

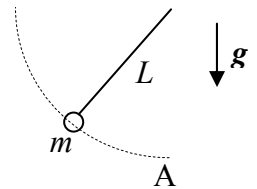
Nome e cognome:

Matricola:

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

----- **PARTE 1/2**

1. Un piccolo sasso di massa $m = 200$ g è attaccato all'estremità di una fune inestensibile e di massa trascurabile, la cui lunghezza è $L = 1.00$ m. L'altro estremo della fune è vincolato ad un perno conficcato in una parete rigida verticale: in questo modo il sasso può compiere un movimento, con **attrito trascurabile**, su un piano verticale, come rappresentato in figura. In particolare, in opportune condizioni la traiettoria compiuta dal sasso è circolare; infatti si osserva che quando il sasso passa per la posizione A indicata in figura (il punto "più basso" della traiettoria) con una velocità angolare $\omega_A \geq \omega_{\text{MIN}}$, esso percorre una traiettoria circolare completa (cioè fa un "giro della morte"). [Usate il valore $g = 9.80$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità che è, ovviamente, diretta verticalmente verso il basso]



a) Quanto vale ω_{MIN} ?

$\omega_{\text{MIN}} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ rad/s

b) Supponendo ora che il sasso passi per la posizione A con una velocità angolare $\Omega = (4/5)\omega_{\text{MIN}}$, con ω_{MIN} determinato nella risposta precedente, si osserva che esso non percorre più per intero una traiettoria circolare. quanto vale l'altezza massima h , misurata rispetto alla quota del punto A, raggiunta dal sasso? Per semplicità, rispondete al quesito supponendo che, nel punto di massima altezza, il sasso sia completamente **fermo**. Spiegate poi, in modo breve ma chiaro, se ritenete ragionevole questa approssimazione.

$h = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m

Spiegazione:

2. Due piccoli oggetti di massa $m_A = m$ ed $m_B = 3m$, con m nota, sono uniti da una molla di massa trascurabile, costante elastica k (nota) e lunghezza di riposo L_0 (incognita). I due oggetti possono muoversi con **attrito trascurabile** lungo un asse X **orizzontale** X . All'istante $t_0 = 0$ si osserva che entrambi gli oggetti si muovono con la stessa velocità v_0 (la velocità è la stessa sia in modulo che in verso!), mentre le loro posizioni sono; $x_{0A} = 0$; $x_{0B} = d_0$, con d_0 nota. Si osserva poi che ad un certo istante t_1 (incognito) le posizioni dei due oggetti sono tali che la loro distanza è $x_{1B} - x_{1A} = d_0$, valore di distanza iniziale (nota!). [Nessuna forza esterna è applicata al sistema dei due oggetti in direzione orizzontale; inoltre l'istante t_1 è il **primo** di una (infinita) serie di istanti in cui si verifica la condizione considerata]

a) Come si esprime, in funzione dei parametri letterali noti del problema, l'istante t_1 ?

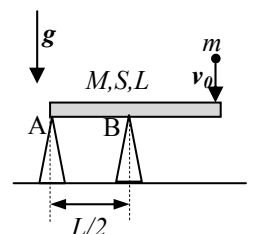
$t_1 = \dots\dots\dots$

b) Come si esprime la posizione x_{1A} occupata dall'oggetto di massa m_A all'istante t_1 ? [Spiegate **bene** in brutta il procedimento impiegato!]

$x_{1A} = \dots\dots\dots$

----- **PARTE 3**

3. Una sottile trave **omogenea** di massa $M = 10$ kg, sezione di area $S = 50$ cm² e lunghezza $L = 2.0$ m si trova in equilibrio sopra due supporti "puntiformi" (denominati A e B) solidali ad un pavimento rigido e indeformabili; tali supporti sono in grado di generare sulla trave forze di reazione che hanno solo componenti verticali. I due supporti contattano la trave ad una sua estremità ed al punto di mezzo, come rappresentato in figura. Nelle condizioni di equilibrio considerate, la trave ha direzione **orizzontale**. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



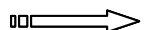
a) Quanto valgono, in modulo, le forze F_A ed F_B che i due supporti esercitano sulla trave? Spiegate brevemente su quali considerazioni basate il procedimento per la determinazione di queste forze

$F_A = \dots\dots\dots = \dots\dots$ N

$F_B = \dots\dots\dots = \dots\dots$ N

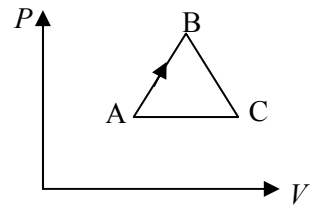
Spiegazione:

b) Immaginate ora che un chiodo, di massa $m = 100$ g, venga sparato in direzione verticale sull'estremo "di destra" della trave (vedi figura); sapendo che la velocità del chiodo, subito prima dell'impatto, è diretta verticalmente ed ha modulo $v_0 = 50$ m/s e che il chiodo rimane conficcato nella trave, quanto vale la velocità angolare ω con cui il sistema trave+chiodo comincia a ruotare **subito dopo** l'arrivo del chiodo?



$\omega = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{rad/s}$

4. Una macchina termica, che lavora con una quantità $n = 2.00 \times 10^{-2}$ moli di un gas perfetto monoatomico, percorre il ciclo (di forma “triangolare”) che è rappresentato nel piano PV come indicato schematicamente in figura: si sa che $V_C = 2V_A$, $P_B = 2P_A$, $V_B = (3/2)V_A$. Inoltre il punto A è completamente determinato, essendo noto che $V_A = 2.00$ litri e $P_A = 8.31 \times 10^5$ Pa. [Usate $R = 8.31$ J/(K mole) per la costante dei gas perfetti; se serve, supponete reversibili le trasformazioni coinvolte]



a) Quanto vale il lavoro L compiuto dal gas in ogni ciclo?

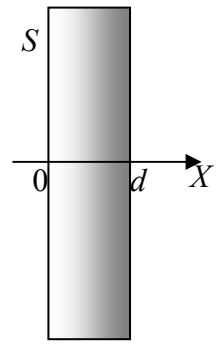
$L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ J}$

b) Quanto vale l'efficienza, o rendimento, η del ciclo?

$\eta = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

----- PARTE 4 -----

5. Una lastra molto estesa e sottile di materiale non conduttore porta al suo interno una distribuzione di carica volumica **disomogenea**. Come indicato in figura, in cui la lastra è vista “di profilo”, le superfici (facce) “di base” della lastra, che hanno area $S = 0.10$ m², sono ortogonali rispetto all'asse X . Lo spessore della lastra è $d = 1.0$ mm (si ha evidentemente $d \ll S$) e la carica complessiva contenuta nella lastra vale $Q = 1.0 \times 10^{-5}$ C. Si sa che la densità di carica dipende dalla sola coordinata x , in particolare aumentando linearmente da 0 fino al valore ρ_0 (incognito) quando si passa dalla faccia “di sinistra” in figura, collocata ad $x = 0$, alla faccia “di destra”, che si trova ad $x = d$. Si sa anche che $E(x) = 0$ per $x \leq 0$. [Considerate $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m la costante dielettrica sia all'interno che al di fuori della lastra; supponete **trascurabili gli “effetti ai bordi”**]



Disegno non in scala!

a) Come si scrive l'espressione del campo elettrico $E(x)$ nelle regioni $0 < x < d$ e $x > d$ (cioè dentro la lastra e “alla destra” della lastra stessa)? [Non usate alcun valore numerico per questa risposta, che va espressa in funzione dei parametri letterali noti del problema; indicate in brutta direzione e verso del campo, nell'ipotesi che si possano trascurare gli effetti ai bordi]

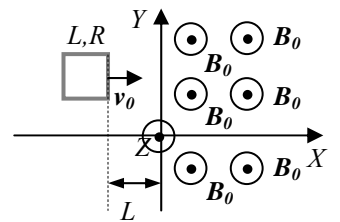
$E(x) = \dots\dots\dots$ per $0 < x < d$

$E(x) = \dots\dots\dots$ per $x > d$

b) Quanto vale la differenza di potenziale ΔV tra la faccia “di sinistra” e quella “di destra” in figura? [Per azzeccare il segno giusto, che è richiesto per la soluzione, tenete presente che si intende $\Delta V = V(x=0) - V(x=d)$]

$\Delta V = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ V}$

6. Una spira quadrata di lato L noto, fatta di filo elettrico con resistenza complessiva R (nota), viaggia di **moto rettilineo uniforme** a velocità v_0 nota (diretta nel verso positivo dell'asse X di un certo riferimento) essendo spostata da un operatore esterno. Durante il suo movimento la spira giace sempre sul piano XY del riferimento citato; si sa che nel solo semispazio $x > 0$ è presente un campo magnetico (esterno, cioè generato da cause esterne alla spira) **uniforme e costante** diretto nel verso positivo dell'asse Z e di modulo B_0 noto. La figura rappresenta schematicamente la situazione (notate che per $x < 0$ non c'è alcun campo magnetico). All'istante $t_0 = 0$ la situazione è esattamente quella rappresentata in figura: il lato “di destra” della spira si trova a distanza L dall'asse Y .



a) Determinate l'andamento dell'intensità di corrente $I(t)$ che fluisce nella spira in tutto l'intervallo compreso tra $t_0 = 0$ e l'istante $t_{fin} = 4L/v_0$, specificando anche il verso della corrente (orario o antiorario, rispetto alla figura). [State attenti a capire **bene** cosa succede e, se necessario, suddividete l'intero intervallo temporale in diversi sotto-intervalli; esprimete la soluzione in funzione dei parametri letterali noti del problema. Supponete che la velocità con cui si muove la spira sia “ragionevolmente bassa”]

$I(t) = \dots\dots\dots$

Verso della corrente: $\dots\dots\dots$

b) Come si esprime la potenza meccanica P che l'operatore esterno deve applicare alla spira nell'intervallo compreso tra $t' = L/v_0$ e t_{fin} ? [Supponete trascurabili gli effetti dell'attrito meccanico]

$P = \dots\dots\dots$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 17/7/2008

Firma: