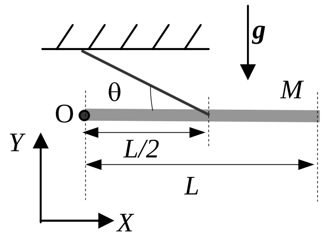
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 11/1/2008

Nome e cognome: ………………………………………………………   Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1) Un'asta sottile **omogenea** di lunghezza L = 2.0 m e massa M = 12 kg è libera di ruotare senza attrito su un piano verticale attorno ad un perno (indicato con la lettera O in figura) che passa per un suo estremo. Al punto di mezzo dell'asta è attaccata una fune inestensibile di massa trascurabile, il cui altro estremo è inchiodato ad un solaio rigido ed indeformabile. Inizialmente il sistema è in equilibrio e la configurazione è quella descritta in figura: in particolare, l'asta è orizzontale e l'angolo tra fune ed asta vale $\theta = \pi/6$. [Nella risposta numerica usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $sin(\pi/6)$ = ½, $cos(\pi/6)$ ~ 0.87]



Disegno non in scala!!!

a. Quanto vale la reazione vincolare $\boldsymbol{F}$ esercitata dal perno sull'asta? [Calcolatene le componenti F_X ed F_Y facendo riferimento al sistema di figura]

F_X = ……………………………. ~ ………. N $T\cos\theta = Mg\cos\theta/\sin\theta = Mg/tg\theta$ ~ 2.7x10^2 N [sull'asta agiscono la forza peso Mg e la tensione della fune T , entrambi applicate al punto di mezzo dell'asta stessa, e la reazione vincolare $\boldsymbol{F}$ applicata all'estremo O Il modulo della tensione è dato dall'equilibrio (rotazionale) dei momenti rispetto al perno, che stabilisce $MgL/2 = T\sin\theta L/2$. L'equilibrio (traslazionale) delle forze in direzione orizzontale stabilisce $F_X = T\cos\theta$, da cui la soluzione]

F_Y = ……………………………. = ………. N $Mg - T\sin\theta = Mg(1-\sin\theta/\sin\theta) = 0$ [L'equilibrio (traslazionale) delle forze in direzione verticale stabilisce $F_Y = Mg - T\sin\theta$ (occhio ai segni!), da cui la soluzione]

b. Ad un dato istante, la fune che collega l'asta al solaio si spezza e l'asta comincia a ruotare attorno ad un asse passante per il perno (ortogonale al foglio, nella figura). Quanto vale, **subito dopo** la rottura della fune, il modulo dell'accelerazione angolare α dell'asta?

α = ……………………………. = ………. rad/s^2 $MgL/(2I) = MgL/(2ML^2/3)) = (3/2)g/L$ = 7.3 rad/s^2 [l'asta comincia a ruotare per effetto del momento della forza peso, che, all'istante iniziale, vale in modulo $\tau = MgL/2$. L'equazione del moto rotazionale stabilisce che $\tau = I\alpha$, con I momento di inerzia dell'asta per una rotazione attorno al polo O. Il momento di inerzia può essere facilmente calcolato ottenendo $I = ML^2/3$, da cui la soluzione]

c. Quanto vale la velocità angolare ω dell'asta che si misura quando essa, nel suo moto di rotazione, si trova a passare per la verticale? [Considerate trascurabile ogni forma di attrito]

ω = ……………………………. ~ ………. rad/s $(MgL/I)^{1/2} = (3g/L)^{1/2}$ ~ 3.8 rad/s   [per la conservazione dell'energia meccanica: $0 = \Delta U_G + \Delta E_K = -MgL/2 + (I/2)\omega^2$, dove si è tenuto conto che l'energia potenziale varia in seguito alla variazione di quota $\Delta y = - L/2$ subita dal centro di massa]

2) Una quantità n = 2.00x10^{-1} moli di Elio, un gas monoatomico che può essere considerato perfetto, partecipa ad un ciclo termico composto dalla sequenza di trasformazioni **reversibili**: espansione isoterma A → B, trasformazione a volume costante B → C, compressione isoterma C → D, trasformazione a volume costante D → A. Il volume del gas al punto A del ciclo vale V_A = 8.31 litri, e si sa che $V_B = 2V_A$. Inoltre si sa che l'espansione isoterma A → B avviene mantenendo il gas a contatto con una miscela di acqua e vapore d'acqua (la massa complessiva della miscela è m_1 = 10.0 kg), mentre nella compressione isoterma C → D il gas è a contatto con una miscela di acqua e ghiaccio fondente (la massa complessiva della soluzione è $m_2 = m_1$). [Usate R = 8.31 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti; nella soluzione numerica può farvi comodo sapere che $ln(2)$ ~ 0.693. Ricordate inoltre che il calore specifico dell'acqua è c ~ 4x10^3 J/kg; ai fini di questo esercizio potete considerare dello stesso ordine di grandezza anche il calore specifico del ghiaccio e del vapor d'acqua]

a) Quanto vale l'efficienza η del ciclo?

η= …………………………………… ~ …….. $L/Q_{ASS} = (nRT_A ln(V_B/V_A) + nRT_C ln(V_D/V_C))/(nRT_A ln(V_B/V_A)+nc_V(T_A-T_D)) = (T_A-T_C)ln(V_B/V_A)/(T_A ln(V_B/V_A)+(3/2)(T_A-T_C))$ ~ 0.394   [nella soluzione si è fatto uso delle seguenti considerazioni: il lavoro è svolto solo nelle due isoterme; il calore viene assorbito nell'espansione A→B e nella D→A. In particolare, si ha $Q_{AB} = L_{AB} = nRT_A ln(V_B/V_A)$ e $Q_{DA} = \Delta U_{DA} = nc_V (T_A - T_D)$. Inoltre si è tenuto conto della sequenza di trasformazioni per stabilire relazioni tra le variabili di stato del sistema nei vari punti del ciclo: ad esempio, $T_D = T_C$ e $V_D/V_C = V_{A+}/V_B$. Infine, per la soluzione numerica si è sfruttata la circostanza, espressa nel testo, che T_A = 373 K (la temperatura della miscela acqua+vapore) e T_C = 273 K (la temperatura della miscela acqua+ghiaccio)]

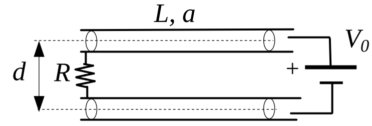
b) Sapendo che il calore latente di fusione del ghiaccio è λ_F = 3.33x10^5 J/kg, quanto vale la massa di ghiaccio Δm che viene sciolta in ogni ciclo? [Il ghiaccio si scioglie per effetto del calore ceduto dal gas nella sola trasformazione C→D]

Δm = …………………………………… ~ …….. kg $-Q_{CD} / \lambda_F = - nRT_C\, ln(V_D/V_C) = nRT_C ln(V_B/V_A)$ ~ 9.44x10^{-4} kg   [il calore ceduto dal gas nell'espansione serve per far passare alla fase solida la massa Δm d'acqua; il bilancio energetico stabilisce allora $Q_{CD} + \Delta m\lambda_F = 0$, da cui la soluzione]

c) Quanto vale la variazione di temperatura ΔT della miscela acqua+ghiaccio fondente per ogni ciclo? [Attenti a cosa scrivete!]

ΔT = …………………………………… ~ …….. K 0!   [come si verifica facilmente, la capacità termica del sistema acqua+ghiaccio **fondente** è così alta che il sistema stesso si comporta come un termostato!]

3) Un circuito elettrico è costituito da due lunghi e sottili fili di materiale perfettamente conduttore, di lunghezza L = 1.0 m e raggio a = 1.0 mm, posti parallelamente tra loro ad una distanza d = 1.0 cm (si intende distanza tra gli assi dei fili). Un generatore di differenza di potenziale V_0 = 22 V è collegato alle estremità dei fili ed il circuito è chiuso da una resistore elettrico di resitenza R = 80 kohm secondo lo schema indicato in figura. [Per la soluzione tenete conto della simmetria dovuta al fatto che i fili sono molto lunghi e sottili; usate ε_0 = 8.8x10^{-12} F/m per la costante dielettrica del vuoto]



Disegno non in scala!!!

a) Quanto vale la carica Q che si distribuisce su un filo in condizioni di equilibrio elettrostatico? [Considerate il filo collegato al polo positivo del generatore; può farvi comodo ricordare che $\int(1/r)dr = ln(r)$ e sapere che $ln(9) \sim 2.2$]

Q = …………………………………… ~ ……… C $V_0\, 2\, \pi\, \varepsilon_0\, L/(ln((d-a)/a)) \sim 5.5\text{x}10^{-10}$ C [applicando Gauss ad un cilindro coassiale al filo, scelta dovuta alla simmetria cilindrica del filo stesso, si ha che il campo generato dal filo in funzione della distanza r dall'asse del filo stesso si esprime come $E(r) = Q/(2\pi\varepsilon_0 L\, r)$; d'altra parte per la presenza del generatore deve essere $V_0 = -\int_{d-a}^{a} E(r)dr$, da cui il risultato]

b) Ad un dato istante il generatore viene scollegato; dopo quanto tempo τ la carica distribuita sul filo diventa trascurabile? [Date una stima del tempo caratteristico di scarica del sistema]

τ = ……………………………………....~ ……. s $RC = RQ/V_0 = R\, 2\, \pi\, \varepsilon_0\, L/(ln((d-a)/a)) \sim 2.2\text{x}10^{-9}$ s [quello indicato è il tempo caratteristico di scarica del condensatore attraverso la resistenza data, calcolato tenendo conto che $C = Q/V_0$ per definizione (la carica accumulata è stata determinata nella risposta precedente). Dato che l'andamento temporale della carica è esponenziale decrescente, una risposta più appropriata indicherebbe un intervallo temporale pari a *qualche* volta il valore τ che abbiamo calcolato (ad esempio, dopo circa 5τ la carica può essere considerata trascurabile a tutti gli effetti pratici]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 11/1/2008 Firma: