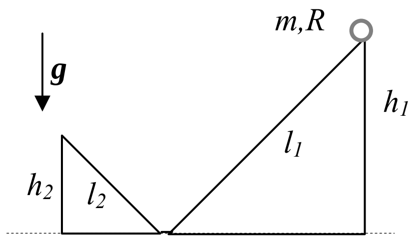
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 12/1/2007

Nome e cognome: ………………………………………………………   Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1) Un sottile guscio cilindrico di raggio R = 5.0 cm e massa m = 0.50 kg (praticamente un barattolo vuoto e senza coperchi), si trova all'inizio del percorso rappresentato in figura e costituito da un piano inclinato di altezza h_1 = 1.0 m e lunghezza l_1 = 1.4 m seguito da un altro piano inclinato di altezza h_2 = 50 cm e lunghezza l_2 = 71 cm, che rappresenta un *trampolino di lancio* per il cilindro. L'intero percorso ha una superficie scabra e quindi l'attrito **non è trascurabile**. [Il breve tratto orizzontale di collegamento tra i due piani inclinati non influisce sulla dinamica del guscio cilindrico; nella soluzione usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a. Ad un dato istante il guscio cilindrico viene lasciato libero di scendere lungo il primo piano inclinato e risalire sul secondo fino a lasciarlo, e si osserva che il suo moto è di **rotolamento puro**: quanto deve valere, **al minimo**, il coefficiente di attrito μ tra superficie del percorso e guscio cilindrico affinché questo sia possibile? [Stabilite voi se si tratta di attrito statico o dinamico!]

   μ = …………………………… = ……… $tg\theta/(1 + mR^2/I) = 1/(1+1) = 0.5$ [l'equazione del moto per il centro di massa del cilindro lungo i piani inclinati è $a = g sin\theta - (F_A/m)$; d'altra parte per il moto rotatorio deve anche essere $I\alpha = F_AR$, dove l'accelerazione angolare è, per il rotolamento puro, $\alpha = a/R$. Combinando le due equazioni si trova $F_A(1/m+R^2/I)=g sin\theta$. D'altra parte l'attrito statico, quello coinvolto nel processo, è in modulo $F_A \leq \mu_s mg cos\theta$, da cui si trova la relazione sopra scritta. Notate inoltre che $sin\theta = cos\theta = h_1/l_1 \sim 0.71$ (l'angolo rispetto all'orizzontale dei due piani inclinati è 45 gradi) e che, per un guscio cilindrico sottile è $I = mR^2$ rispetto al proprio asse, dato che tutta la massa si trova alla stessa distanza R dall'asse di rotazione]

b. Quanto vale l'intervallo di tempo Δt necessario perché il guscio cilindrico discenda lungo tutto il primo piano inclinato (quello di altezza h_1)? [Si intende anche qui che il moto è di **rotolamento puro**]

   Δt = …………………………… ~ ………. s $(2l_1(1+I/(mR^2)/(g sin\theta))^{1/2} = (2l_1(1+1)/(gh_1/l_1))^{1/2} = 2l_1(1/(gh_1))^{1/2} \sim$ 0.89 s   [il moto del centro di massa è uniformemente accelerato lungo il piano inclinato con $a = g sin\theta / (1+I/(mR^2))$, da cui la soluzione]

c. Quanto vale la velocità v del centro di massa del guscio cilindrico misurata quando esso raggiunge la sommità del secondo piano inclinato (quello di altezza h_2)? [Si intende anche qui che il moto è di **rotolamento puro**]

   v = …………………………… ~ ………. m/s $(2g(h_1-h_2)/(1+I/(mR^2))^{1/2}=(g(h_1-h_2))^{1/2} \sim$ 2.2 m/s [per la conservazione dell'energia meccanica è $mgh_2 + (m/2)v^2 + (I/2)\omega^2 = mgh_1$, dove $\omega = v/R$ per il rotolamento puro]

d. E qual è l'altezza massima h_M che il guscio cilindrico raggiunge dopo aver lasciato il trampolino (cioè il secondo piano inclinato)? [Calcolate questa altezza rispetto alla quota della base dei piani inclinati ed osservate che il guscio cilindrico può continuare a ruotare attorno al suo asse anche mentre è "in volo"; giustificate **bene** la vostra risposta!]

   h_M = …………………………… ~ ………. m $h_2+v^2 sin^2\theta/(2g) = h_2 + v^2/(4g) = h_2 + (h_1-h_2)/4 = 0.78$ m   [si può supporre che nell'atto di lasciare il trampolino il cilindro non vari la sua veloità angolare di rotazione. Pertanto nel suo volo esso si comporta come un proiettile puntiforme (l'energia cinetica associata alla rotazione resta costante). Usando le leggi della meccanica è facile trovare la soluzione. In alternativa si può giungere allo stesso risultato con la conservazione dell'energia meccanica, purché si ricordi che, nel punto di massima altezza, il cilindro mantiene una velocità orizzontale pari a $v cos\theta$]

2) Un recipiente di volume V = 1.0 litro ha pareti **termicamente isolanti** ed è dotato di un setto rigido orizzontale di spessore trascurabile, realizzato con un materiale impermeabile ai gas che è in grado di resistere senza rompersi fino a differenze di pressione tra le sue facce pari a p_M = 5.0x10^5 Pa; il setto divide il recipiente in due parti uguali. In una di queste due parti è fatto il vuoto pneumatico, mentre l'altra contiene una quantità n = 5.0x10^{-2} moli di gas perfetto monoatomico assieme ad un resistore elettrico di dimensioni trascurabili, usato per riscaldare il gas. Inizialmente il resistore è scollegato da qualsiasi circuito e la temperatura del gas è θ_0 = 27 ^{0}C.

a. Quanto vale la pressione iniziale p_0 del gas? [Usate il valore R = 8.3 J/K per la costante dei gas perfetti]

   p_0 = …………………………… = ……. Pa $nRT_0/V_0 = nRT_0/(V/2)$ = 2.5x10^5 Pa   [per la legge dei gas perfetti, notando che $V_0=V/2$ ed esprimendo in gradi Kelvin la temperatura]

b. Ad un dato istante il resistore viene collegato ad un generatore che fa in modo che esso riscaldi il gas (e solamente il gas!) con una potenza costante W = 25 W. Si osserva che, trascorso un intervallo di tempo Δt, il setto si rompe, ed il gas comincia a riempire anche la parte di recipiente inizialmente vuota. Quanto vale Δt?

[Supponete che né il recipiente né il setto si deformino fino alla rottura, istantanea, del setto stesso ed usate l'espressione $c_V = (3/2)R$ per il calore specifico molare a volume costante per un gas perfetto monoatomico]

Δt = ……………………………. = …….. s $nc_V\Delta T/W = nc_V(p_M-p_0)V_0/(nRW) = (3/2)(V/2)(p_M-p_0)/W$ = 7.5 s [il setto si rompe quando la pressione del gas raggiunge, a volume costante pari a V_0, il valore limite p_M citato nel testo, a cui corrisponde una temperatura $T_M = p_MV_0/(nR)$. Il calore assorbito dal gas nella trasformazione vale $Q = \Delta U = nc_V\Delta T = nc_V(T_M - T_0) = nc_V(T_M - p_0V_0/(nR))$, dato che si tratta di una trasformazione a volume costante ed il lavoro fatto dal gas è nullo]

c. Nello stesso istante in cui il setto si rompe, il resistore viene scollegato; quanto vale la temperatura T del gas quando esso ha occupato l'intero volume del recipiente? [Fate attenzione al fatto che la trasformazione subita dal gas è certamente **irreversibile** e cercate di utilizzare qualche principio di carattere generale osservando che si tratta di una "espansione irreversibile nel vuoto"]

T = ……………………………. = …….. K $p_MV_0/(nR)$ = 600 K [nell'espansione nel vuoto il gas **non** compie lavoro, perché non trova forze che si oppongono alla sua espansione. Quindi $L = 0$, ma anche $Q = 0$ a causa delle pareti isolanti del recipiente. Allora il primo principio dice $\Delta U = 0$, per cui la temperatura è la T_M stabilita sopra]

3) Un lungo filo elettrico ha forma cilindrica, con raggio R e lunghezza $L >> R$, ed è realizzato con un materiale conduttore omogeneo con resistività ρ. Il filo è collegato ai due terminali di un generatore ideale di differenza di potenziale V costante nel tempo.

a. Come si esprime il campo magnetico $\boldsymbol{B}(r)$ in punti collocati a distanza r generica dall'asse del cilindro e che si trovano al di fuori ($r>R$) o all'interno ($r<R$) di esso? [Dovete scrivere l'andamento di $\boldsymbol{B}(r)$ con la distanza r in funzione dei dati letterali del problema, specificando anche la direzione del vettore]

$\boldsymbol{B}(r)$ = ……………………………. (per $r>R$) $(\mu_0/2)V(R^2/(\rho L))(1/r)\boldsymbol{\theta}$, con $\boldsymbol{\theta}$ versore tangenziale [per il teorema di Ampere, notando che la corrente concatenata è *tutta* quella che passa per il filo, la cui resistenza è $\rho L/(\pi R^2)$]

$\boldsymbol{B}(r)$ = ……………………………. (per $r<R$) $(\mu_0/2)V(R^2/(\rho L))(r/R^2)\boldsymbol{\theta}$, con $\boldsymbol{\theta}$ versore tangenziale [come sopra, ma notando che stavolta la corrente concatenata è pari ad una frazione r^2/R^2 della corrente totale]

imprecisioni nei risultati corrette
grazie a Rachele, sett.07

b. Come si esprime il campo elettrico $\boldsymbol{E}$ all'interno del cilindro? [Dovete scrivere $\boldsymbol{E}$ in funzione dei dati letterali del problema, specificando anche la direzione del vettore]

$\boldsymbol{E}$ = ……………………………. $V/L\boldsymbol{z}$, con $\boldsymbol{z}$ vettore assiale [per la legge di Ohm microscopica è $E = I/(r\pi R^2)$, dove la corrente I è stata determinata alla soluzione del punto precedente]

c. La distribuzione spaziale della corrente, cioè delle cariche che la costituiscono, sarà puramente omogenea sulla sezione del filo? Possono esistere "cause" che creano disomogeneità? Commentate, spiegando **bene** il vostro pensiero!

Commento e spiegazione: ……………………………. La soluzione trovata al punto a suppone che la corrente sia distribuita uniformemente sulla sezione; questo è vero in prima approssimazione, poiché in realtà sui portatori di corrente (che, nel caso di un filo metallico sono elettroni), i quali si spostano "prevalentemente" in direzione assiale con velocità $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{j}/(ne)$, dove n ed e sono densità e carica degli elettroni, e $\boldsymbol{j}$ è la densità di corrente ($j = I/(\pi R^2)$, con I determinato sopra), agisce la forza di Lorentz, $\boldsymbol{F} = e\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$. Questa forza, che ha direzione radiale e punta verso l'esterno del filo, come si può vedere applicando la regola della mano destra, tende ad accumulare le cariche sulla superficie del filo stesso (qualcosa che ha a che fare con l'effetto Hall). Di conseguenza la distribuzione dei portatori di corrente non è omogenea (ed in realtà la loro velocità non è solo assiale!). Tuttavia, come si potrebbe verifcare usando valori numerici, l'effetto è generalmente poco importante a meno di non avere correnti molto intense.

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 12/1/2007 Firma: