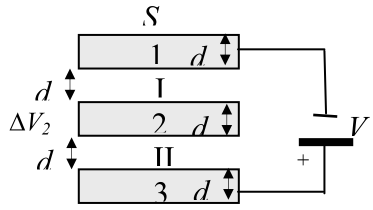
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 15/2/2007

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1) Un "sistema" è costituito da tre lastre di materiale conduttore identiche, inzialmente scariche, aventi sezione S = 100 cm^2 e spessore (**non** trascurabile!) d = 1.0 cm. Le tre lastre sono disposte parallelamente una sopra all'altra, come rappresentato in figura: la distanza tra di loro è pari anch'essa a d = 1.0 cm e lo spazio compreso è vuoto. Le lastre indicate con 1 e 3 in figura sono collegate ad un generatore di differenza di potenziale V = 20 V (la lastra 3 è collegata al polo positivo del generatore), la lastra 2 non è collegata a nulla ed il sistema è in equilibrio. [Usate "ragionevoli" approssimazioni che tengano conto delle dimensioni trasverse molto estese delle lastre]



Disegno non in scala!!

a. Quanto vale, **all'equilibrio**, la differenza di potenziale ΔV_2 tra la faccia inferiore e quella superiore della lastra 2 in figura?
ΔV_2 = …………………………… = ... V 0 [all'equilibrio il campo all'interno della lastra 2, fatta di un materiale conduttore, è **nullo** e quindi nulla è la differenza di potenziale!]

b. Quanto valgono, in modulo, i campi elettrici E_I ed E_{II} rispettivamente nelle regioni I e II indicate in figura (le regioni vuote rispettivamente tra le lastre 1 e 2 e 2 e 3)?
E_I = ... = ... V/m $V/(2d)$ = 1.0x10^2 V/m [usando il teorema di Gauss su un cilindro con asse verticale (rispetto alla figura) e superfici di base nelle regioni I e II si ottiene subito che, essendo nulla la carica racchiusa, si ha $E_I = E_{II}$. D'altra parte deve sempre essere $V = \int_3^1 E\, dz = \int_{II} E_{II}\, dz + \int_I E_I\, dz = 2E_I d$, dove si è tenuto conto del fatto che il campo nella lastra 2 è nullo e che i campi sono diretti lungo z, la direzione verticale in figura, e sono omogenei e uniformi, come in un condensatore ad armature piane e parallele, in cui, per l'elevata dimensione trasversa delle lastre, si possono trascurare gli effetti di bordo. Da qui la soluzione]
E_{II} = ... = ... V/m E_I = 1.0x10^2 V/m [vedi soluzione del punto precedente]

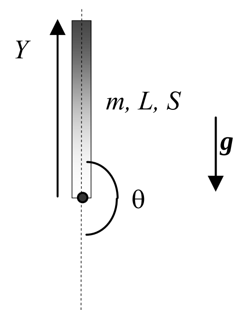
2) Una quantità n = 0.33 moli di gas perfetto monoatomico è contenuta in un recipiente chiuso da un pistone scorrevole senza attrito. Le condizioni iniziali del gas sono p_A = 2.0x10^5 Pa, V_A = 4.0 litri, T_A = 300 K. A partire da queste condizioni, il gas subisce una trasformazione reversibile **a volume costante** nella quale la sua pressione diminuisce ed esso scambia con l'esterno una quantità di calore Q_{AB} = - 8.3x10^2 J. [Nella soluzione usate il valore R = 8.3 J/K per la costante dei gas perfetti; può farvi comodo ricordare le espressioni per il calore specifico molare a volume e pressione costante per un gas perfetto monoatomico: $c_V = (3/2)R$, $c_P = (5/2)R$]

a. Quanto vale la temperatura T_B raggiunta dal gas al termine di tale trasformazione?
T_B = ……………………………. = ……. K $T_A + Q_{AB}/(nc_V) = T_A + 2Q_{AB}/(3nR)$ = 1.0x10^2 K [dal primo principio per una isocora: $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = nc_V\Delta T_{AB}$]

b. Di seguito alla trasformazione di cui sopra, il gas subisce un'**espansione a pressione costante** seguita da una **compressione a temperatura costante** che riporta il gas nelle sue condizioni iniziali, determinando quindi un ciclo termico. Quanto vale il calore Q_{BC} che il gas scambia con l'esterno nell'espansione a pressione costante? [Considerate le trasformazioni come reversibili; suggerimento: leggete bene *tutto* il testo!]
Q_{BC} = ……………………………. = …….. J $nc_P(T_C - T_B) = nc_P(T_A - T_B) = (5/2)nR(T_A - T_A - (2/3)Q_{AB}/(nR)) = -(5/3)\, Q_{AB}$ = 1.4x10^3 J [dalla definizione di calore specifico a pressione costante, notando che $T_C = T_A$ dato che i punti C e A sono collegati tra loro da un'isoterma!]

c. Quanto vale il calore Q_{CA} che il gas scambia con l'esterno nella compressione a temperatura costante?
Q_{CA} = ……………………………. ~ …….. J $L_{CA} = nRT_A\ln(V_A/V_C) = nRT_A\ln(T_Ap_C/(T_Cp_A)) = nRT_A\ln(T_Ap_B/(T_Ap_A)) = nRT_A\ln(p_B/p_A) = nRT_A\ln(T_B/T_A)$ ~ - 9.0x10^2 J [dal primo principio applicato ad una isoterma; notate che $T_C = T_A$ a causa dell'isoterma, e che $p_C = p_B$ essendo i punti B e C connessi da una isobara; infine nell'isocora A->B si ha $p_B/p_A = T_B/T_A$]

3) Un'asta rigida **disomogenea** di lunghezza L = 2.0 m e sezione S = 10 cm^2 è caratterizzata da una densità volumica di massa che aumenta con la distanza y da uno dei suoi estremi secondo la legge $\rho(y) = \rho_0\, y/L$, con ρ_0 costante da determinare.



a. Sapendo che la massa dell'asta è m = 5.0 kg, quanto vale ρ_0? [Può farvi comodo ricordare la seguente regola di integrazione indefinita per una variabile generica ξ: $\int \xi^n\, d\xi = \xi^{n+1}/(n+1)$, per $n \neq -1$]

ρ_0 = …………………………… = ………kg/m^3 $m/(\int_0^L (y/L)S\mathrm{d}y) = mL/(SL^2/2) = 2m/(SL) = 5.0\mathrm{x}10^3$ kg/m^3 [deve essere $m = \int_{ASTA} \mathrm{d}m = \int_{ASTA} \rho\, \mathrm{d}V$; a causa della simmetria dell'asta, si pone d$V = S$ dy ed usando l'espressione della densità riportata nel testo si ottiene la soluzione]

b. Supponete ora che l'asta sia libera di ruotare (con attrito trascurabile) su un piano verticale, essendo imperniata ad un suo estremo, precisamente quello dove la densità è minore (per intenderci, nel punto $y = 0$). Inizialmente l'asta viene mantenuta da una qualche causa esterna in direzione verticale come in figura; ad un dato istante essa viene lasciata libera di muoversi con velocità iniziale nulla. Dopo aver compiuto una rotazione di θ = 180 gradi (in senso orario, rispetto alla figura), l'estremo libero dell'asta urta un piccolo corpo che ha anch'esso massa m = 5.0 kg e si trova in quiete su un piano orizzontale. Quanto vale la velocità angolare ω dell'asta **subito prima** di urtare il corpo, cioè quando essa ha compiuto la rotazione di θ = 180 gradi? [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

ω = …………………………… ~ ……… rad/s $((4/3)mgL\ /\ ((m/2)L^2/2))^{1/2} = ((16/3)g/L)^{1/2} \sim 5.1$ rad/s [dalla conservazione dell'energia meccanica: $0 = \Delta E_K + \Delta U_G = (I/2)\omega^2 + mg\Delta y$; il momento di inerzia si calcola secondo la definizione: $I = \int_{ASTA} y^2\, \mathrm{d}m = \int_{ASTA} y^2 \rho\, \mathrm{d}V = \int_0^L y^2 \rho_0 (S/L)y\, \mathrm{d}y = \rho_0 (S/L) \int_0^L y^3\, \mathrm{d}y = \rho_0 (S/L)L^4/4 = 2m/(SL)\ SL^3/4 = (m/2)L^2$, dove si sono usate per l'integrale le considerazioni discusse nella risposta al punto precedente. La quantità Δy rappresenta la variazione di quota del **centro di massa** nel processo; per evidenti ragioni geometriche sarà $\Delta y = -y_{CM} - y_{CM} = -2y_{CM} = -2(\int_{ASTA} y\, \mathrm{d}m)/m = -2(\int_{ASTA} y \rho\, \mathrm{d}V)/m = -2(\int_0^L y \rho_0 (S/L) y^2\, \mathrm{d}y)/m = -2(\rho_0 (S/L)(L^3/3))/m = -2((2m/(SL))\ SL^2/3)/m = -(4/3)\ L$. Sostituendo si ottiene la soluzione, dove, nell'estrarre la radice quadrata, si è scelta la soluzione positiva (significa che stiamo usando la convenzione di definire positiva la velocità angolare di una rotazione in senso orario; la convenzione opposta darebbe lo stesso risultato a meno di un segno)]

c. Sapendo che l'urto tra asta e corpo può essere considerato come completamente **elastico**, quanto vale la velocità angolare ω' dell'asta **subito dopo** l'urto? [Supponete che in seguito all'urto il corpo si muova in direzione orizzontale]

ω' = …………………………… ~ ……… rad/s $-\omega/3 \sim -1.7$ rad/s [nell'urto si conservano il **momento angolare** del sistema (non ci sono forze esterne che producano un momento di forze non nullo nel processo) e l'**energia cinetica** del sistema (l'urto è elastico). Detta v la velocità del corpo subito dopo l'urto, per la conservazione dell'energia cinetica deve essere: $(I/2)\omega^2 = (I/2)\omega'^2 + (m/2)v^2$; per la conservazione del momento angolare si ha inoltre $I\omega = I\omega' + mvL$, essendo mvL il momento angolare del corpo misurato rispetto al perno di rotazione dell'asta. Da questa equazione si ottiene quindi: $v = (I\omega - I\omega')/(mL) = (\omega-\omega')L/2$, dove abbiamo usato il valore $I = (m/2)L^2$ determinato in precedenza per il momento di inerzia dell'asta disomogenea. Sostituendo nell'equazione di conservazione dell'energia cinetica si ottiene: $\omega^2 = \omega'^2 + (m/I)(L^2/4)(\omega-\omega')^2 = \omega'^2 + \omega^2/2 + \omega'^2/2 - \omega\omega'$. Questa equazione, riarrangiata, si scrive: $3\omega'^2 - 2\omega'\omega - \omega^2 = 0$, che è la forma di un'equazione algebrica di secondo grado con soluzioni reali e distinte. Una delle soluzioni è $\omega' = \omega$, che va scartata dato che corrisponde a $v = 0$ (l'urto non avviene!). L'altra soluzione è quella cercata, ed il suo segno negativo indica che l'asta, dopo l'urto, si muove in senso antiorario ("torna indietro")]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 15/2/2007 Firma: