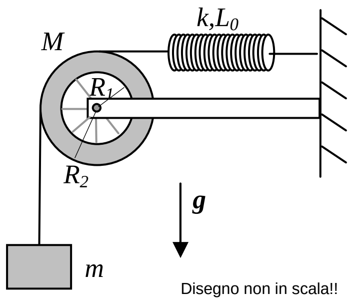
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 30/1/2008

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1) Un filo inestensibile e di massa trascurabile è avvolto attorno ad un cilindro **cavo omogeneo** di massa M = 1.0 kg, raggio interno R_1 =10 cm e raggio esterno R_2 = 20 cm. Un'estremità del filo è attaccata ad un blocco di massa m =2.0 kg libero di muoversi in direzione verticale; l'altro estremo è invece agganciato ad una molla di massa trascurabile, lunghezza di riposo L_0 = 20 cm e costante elastica k = 98 N/m, che ha il suo asse in direzione orizzontale ed è attaccata, all'altro suo estremo, ad una parete rigida verticale. Il cilindro è usato come una puleggia (dei raggi di **massa trascurabile** ne connettono la superficie interna all'asse, che è imperniato in modo da ruotare senza attrito essendo sostenuto da un perno fissato alla parete rigida): la figura riporta uno schema del sistema considerato. [Supponete trascurabile ogni forma di attrito; nella risposta numerica usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a. Quanto vale **in condizioni di equilibrio** la lunghezza L della molla?
L = ……………………………. = ………. m $mg/k + L_0$ = 0.40 m [all'equilibrio la forza peso del blocco, "trasferita" dalla fune alla molla, deve essere equilibrata dalla forza elastica, da cui la soluzione]

b. Il blocco viene quindi spostato a partire dalla sua posizione di equilibrio verso il basso per un tratto ΔL = 10 cm a causa dell'applicazione di una forza esterna che, all'istante t_0 = 0, viene rimossa istantaneamente: si osserva che il blocco risale verso la posizione di equilibrio. Quanto vale, in modulo, la velocità v del blocco quando esso ripassa per la posizione di equilibrio? [Supponete che all'istante t_0 = 0 il blocco venga rilasciato con velocità nulla]
v = ……………………………. ~ ………. m/s $(\Delta L(k(\Delta L+2(L-L_0))-2mg))/(m+I/R_2^2))^{1/2}=(\Delta L(k\Delta L+mg))/(m+(M/2)(1+(R_2/R_1)^2))^{1/2}$ ~ 11 m/s [per la conservazione dell'energia meccanica deve essere $0=\Delta E_K+\Delta U_G + \Delta U_{ELA} = (m/2)v^2 + (I/2)\omega^2 + mg\Delta L - (k/2)(L+\Delta L-L_0)^2+(k/2)(L-L_0)^2$, con I momento di inerzia della puleggia. Per determinare il momento di inerzia occorre sfruttare la simmetria cilindrica della puleggia; si ha infatti $I = \int r^2 dm = \int r^2\rho\, dV = \int_{R1}^{R2} r^2 \rho\, 2\pi rhdr = 2\pi\rho h (R_2^4-R_1^4)/4$, dove h è la lungezza del cilindro cavo che costituisce il cilindro (un dato non noto!) e ρ è la sua densità di massa (altro dato non noto), che, essendo il cilindro omogeneo, è uniforme e quindi costante rispetto alla variabile di integrazione. D'altra parte, essendo il cilindro omogeneo, deve anche essere $M = \rho\, \pi h(R_2^2-R_1^2)$, da cui $I =(M/2)(R_2^4-R_1^4)/(R_2^2-R_1^2) = (M/2)(R_2^2+R_1^2)$. Inoltre, supponendo ragionevolmente che il filo non slitti sulla superficie della puleggia, si può porre $\omega = v/R_2$. Tenendo conto che l'energia elastica di una molla di lunghezza x generica e lunghezza di riposo x_0 generica si scrive $U_{ELA} = (k/2)(x-x_0)^2$, il bilancio energetico si esprime: $((m+M(R_2^2+R_1^2)/2)v^2 = (k/2)((L+\Delta L-L_0)^2-(L-L_0)^2)-mg\Delta L = (k/2)(\Delta L(2(L-L_0)+\delta L))-mg\Delta L$, dove l'ultimo passaggio sfrutta un po' di algebra. Da qui esce, con qualche ulteriore passaggio e rimanipolazione, si trova la soluzione]

c. Come si scrive l'equazione del moto del blocco nella fase di risalita? [Scrivere l'equazione del moto significa esprimere l'accelerazione a in funzione dei parametri del problema; allo scopo, servitevi di un riferimento verticale che punta verso l'alto ed indicate con x la lunghezza (generica) della molla. Non usate i valori numerici per questa risposta!]
a = ………………………………........ $(-g+(k/m)(x-L_0)) / (m(1+I/(mR_2^2)))$ [il moto del blocco avviene sotto l'effetto della forza peso (verso il basso) e del modulo T_1 del filo (verso l'alto), cioè: $a = -g+T_1/m$ Il movimento rotatorio della puleggia è regolato dall'equazione del moto (rotatorio) $\alpha = (T_2-T_1)R_2/I$, dove, per la condizione di non strisciamento, l'accelerazione angolare è $\alpha = a/R_2$ e T_2 denota la tensione del filo nel tratto molla-puleggia. D'altra parte deve anche essere, facendo attenzione ai segni, $T_2=k(x-L_0)$, dove x indica la posizione dell'estremo della molla rispetto ad un riferimento centrato sulla parete rigida verticale. Combinando insieme le tre equazioni si ottiene la risposta; notate che la soluzione dell'equazione del moto è di tipo periodico con pulsazione $(k/m(1+I/(mR_2^2)))^{1/2}$, con I determinato nella soluzione al punto precedente]

2) Una quantità n = 2.00x10^{-1} moli di Elio, un gas monoatomico che può essere considerato perfetto, partecipa ad un ciclo termico composto dalla sequenza di trasformazioni **reversibili**: espansione isobara A → B, trasformazione a volume costante B → C, compressione isoterma C → A. Il volume del gas al punto A del ciclo vale V_A = 8.31 litri, e si sa che $V_B = 2V_A$; si sa poi che nella compressione isoterma C → A il gas è a contatto termico con una miscela di acqua e ghiaccio fondente (la massa complessiva della miscela è enorme). [Usate R = 8.31 J/(K mole) come costante dei gas perf.; può fare comodo ricordare che $ln(2)$~0.693]

a) Quanto vale l'efficienza η del ciclo?
η= …………………………………… ~ …….. $L/Q_{ASS}=(P_A(V_B-V_A)+nRT_A ln(V_A/V_C))/(nc_P(T_B-T_A)) = (nRT_A(V_B/V_A-1) + nRT_A ln(V_A/V_B))/(nc_P T_A(V_B/V_A-1)) = ((V_B/V_A-1)-ln(V_B/V_A))/((5/2)(V_B/V_A-1))$ ~ 0.123 [nella soluzione si è fatto uso delle seguenti considerazioni: il lavoro è svolto nell'isobara e nell'isoterma; il calore viene assorbito nell'isobara e la sua espressione è $Q_{AB} = nc_P(T_B-T_A)$, con $c_P = (5/2)R$. Inoltre, trattandosi di una gas perfetto, si ha $P_A = nRT_A/V_A$ e, essendo la C→A una isoterma, si ha ovviamente $T_A=T_C$]

b) Sapendo che il calore latente di fusione del ghiaccio è λ_F = 3.33x10^5 J/kg, quanto vale la massa di ghiaccio Δm che viene sciolta in ogni ciclo? [Il ghiaccio si scioglie per effetto del calore ceduto dal gas nella sola trasformazione C→A]
Δm = …………………………………… ~ …….. kg $-Q_{CA} / \lambda_F = - nRT_A\, ln(V_A/V_C)=nRT_A ln(V_C/V_A)$ ~ 9.44x10^{-4} kg [il calore ceduto dal gas nell'espansione serve per far passare alla fase solida la massa Δm d'acqua; il bilancio energetico stabilisce allora $Q_{CD}+\Delta m\lambda_F$ = 0, da cui la soluzione, nella quale si fa anche uso del fatto che, essendo il termostato cosituito da ghiaccio fondente, T_A = 273 K]

3) Il montante di un impianto elettrico è realizzato con un lungo e sottile cilindro, di raggio a = 1.0 cm e lunghezza L = 1.0 m, fatto di un materiale conduttore **omogeneo** che ha resistività ρ = 1.0x10^{-5} ohm m. Ai capi del montante (cioè alle basi del cilindro) è applicata una differenza di potenziale continua V_0 = 100 V.

a) Quanto vale, in condizioni stazionarie, la potenza W "dissipata" dal cilindro per effetto Joule?
W = …………………………………… = ……… W $V_0^2/R = V_0^2/(\rho\, L/(\pi a^2))$ = 3.1x10^3 W [la resistenza elettrica del cilindro è $R = \rho\, L/S$, dove la sezione è $S = \pi\, a^2$]

b) Come si scrive il campo magnetico $\boldsymbol{B}(r)$ in funzione della distanza r dall'asse del cilindro per $r>a$ e $r<a$ (rispettivamente dentro e fuori il cilindro)? [Scrivete le funzioni senza fare uso dei valori numerici, indicando con μ_0 la permeabilità magnetica del vuoto ; discutete anche direzione e verso]

Direzione e verso: .... vista la geometria del problema, il campo magnetico ha direzione tangenziale e verso dato dalla regola della mano destra

$B(r)$ = ……………………………………......per $r>a$ $\mu_0 a^2 V_0/(2\rho L r)$ [l'intensità di campo magnetico dipende **solo** dalla distanza dall'asse (trascurando gli effetti ai bordi !). Essa può quindi essere calcolata con il teorema di Ampere, ottenendo $2\pi r B(r)=\mu_0 I_{CONC}$. La corrente cooncatenata è in questo caso **tutta** quella che passa per il cindro, cioè $I = V_0/R$, da cui, usando l'espressione di R data al punto precedente, esce la soluzione]

$B(r)$ = ……………………………………......per $r<a$ $(\mu_0 a^2 V_0/(2\rho L r))(r^2/a^2) = \mu_0 V_0 r/(2\rho L)$ [come sopra, ma stavolta la corrente concatenata è solo una frazione di quella totale, che può essere calcolata, tenendo conto del fatto che il conduttore è omogeneo, come $I_{CONC}=I r^2/a^2$, da cui la soluzione]

c) Cosa si può affermare a proposito del **campo elettrico *E*** fuori e dentro il cilindro? E come occorrerebbe modifcate queste risposte se il generatore di differenza di potenziale fosse alternato (cioè del tipo $V(t)=V_0 cos(\omega t)$)? Discutete e commentate.

Discussione e commento: .... all'interno del cilindro esiste sicuramente un campo elettrico in direzione assiale, responsabile del flusso di corrente. Al di fuori del cilindro, almeno a ragionevole sitanza dalla superificie, il campo elettrico in condizioni stazionarie è nullo, dato che nulla è, in condizioni stazionarie, la densità di carica all'interno del cilindro (che si suppone inizialmente neutro). In condizioni non stazionarie, si crea un campo elettrico alternato dovuto all'induzione magnetica che può, in linea di principio, essere determinato con la legge di Faraday e la legge di Maxwell corrispondente. Trascurando effetti ai bordi e supponendo che la pulsazione ω sia non troppo elevata, questo campo elettrico dovrebbe anche avere direzione assiale (e verso alternato) e dovrebbe anche essere misurato fuori dal cilindro. Infatti il campo elettrico per induzione è ortogonale al campo magnetico e, per la simmetria considerata, l'unica direzione accettabile è quella assiale

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 30/1/2008 Firma: