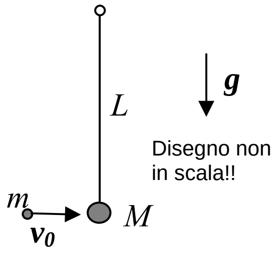
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE – 28/6/2007

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

-- **PARTE 1**

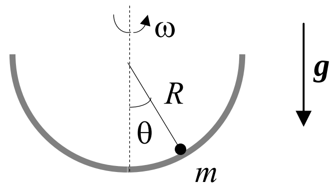
1. Un pendolo, costituito da una lunga fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L = 2.0 m a cui è attaccata una piccola sfera, di massa M = 0.20 kg, può oscillare su un piano verticale ed inizialmente si trova nella sua posizione di equilibrio. Un piccolo proiettile di massa $m = M/4$ colpisce la sfera avendo una velocità di modulo v_0 = 5.0 m/s diretta orizzontalmente, come rappresentato in figura; l'urto tra proiettile e sfera è perfettamente **elastico** e subito dopo l'urto proiettile e sfera hanno velocità solo in direzione orizzontale. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e trascurate ogni forma di attrito]



   a) In seguito all'urto il pendolo si mette in movimento: quanto vale la variazione di quota massima, Δh, della sfera (misurata rispetto alla posizione di equilibrio)?
   Δh = …………………………………… = ... m $V^2/(2g) = (2v_0/5)^2/(2g) = 0.20$ m [per la conservazione di quantità di moto ed energia cinetica si ha: $(m/2)v_0^2 = (m/2)v^2 + (M/2)V^2$ e $mv_0 = mv + MV$, dove v e V sono le velocità del proiettile e della sfera **subito dopo** l'urto. Tenendo conto che $M = 4m$, risolvendo il sistema si ottiene facilmente $V = (2/5)v_0$. D'altra parte per la conservazione dell'energia meccanica riferita alla sola sfera si ha $Mg\Delta h = (M/2)V^2$, da cui la soluzione. Notate che, coerentemente con quanto descritto nel testo, si è supposto un urto **centrale** (le velocità subito dopo l'urto hanno la stessa direzione che avevano prima dell'urto]

   b) Dopo aver raggiunto la quota massima, la sfera discende verso il basso. Quanto vale l'intervallo di tempo Δt, misurato a partire dall'urto, necessario affinché la sfera ripassi per la posizione di equilibrio?
   Δt = …………………………………… = ... s $(L/g)^{1/2}\pi \sim 1.4$ s [il moto è quello di un pendolo che compie **piccole** oscillazioni (che siano tali si vede subito notando che la variazione di quota è pressoché trascurabile rispetto alla lunghezza della fune). Il tempo necessario a ritornare alla posizione di equilibrio è $T/2$, con $T = 2\pi/\omega = 2\pi/(g/L)^{1/2}$, periodo delle oscillazioni]

2. Avete una "conca" costituita da una superficie semisferica di raggio R = 20.0 cm posta con il suo asse in direzione verticale (con la concavità verso l'alto). La superficie interna di questa semisfera è scabra e presenta un certo attrito statico. Un oggetto **puntiforme** di massa m = 100 g si trova appoggiato sulla superficie interna, in una posizione tale che la congiungente con il centro della semisfera forma un angolo $\theta = \pi/6$ con la verticale (vedi figura). [Usate il valore g = 9.80 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; può farvi comodo ricordare che $cos(\pi/6) \sim 0.866$ e $sin(\pi/6) = 0.500$]

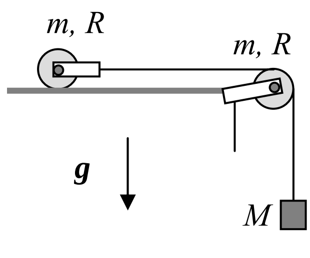


   a) Quanto deve valere, **al minimo**, il coefficiente di attrito statico μ_{MIN} affinché l'oggetto puntiforme rimanga in euqilibrio?
   μ_{MIN} = …………………………………… ~ ……….. $tg\theta \sim 0.577$ [per l'equilibrio in direzione tangente alla semisfera deve essere $mgsin\theta = F_A \leq N\mu = mgcos\theta\ \mu$, da cui la soluzione]

   b) Supponete ora che la "conca" venga posta in rotazione attorno al suo asse (verticale). Quanto deve valere, **al minimo**, la velocità angolare ω_{MIN} affinché l'oggetto rimanga in equilibrio rispetto al suo punto di contatto sulla superficie della "conca", cioè si muova solidalmente con essa?
   ω_{MIN} = …………………………………… ~ .... rad/s $(gcos\theta/R)^{1/2} \sim 6.51$ rad/s [l'accelerazione centripeta $\omega^2 r = \omega^2 Rsin\theta$ deve essere fornita dalla componente **orizzontale** della reazione vincolare, $(Nsin\theta)/m = gcos\theta sin\theta$, da cui la soluzione; notate che, avendo imposto l'equilibrio nella direzione tangenziale rispetto al punto di contatto (cioè supponendo che il coefficiente di attrito sia quello determinato alla risposta precedente), le forze in questa direzione sono equilibrate e non c'è alcun loro contributo all'accelerazione centripeta]

-- **PARTE 2**

3. Un rullo, costituito da un cilindro pieno **omogeneo** di massa m = 5.0x10^{-1} kg e raggio R = 10 cm, può muoversi di **rotolamento puro** (senza strisciamento) su un piano orizzontale scabro. Il rullo è dotato di un giogo, di massa trascurabile, che ne consente la rotazione (attorno al proprio asse) con attrito trascurabile; una fune inestensibile e di massa trascurabile è collegata al giogo. Dopo essere passata per la gola di una puleggia, costituita da un cilindro analogo al precedente che può ruotare senza attrito attorno al proprio asse, la fune termina con una massa M = 1.0 kg, libera di muoversi in direzione verticale (vedi figura). La fune non slitta sulla gola della puleggia. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



   a) Inizialmente il rullo è tenuto fermo da una causa esterna che poi viene rimossa ed il rullo si mette quindi in movimento. Quanto vale la velocità v_{CM} che possiede il suo centro di massa dopo uno spostamento Δs = 5.0 m?

[Si intende che si deve dare una risposta tenendo conto della condizione di rotolamento puro del rullo e del fatto che la fune non slitta sulla puleggia]

v_{CM} = ... = ... m/s $(Mg\Delta s/(m+M/2))^{1/2}$ = 7.0 m/s [per il bilancio energetico, che, tenendo conto dell'inestensibilità della fune, del moto di rotolamento puro e del non slittamento fra fune e puleggia, si scrive: $Mg\Delta s = (m/2)v_{CM}^2+(M/2)v_{CM}^2+(I/2)\omega^2 + (I/2)\omega^2 = v^2_{CM}(m/2+M/2+I) = v^2_{CM}(m/2+M/2+I/R^2) = v^2_{CM}(m/2+M/2+m/2)$, dove si è anche sfruttato che, per un cilindro omogeneo in rotazione attorno al suo asse, si ha $I = (m/2)R^2$]

b) Quanto vale la forza di attrito F_A che si esercita tra piano orizzontale e rullo in condirzioni di rotolamento puro?

F_A = ... = ... N $(mg/2)(M/(M+2m))$ = 1.2 N [dette T_1 e T_2 le tensioni che la fune esercita rispettivamente sul giogo e sulla massa M, nelle condizioni del problema si hanno le seguenti equazioni del moto: $ma_{CM} = T_1 - F_A$; $I\alpha_{RULLO} = F_AR$; $I\alpha_{PULEGGIA} = T_2R - T_1R$; $Ma = Mg - T_2$. D'altra parte per l'inestensibilità della fune si ha $a_{CM} = a$, mentre per le condizioni di rotolamento puro e di non slittamento della fune sulla puleggia si ha $\alpha_{RULLO} = a_{CM}/R$ e $\alpha = a/R = \alpha_{PULEGGIA}$, da cui, mettendo a sistema le equazioni, si ottiene la soluzione]

c) Quanto vale l'intervallo di tempo Δt occorrente affinché il rullo compia lo spostamento Δs di cui al quesito a)?

Δt =....................................... ~ .... s $v_{CM}/a_{CM} = v_{CM}/(F_AR^2/I) = mv_{CM}/(2F_A) = (2\Delta s(M+2m)/(Mg))^{1/2}$ ~ 1.4 s [il moto del centro di massa del rullo si svolge con accelerazione $a_{CM} = \alpha_{RULLO}R = F_AR^2/I = 2g((M/m)/(4+M/m))\ I$, dove abbiamo fatto uso della soluzione al quesito precedente. Questa accelerazione è costante ed uniforme, da cui la soluzione]

4. Una certa quantità (incognita) di Elio, un gas monoatomico che può essere considerato perfetto, partecipa ad un ciclo termico composto dalla sequenza di trasformazioni **reversibili**: compressione isoterma A → B, compressione isobara B → C, espansione isoterma C → D, compressione adiabatica D → A. I dati noti del ciclo sono: V_A = 9.00 litri, $V_B = 2V_A/3$ e $V_C = V_B/4$. Si sa inoltre che l'espansione isoterma C → D avviene mantenendo il gas a contatto termico con un termostato costituito da un'enorme massa di acqua e ghiaccio fondente mescolati ed in equilibrio termico fra loro. [Usate R = 8.31 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto vale il volume V_D occupato dal gas nel punto D del ciclo?

V_D = ... = ... m^3 $V_A(T_A/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A(T_B/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A((T_DV_B/V_C)/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A(V_B/V_C)^{3/2} = 8V_A = 7.20\text{x}10^{-2}\ m^3$ [si usano le leggi di isobara e adiabatica reversibile, notando che $T_A = T_B$ e $T_C = T_D$ e che, per un gas perfetto monoatomico, è $\gamma = c_P/c_V = 5/3$]

b) Sapendo che nell'espansione isoterma C → D viene solidificata una massa m = 100 g di acqua (calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_F = 3.33\text{x}10^5$ J/kg), quanto vale il numero di moli n del gas Elio che partecipa alla trasformazione? [Può farvi comodo sapere che $ln(48)$ ~ 3.87]

n = ... ~ .... moli $m\ \lambda_F/(RT_Fln(V_D/V_C))$ ~ 3.79 moli [il calore ceduto dal gas nell'espansione serve per far passare alla fase solida la massa m d'acqua, operazione che richiede una quantità $Q = m\lambda_F$ di calore; si noti che la trasformazione avviene, come stabilito nel testo, mantenendo il gas alla temperatura di fusione dell'acqua T_F = 273 K]

c) Quanto vale la variazione di entropia ΔS del gas nella trasformazione A → C (cioè nella successione di trasformazioni A → B → C)?

ΔS = ... = ... J/K $-(\Delta S_{A\to D}+\Delta S_{D\to C}) = -\Delta S_{D\to C} = -Q_{D\to C}/T_F = nRln(V_D/V_C) = m\lambda_F/T_F$ = 122 J/K [la variazione di entropia della sequenza prescelta è opposta a quella della sequenza costituita dall'espansione isoterma e dall'adiabatica; quest'ultima, essendo reversibile, è isoentropica, ed usando l'espressione per la variazione di entropia delle isoterme reversibili assieme alle soluzioni ai quesiti precedenti si ottiene il risultato]

--- PARTE 3

5. Un filamento di tungsteno emette una quantità $N = 1.0\text{x}10^{10}$ elettroni per ogni secondo che viaggiano tutti alla stessa velocità $v = 2.0\text{x}10^5$ m/s nel verso positivo dell'asse X di un dato sistema di riferimento, formando un fascio **omogeneo, uniforme e stazionario** di sezione S = 1.0 mm^2. [Trascurate ogni effetto della forza peso sul moto degli elettroni ed assumete che il fascio abbia una forma cilindrica, supponendo nullo ogni possibile fenomeno di interazione tra le cariche. Usate i valori $e = 1.6\text{x}10^{-19}$ C per la carica unitaria, $\varepsilon_0 = 8.8\text{x}10^{-12}$ F/m e $\mu_0 = 4\pi\text{x}10^{-7}$ A/(T m) rispettivamente per la costante dielettrica e la permeabilità magnetica del vuoto]

a) Quanto vale il modulo del campo elettrico E che si misura nel vuoto ad una distanza d = 2.0 mm dall'asse del fascio? Esprimetene anche direzione e verso.

E = ... = ... N/C $\rho\ S/(2\pi d\ \varepsilon_0) = Ne/(v2\pi d\ \varepsilon_0) = 7.2\text{x}10^{-2}$ N/C [il fascio di elettroni corrisponde ad una corrente elettrica di intensità $I = Ne$ diretta nel verso **negativo** dell'asse X . Poiché il fascio è omogeneo, si ha $I = JS = \rho\ v\ S$, da cui si vede che la densità volumica di carica in condizioni stazionarie all'interno del fascio è, in valore assoluto, $\rho = I/(vS)$. Questa densità di carica ha simmetria cilindrica e dà origine ad un campo elettrico che può essere calcolato con Gauss usando una superficie cilindrica coassiale con il fascio e di raggio pari a d]

Direzione e verso: .... radiale "entrante" (per il segno negativo delle cariche)

b) Quanto vale il modulo del campo magnetico B che si misura nel vuoto ad una distanza d = 2.0 mm dall'asse del fascio? Esprimetene anche direzione e verso.

B = ... = ... T $\mu_0 Ne/(2\pi d) = E\ v\ \mu_0\varepsilon_0 = E\ v/c^2 = 1.6\text{x}10^{-13}$ T [per il teorema di Ampere, tenendo conto della simmetria cilindrica e dell'espressione della corrente associata al fascio determinata nella risposta al quesito precedente]

Direzione e verso: .... tangenziale orario (guardando “verso la sorgente”)

c) Quanto vale la differenza di potenziale elettrostatico ΔV tra bordo esterno (cioè raggio del fascio) ed asse del fascio di elettroni?

ΔV = ... $-\int_0^R E\mathrm{d}r = -\int_0^R \rho\, r\, \mathrm{d}r/(2\varepsilon_0) = (Ne/4\pi v\varepsilon_0) = 7.2\mathrm{x}10^{-5}$ V [il campo elettrico all’interno del fascio si esprime con Gauss usando una superficie cilindrica di raggio generico r ; si trova $E(r) = \rho\,\pi\, r^2/(2\pi\,\varepsilon_0\, r) = \rho\, r/(2\,\varepsilon_0)$, dove ρ è già stata determinata alla soluzione del quesito a). Si può quindi calcolare l’integrale di linea i cui estremi sono 0 (l’asse) e $R = S^{1/2}/\pi$ (raggio del fascio).. Per quanto riguarda il segno della differenza di potenziale, occorre fare attenzione al fatto che l;a densità di carica è negativa, essendo dovuta ad elettroni]

6. Avete un condensatore le cui armature sono costituite da due dischi sottili di materiale perfettamente conduttore (raggio dei dischi R = 10 cm) posti parallelamente e coassialmente uno di fronte all’altro ad una distanza $d = 1.0\mathrm{x}10^{-4}$ m (lo spazio tra le armature è vuoto, cioè riempito di aria). Le armature sono connesse ad un generatore di differenza di potenziale **variabile** tale che in un intervallo di tempo Δt = 10 s la differenza di potenziale passa da zero al valore V_0 = 50 V seguendo una funzione **lineare** del tempo. [Usate i valori $\varepsilon_0 = 8.8\mathrm{x}10^{-12}$ F/m e $\mu_0 = 4\pi\mathrm{x}10^{-7}$ A/(T m) rispettivamente per la costante dielettrica e la permeabilità magnetica del vuoto]

a) Quanto vale il lavoro L fatto dal generatore nell’intervallo Δt?

L = ... = ... J $\varepsilon_0\pi\, R^2\, V_0^2/(2d) = 3.4\mathrm{x}10^{-6}$ J [il lavoro del generatore serve per caricare il condensatore al punto che la differenza di potenziale tra le armature è V_0. Dunque la variazione di energia elettrostatica vale $CV_0^2/2$, con $C = \varepsilon_0 S/d$, capacità del condensatore ad armature piane e parallele]

b) Come si esprime in funzione del tempo t l’intensità di corrente $I(t)$ prodotta dal generatore? [Date una risposta solo “letterale” usando i parametri del problema e considerate il valore assoluto della corrente, senza preoccuparvi del segno]

$I(t)$ = ... $\mathrm{d}Q(t)/\mathrm{d}t = C\,\mathrm{d}V(t)/\mathrm{d}t = (\varepsilon_0\pi\, R^2/d)\, V_0/\Delta t$ [la corrente fluisce sulle armature del condensatore per caricarle; la funzione che esprime la differenza di potenziale in funzione del tempo si ricava semplicemente dalla descrizione riportata nel testo, che permette di scrivere: $V(t) = V_0 t/\Delta t$]

c) Quanto vale, in modulo, il campo magnetico B' che si misura all’istante $t'=\Delta t/2$ in un punto collocato tra le armature a distanza $R' = R/2$ dall’asse del condensatore? [Si intende che l’”asse del condensatore” è la congiungente dei centri dei due dischi che ne costituiscono le armature]

B' = ... = ... T $(\mu_0\varepsilon_0/(2\pi R'))\mathrm{d}\Phi_S(E)/\mathrm{d}t = (\mu_0\varepsilon_0/(2\pi R'))\, \mathrm{d}(\pi R'^2 V(t)/d)/\mathrm{d}t = \mu_0\varepsilon_0\, R' V_0/(2d\Delta t)) = 1.4\mathrm{x}10^{-7}$ T [dall’equazione di Maxwell per la circuitazione di $\mathbf{B}$ nel caso non stazionario; la circuitazione va fatta lungo una linea di campo, cioè su una circonferenza di raggio R' giacente su un piano parallelo alle armature. Notate che il campo magnetico non dipende dal tempo, essendo lineare nel tempo la variazione della differenza di potenziale, e quindi del campo elettrico interno (che si ottiene dalla relazione $E(t) = V(t)/d$ valida nel caso quasi-stazionario e trascurando gli effetti ai bordi); di conseguenza, derivando la dipendenza dal tempo scompare

---

Nota: acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 28/6/2007 Firma: