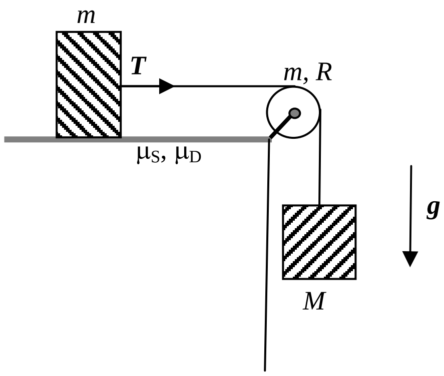
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE – 20/9/2007

Nome e cognome: ……………………………………………………. Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1) Un blocco di marmo di massa m = 40.0 Kg si trova su una superficie orizzontale dotata di un coefficiente di attrito **statico** μ_S = 0.500 e di un coefficiente di attrito **dinamico** μ_D = 0.250. Al blocco è attaccata una robusta fune inestensibile e di massa trascurabile; dopo essere passata per la gola di una puleggia, costituita da un disco (o cilindro) **omogeneo** anch'esso di massa m = 40.0 Kg e di raggio R = 20.0 cm, la fune termina con una massa M incognita libera di muoversi in direzione verticale, come rappresentato in figura. [Supponete che la fune non slitti sulla gola della puleggia e che questa possa ruotare attorno al suo asse con attrito trascurabile; ponete inoltre g = 9.80 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

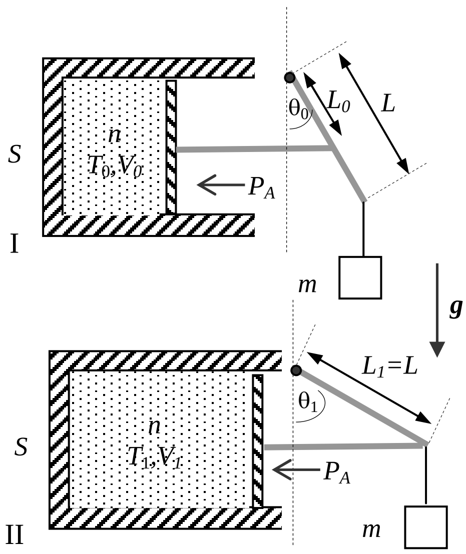


a. Qual è il valore massimo M_M della massa M che consente di avere equilibrio?
M_M = ……………………………. = ……. Kg $m\mu_S$ = 20.0 Kg [in condizioni statiche la fune "trasmette" al blocco di marmo la forza peso di M; all'equilibrio tale forza deve essere bilanciata dalla massima forza di attrito statico]

b. Immaginate ora che, per magia, la massa m assuma un valore $m' = m/2$, cioè che il blocco dimezzi la sua massa (ad esempio perché tagliato in due). La condizione di equilibrio trovata prima non vale più ed il blocco comincia a scivolare sul piano. Ponendo che parta da fermo, quanto vale la sua velocità v quando esso si è spostato per un tratto L = 15.0 m? [Si intende che nella soluzione di questo quesito dovete supporre che la massa M abbia il valore M_M determinato al quesito a; inoltre è chiaro che la distanza iniziale tra blocco e puleggia consente al blocco di compiere lo spostamento indicato senza urtare contro la puleggia]
v = ……………………………. = …….. m/s $(2gL(M_M - m'\mu_D)/(m'+I/R^2+M_M))^{1/2} = (2gL(\mu_S-\mu_D/2)/(1+\mu_S))^{1/2} = (2gL/6)^{1/2}$ = 7.00 m/s [il bilancio energetico del sistema si scrive $\Delta E_K + \Delta U_G = L_A$. La variazione di energia potenziale, dovuta alla discesa verso il basso (per un tratto L – la fune è inestensibile) della massa M_M, vale $\Delta U_G = -M_M gL$. La variazione di energia cinetica, che tiene conto della traslazione del blocco e della massa e dalla rotazione della carrucola, si scrive $\Delta E_K = (m'/2)v^2 + (M_M/2)V^2 + (I/2)\omega^2$; essendo la fune inestensibile e non slittando sulla gola della puleggia, si ha $V = v$ e $\omega = v/R$; inoltre, considerando la puleggia come un cilindro omogeneo, si ha $I = (m/2)R^2$. Infine il lavoro della forza di attrito dinamico, che è l'unica causa non conservativa che agisce sul sistema, è $L_A = m'g\mu_D L$. Ponendo $m'=m/2$ ed $M_M = m\mu_S$ e manipolando l'equazione si ottiene la soluzione]

c. E quanto vale, **durante il movimento** (cioè nelle condizioni del quesito b), il modulo della tensione T che la fune esercita sul blocco di marmo (di massa m')? [Considerate che la fune sia diretta orizzontalmente, come in figura]
T = ……………………………. = …….. N $m'g(M_M/(m'+M_M)+\mu_D)/(1+m'/(m'+M_M)) = (m/2)g(\mu_S/(1/2+\mu_S)+\mu_D)/(1+1/(2(1/2+\mu_S))) = (m/4)g$ = 98.0 N [l'eq del moto traslazionale di m' si scrive: $m'a = T - m'g\mu_D$; l'eq del moto rotazionale della puleggia si scrive: $I\alpha = (T'-T)R$, con T' tensione del tratto di fune che collega la puleggia alla massa M_M; l'eq del moto traslazionale di M_M si scrive: $M_M A = M_M g - T'$. Se si usa un sistema di riferimento che "segue" la direzione della fune inestensibile (verso destra e verso il basso, rispetto alla figura), si ha $A = a$; inoltre, poichè la fune non slitta sulla gola della puleggia, si ha $\alpha = a/R$. Dunque è possibile scrivere un sistema di tre equazioni con le incognite a, T, T'. Risolvendo per T e tenendo conto che $m' = m/2$ e $M_M = \mu_S m$, si ottiene la soluzione]

2) Una quantità incognita di Elio, che può essere considerato come un gas perfetto monoatomico, è contenuta in un recipiente cilindrico di sezione di area S = 9.80 cm^2 dotato di un tappo scorrevole senza attrito in direzione **orizzontale**. Il volume iniziale del gas è V_0 = 0.831 litri e la temperatura è T_0 = 27.0 ^{0}C; all'esterno del tappo insiste la pressione atmosferica che vale P_A = 1.00x10^5 Pa. Il tappo è collegato, attraverso opportuni snodi che si muovono senza attrito, ad una sbarra **orizzontale** a sua volta incernierata (senza attriti) ad un'asta che ad un suo estremo è imperniata ad una parete rigida e all'altro estremo reca (appesa) una massa m = 1.73 Kg. Asta e sbarra hanno invece **massa trascurabile**. L'asta, che ha lunghezza totale L = 20.0 cm, è libera di ruotare su un piano verticale; inizialmente la configurazione è quella rappresentata in figura I, dove si vede che l'asta forma un angolo θ_0 = 30 gradi rispetto alla verticale e che la distanza fra perno e sbarra è $L_0 = L/2$. [Per i calcoli usate il valore R = 8.31 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti e il valore g = 9.80 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità. Può farvi comodo ricordare che $tg(30) = 3^{-1/2}$, $tg(60) = 3^{1/2}$ e che $3^{1/2} \sim 1.73$]



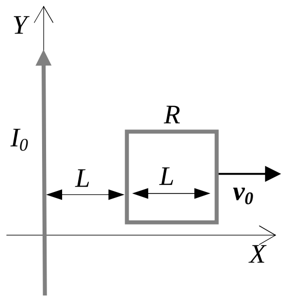
a. Sapendo che il sistema, nelle condizioni considerate, è in equilibrio, qual è il numero di moli n del gas contenuto nel recipiente?

n = …………………………… ~ .... moli $V_0(P_A+2mgtg\theta_0/S)/(RT_0) = 4.00\text{x}10^{-2}$ moli [le condizioni di equilibrio implicano che la pressione del gas sia pari alla somma di pressione atmosferica e pressione dovuta alla forza F_0 che agisce sul tappo. Tale forza è tale da produrre equilibrio rotazionale dell'asta; considerando i momenti delle forze, deve essere (per i moduli) $F_0L_0cos\theta_0 = mgLsin\theta_0$. Usando la legge dei gas perfetti si può allora scrivere: $n = P_0V_0/(RT_0)$, con $P_0 = P_A + F_0/S = P_A + mgLtg\theta_0/(L_0S)$, da cui la soluzione]

b. Supponete ora che il gas subisca un riscaldamento (per esempio a causa di un riscaldatore interno al recipiente); in seguito a questo processo si osserva che il sistema raggiunge la nuova configurazione di equilibrio rappresentata in figura II. In questa configurazione si ha che la sbarra di collegamento tra asta e tappo mantiene sempre una direzione **orizzontale**, ma l'angolo che l'asta forma con la verticale è θ_1 = 60 gradi, e la distanza tra perno e sbarra è ora $L_1 = L$ (tutti questi cambiamenti sono stati resi possibili dal sistema di snodi senza attrito di cui sono dotati tappo, sbarra ed asta). Quanto vale la nuova temperatura di equilibrio T_1? [Considerate attentamente la figura e tenete in conto sia la geometria che l'aumento di volume sperimentato dal gas; ricordate poi che $sin(30) = ½$ e $sin(60) = 3^{1/2}/2$]

T_1 = ... ~ .... K $P_1V_1/(nR) = (P_A + mgtg\theta_1/S)(V_0 + SL(sin\theta_1 – sin\theta_0/2))/(nR)$ ~ 330 K [ragionando come per la soluzione del quesito precedente, si nota come la nuova pressione di equilibrio è $P_1 = P_A + F_1/S$, con F_1 tale da soddisfare il nuovo equilibrio rotazionale dell'asta: $F_1Lcos\theta_1 = mgLsin\theta_1$. Inoltre considerazioni di geometria permettono di stabilire che $V_1 = V_0 + \Delta S$, dove lo spostamento orizzontale Δ del tappo si ottiene come $\Delta = L_1sin\theta_1 - L_0sin\theta_0 = L(sin\theta_1 – sin\theta_0/2)$. Usando la legge dei gas perfetti si ottiene la soluzione]

3) Un lungo filo elettrico disposto lungo l'asse Y di un sistema di riferimento cartesiano è percorso da una corrente elettrica stazionaria di intensità I_0 diretta nel verso indicato in figura. "A fianco" del filo si trova una spira quadrata di lato L fatta di un filo elettrico la cui resistenza complessiva vale R. La spira, che giace sul piano XY del riferimento, viene mossa da un operatore esterno che la fa spostare a velocità **costante** di modulo v_0 in direzione X (positiva). Ad un dato istante un lato della spira si trova a distanza L rispetto al filo (osservate la figura per capire la situazione!).



a. Come si scrive la forza elettromotrice ε indotta sulla spira nell'istante preso in considerazione? [Non occorre una risposta numerica: date una risposta "letterale" tenendo in conto i dati noti del problema; indicate con μ_0 la permeabilità magnetica del vuoto]

ε = ……………………………$v_0\ \mu_0\ I_0/(4\pi)$ = - 3.1x10[11] C/m[3] [tenendo conto dell'espressione della forza di Lorentz su una carica generica appartenente al filo della spira, il campo "impresso" sul lato "sinistro" della spira (riferito alla figura) vale $E^*_S = v_0B_S$, essendo B_S il campo magnetico prodotto dal filo nella posizione occupata da quel lato della spira. Usando il teorema di Ampere si trova, in modulo, $B_S = \mu_0 I_0/(2\pi L)$, da cui $E^*_S = v_0\ \mu_0\ I_0/(2\pi L)$. Con analoghe considerazioni si ottiene, per il lato di destra, $E^*_D = v_0\ \mu_0\ I_0/(2\pi(2L))$. La forza elettromotrice indotta si ottiene facendo la circuitazione del campo impresso sull'intera spira; nella circuitazione "contano" soltanto i due lati considerati, visto che per gli altri la forza di Lorentz, e quindi il campo impresso, ha direzione ortogonale ai lati stessi. Prendendo (arbitrariamente) come positivo il verso di circuitazione oraria, e notando che il campo impresso è uniforme sull'intera lunghezza dei lati considerati, si ottiene: $\varepsilon = L(E^*_S-E^*_D)$, da cui la soluzione. Allo stesso risultato si può anche giungere usando la legge di Faraday, al prezzo, però, di una complicata integrazione sulla superficie necessaria per esprimere il flusso del campo magnetico attraverso la spira]

b. Come si scrive, in modulo, la forza meccanica complessiva F che si esercita sulla spira nello stesso istante? Quali sono la sua direzione ed il suo verso? [Anche se ci agiscono forze, la spira è da considerarsi indeformabile]

F = ……………………………. $(\varepsilon/R)\ \mu_0\ I_0/(4\pi) = v_0\ (\mu_0\ I_0/(4\pi))^2/R$

Direzione e verso: .... verso negativo dell'asse X di figura [la forza elettromotrice indotta sulla spira corrisponde ad una corrente di intensità $I = \varepsilon/R$. Usando nel modo corretto la regola della mano destra e facendo riferimento alla figura, si verifica che questa corrente circola in senso orario all'interno della spira. Poiché essa si trova immersa nel campo elettrico generato dal filo, si verificheranno delle forze di natura magnetica. In particolare su un elementino (generico) $d\mathbf{l}$ di lunghezza della spira, si avrà una forza (infinitesima) $d\mathbf{F} = I\ d\mathbf{l}\times\mathbf{B}$, con $\mathbf{B}$ campo magnetico generato dal filo. Facendo riferimento alla figura, è facile notare che questo campo è entrante nel foglio; dunque la forza sarà sempre diretta ortogonalmente rispetto ai quattro lati della spira, con un verso che "esce" (per intendersi!) dalla spira stessa. Sui due lati orizzontali (rispetto alla figura) le forze si bilanceranno, dato che, per ogni elementino di questi lati, il campo magnetico assume lo stesso valore in modulo. Invece sui due lati verticali il campo, come già discusso, ha valore diverso, e quindi la forza risultante avrà direzione X. Il verso si ottiene notando che il campo è più intenso sul lato di sinistra. L'espressione del modulo della forza, infine, si ottiene usando l'espressione del campo magnetico come fatto in precedenza, notando ancora una volta che esso è uniforme su ogni elementino dei singoli lati, e quindi l'integrazioe è immediata]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 20/9/2007 Firma: ____________________