotare **senza attrito** su un piano verticale. Ad un'estremità dell'asta è attaccata una fune inestensibile di massa trascurabile, che, dopo essere passata per la gola di una puleggia, termina con una massa M. La puleggia, costituita da un disco di raggio r = 10 cm e momento di inerzia I_P = 1.0x10^{-2} Kg m^2, è collocata sulla verticale del perno dell'asta, ed il suo asse di rotazione si trova ad una distanza $L' = (L-r)$ dal perno dell'asta: la figura rappresenta uno schema dell'intero sistema, con indicate le distanze rilevanti per la soluzione.



   a) Si osserva che la configurazione rappresentata in figura, in cui l'angolo formato dall'asta con la verticale vale θ = 60 gradi, è di equilibrio; quanto vale la massa M? [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità, diretta verticalmente verso il basso; suggerimento: considerate con attenzione la geometria del sistema!]
   M = …………………………………… = ... Kg $m/2$ = 4.0 Kg   [l'equilibrio dei momenti impone che il momento della forza peso sulla trave, pari a $mg(L/2)\sin\theta$, sia bilanciato dal momento della tensione della corad T, che vale $TL\sin\theta$; essendo, all'equilibrio, $T = Mg$ si ottiene la soluzione; occhio ad individuare correttamente gli angoli da usare, notando che il triangolo formato da asta, fune, puleggia è equilatero!]

   b) Quanto vale, all'equilibrio, la **componente verticale** R_Y della reazione vincolare esercitata dal perno sull'asta? [Per stabilire il segno, prendete come positiva la componente diretta verso l'alto]
   R_Y = …………………………………… = ... N $mg - T\cos\theta = mg-Mg\cos\theta = mg(1-1/4)= 3mg/4$ = 59 N   [viene dall'equilibrio delle componenti verticali delle forze agenti sull'asta; anche qui, per calcolare la componente verticale della tensione della fune, occorre tenere conto che il riangolo è equilatero!]

   c) Ad un certo istante la massa M si dimezza (in modo istantaneo!), cioè diventa $M' = M/2$; di conseguenza il sistema non è più in equilibrio e l'asta comincia a ruotare sul suo perno. Quanto vale la vevlocità angolare ω dell'asta quando essa passa per la posizione orizzontale (θ = 90 gradi)? [Ricordate che la puleggia è massiccia, e supponete che essa possa ruotare **senza attrito** attorno al suo asse; supponete inoltre che la fune non slitti sulla gola della puleggia. Suggerimento: fate molta attenzione a legare tra loro le varie velocità, angolari e lineari, che compaiono nel problema!]
   ω = …………………………………… ~ .... rad/s $(-2\Delta U_G/I_{EFF})^{1/2} = (-2(M'g(L'-L)-mg(L/2)\cos\theta)/(I_{ASTA} + I_P(L^2/r^2) + M'L^2))^{1/2} = (-2mgL((2^{1/2}-1)/4 - 1/4)/(L^2(m/3+I_P/r^2+m/4))^{1/2} = (mg(1 - 2^{1/2}/2) / (L(7m/12+I_P/r^2))^{1/2}$ ~ 1.4 rad/s   [vista l'assenza di attrito, si conserva l'energia meccanica; la variazione di energia potenziale tiene conto sia dell'abbassamento del centro di massa dell'asta che dell'innalzamento della massa M'; la variazione di energia cinetica è dovuta alla rotazione dell'asta, con contributo $I_{ASTA}\omega^2/2$, a quella della puleggia, $I_P\omega_P^2/2$, e alla traslazione della massa, $M'V^2/2$. Il momento di inerzia dell'asta si può calcolare e vale $(m/3)L^2$; la relazione (geometrica) che esiste tra le velocità è: $V = \omega L$, e $V = \omega_P r$. Combinando il tutto si ottiene la soluzione]

2. Un recipiente di volume complessivo V = 2.0 litri, dotato di pareti fatte con un materiale **isolante termico**, è diviso in due regioni di uguale volume da un setto (rigido) di spessore trascurabile. Una quantità n = 1.0x10^{-1} moli di Elio (che si può considerare come un gas perfetto monoatomico) si trova all'interno di una delle due regioni, mentre nell'altra regione è stato fatto il vuoto pneumatico. Si sa che la temperatura iniziale del gas è T_0 = 0 ^{0}C. [Usate il valore R = 8.3 J/(K mole) per la costate dei gas perfetti e ricordate che, per un gas perfetto monoatomico, si ha $c_V = 3R/2$ e $c_P = 5R/2$]

   a) Quanto vale la pressione iniziale P_0 del gas?
   P_0 = …………………………………… = ………… Pa $nRT_0/V_0 = 2nRT_0/V$ = 2.3x10^5 Pa

   b) Supponete ora che all'interno della regione che contiene il gas siano presenti due resistori di dimensioni fisiche trascurabili e di resistenza R' = 8.3 ohm, collegati **in parallelo** tra loro. Ad un dato istante, il parallelo di questi resistori viene collegato ad un generatore ideale di differenza di potenziale V' = 8.3 V.

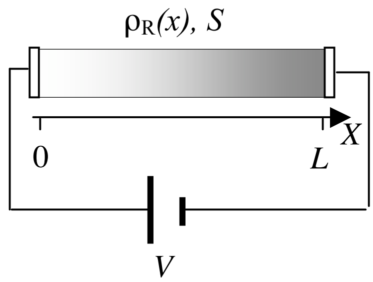
Supponendo **trascurabili** le capacità termiche dei resistori, del recipiente e del setto, e sapendo che il collegamento rimane attivo per un tempo Δt = 3.0 s, quanto vale l'aumento di temperatura ΔT del gas?

ΔT = ... = ... ^{0}C $W \Delta t / (n c_V) = (V'^2 / R_{TOT}) \Delta t / (n (3/2)R) = (2V'^2 / R') \Delta t / (n (3/2)R)$ = 40 ^{0}C [i resistori cedono una quantità di calore $Q=W \Delta t$ al gas, che subisce una trasformazione a volume costante, e quindi aumenta la sua energia interna di una quantità $Q = nc_V\Delta T = n(3/2)R\Delta T$; la potenza è $W=V'^2/ R_{TOT}$, con $R_{TOT} = R'/2$ a causa del collegamento in parallelo]

c) Subito dopo aver scollegato i resistori, il setto si fora, ed il gas espande occupando anche la regione di recipiente che inizialmente era vuota. Quanto vale la temperatura T_1 del gas quando esso ha raggiunto di nuovo l'equilibrio termico? [Suggerimento: considerate con attenzione il tipo di trasformazione subita dal gas nel corso dell'espansione, e consideratela **reversibile**!]

T_1 = ... ~ .... ^{0}C $(T_0 + \Delta T)(V_0/V)^{\gamma-1} = (T_0 + \Delta T)(1/2)^{2/3}$ = 197 K = -76 ^{0}C [la trasformazione può essere considerata adiabatica, dato che non c'è scambio di calore tra gas e "mondo esterno"; supponendola pure reversibile (a parte qualche problema concettuale…), ed usando la legge della trasformaione, si ottiene il risultato]

3. Un resistore elettrico ha la forma di un sottile cilindro, di lunghezza L = 0.20 m e sezione di base S = 1.0 cm^2, riempito di un materiale conduttore **disomogeneo**; in particolare, supponendo che il cilindro sia disposto lungo l'asse X , con un'estremità coincidente con l'origine, si ha che la resistività ρ_R dipende linearmente dalla distanza dall'estremità, secondo la legge $\rho_R(x) = Ax/L$, con A = 1.0x10^2 ohm m. [Notate che la resistività dipende **solo** dalla coordinata assiale, cioè, ad esempio, che non c'è dipendenza dalla coordinata radiale]. Le due superfici di base del cilindro sono ricoperte di un metallo ottimo conduttore, e sono collegate ai poli di una pila che fornisce una differenza di potenziale V = 10 V. La figura rappresenta uno schema della situazione considerata.



a) Quanto vale la resistenza R del resistore? [Suggerimento: suddividete idealmente il cilindro in tante fettine di lunghezza infinitesima e tenete in debito conto l'andamento della resistività con la coordinata x…]

R = ...= .... ohm $\int_0^L \rho_R\, dx/S = (\int_0^L Axdx) / S = AL/(2S)$ = 1.0x10^5 ohm [si calcola suddividendo il cilindro in tante fettine di sezione S e lunghezza dx, per ognuna delle quali si ha un contributo infinitesimo alla resistenza che vale $dR = \rho_R\, dx/S$. La resistenza complessiva si ottiene integrando su tutta la lunghezza del cilindro, tenendo conto della dipendenza da x specificacta nel testo]

b) Quanto vale il modulo del campo elettrico E in un punto collocato **all'interno del cilindro**, ad una distanza $x = L/3$ dalla sua estremità di sinistra? [Suggerimento: tenete conto che nel resistore passa una certa corrente, e non è detto che il campo sia uniforme!]

E = ...= .... V/m $\rho_{R,x=L/3}\, J = \rho_R\, I/S = \rho_{R\, x=L/3}\, (V/R)/S = (A\, (L/3) / L)\, (V / (AL/(2S)) = 2V/(3L)$ = 33 V/m [la legge di Ohm "microscopica" stabilisce che $J = E/\rho_R$; la densità di corrente si calcola dalla corrente $I = V/R$ notando che $J = I/S$. Sostituendo ed usando l'espressione trovata prima per la resistenza R si ottiene il risultato]

c) Quanto vale il modulo del campo magnetico B in un punto collocato **fuori dal cilindro**, ad una distanza r = 5.0 mm dal suo asse? [Usate il valore $\mu_0 = 4\pi$ x 10^{-7} T m/A per la permeabilità magnetica del vuoto]

B = ...= .... T $\mu_0\, I / (2\pi\, r) = \mu_0\, (V/R) / (2\pi\, r) = \mu_0\, 2VS / (AL\, 2\pi\, r)$ = 4.0x10^{-9} T [per il teorema di Ampere, notando che la corrente che passa nel cilindro vale $I = V/R$; infatti la circuitazione del campo magnetico su una circonferenza di raggio r concentrica al cilindro vale $2\pi r\, B$ e la corrente cncatenata a questa circonferenza è tutta quella che passa per il cilindro]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 21/9/2006 Firma: