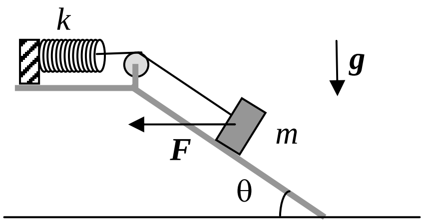
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE – 18/9/2008

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Un blocco di massa m = 5.0 kg, che si trova sopra un piano inclinato di angolo $\theta = \pi/6$, è attaccato, tramite una corda inestensibile di massa trascurabile, ad una molla di costante elastica k = 49 N/m il cui altro estremo è vincolato ad una parete rigida ed indeformabile. La figura rappresenta schematicamente il sistema considerato (la piccola puleggia all'inizio del piano inclinato ha massa trascurabile e non partecipa alla dinamica del sistema). Supponete trascurabile ogni forma di attrito; per i calcoli numerici, usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/6)$ = ½ e $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2 \sim 0.87$.

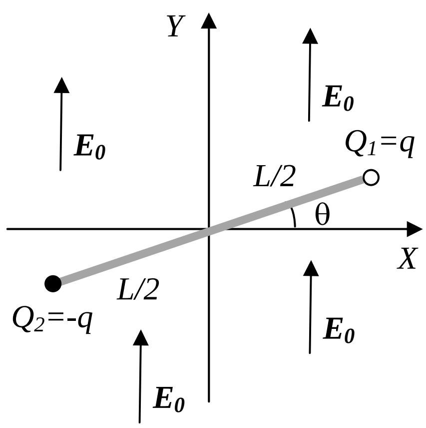


   a) Inizialmente una forza esterna ***F*** di direzione orizzontale, verso come in figura e modulo incognito, è applicata al centro di massa del blocco. In queste condizioni il sistema è in **equilibrio** e la molla è alla propria **lunghezza di riposo** (cioè l'elongazione della molla è nulla). Quanto vale il modulo F della forza esterna?
   F = …………………………………… ~ ………… N $mgtg\theta \sim$ 28 N [per l'equilibrio lungo il piano inclinato deve essere $mgsin\theta = Fcos\theta$, da cui la soluzione; notate che, nelle condizioni specificate (molla a lunghezza di riposo), non ci sono altre forze attive lungo la direzione considerata]

   b) Supponete ora che la forza esterna ***F*** venga rimossa in modo istantaneo: in queste condizioni si osserva che il blocco scende verso il basso del piano inclinato (si supponga che il piano sia sufficientemente lungo in modo che il blocco non ne raggiunga la base). Quanto vale la distanza d che esso percorre sul piano inclinato prima di fermarsi (momentaneamente)?
   d = …………………………………… = ………… m $2mgsin\theta/k$ = 1.0 m [viene dal bilancio energetico: $0=\Delta U_{ELA} + \Delta U_G = (k/2)d^2 - mgdsin\theta$]

   c) Considerando un riferimento lineare disposto lungo il piano inclinato ed orientato **verso il basso,** quanto vale l'accelerazione a del blocco quando questo si ferma (avendo percorso la distanza d)? [Indicate anche il segno!]
   a = …………………………………… = ………… m/s^2 $gsin\theta - (k/m)\, d = -\, gsin\theta$ = - 4.9 m/s^2
   [notate che il blocco **non** si ferma in una posizione di equilibrio, ma subito dopo essersi fermato risale verso l'alto!]

2. Avete una bacchettina **omogenea ed indeformabile** di materiale dielettrico con massa m e lunghezza L alle cui estremità si trovano due cariche puntiformi opposte, $Q_1 = q$ e $Q_2 = -q$ (a queste cariche non viene associata una massa, che si suppone invece distribuita in modo uniforme sulla bacchetta). Inizialmente il sistema è **fermo** e poggiato su un piano **orizzontale** XY nella configurazione rappresentata in figura (l'asse della bacchetta forma un angolo θ_0 rispetto all'asse X e il punto di mezzo della bacchetta si trova nell'origine del sistema). All'istante t_0 = 0 viene istantaneamente acceso un campo elettrico **uniforme e costante** di modulo E_0 diretto nel verso positivo dell'asse Y, come mostrato in figura. Supponete che la bacchetta possa muoversi sul piano con attrito trascurabile ed esprimete i risultati in funzione dei dati **noti** del problema, cioè q, m, L, θ_0, E_0.



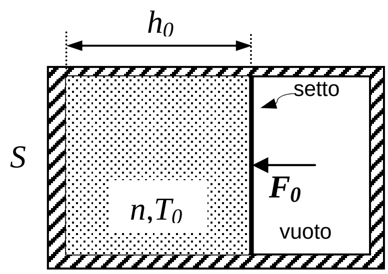
   a) Quanto vale l'accelerazione a_{CM} del centro di massa del sistema subito dopo l'accensione del campo elettrico? [Esprimetene le componenti lungo X e lungo Y]
   a_{CMX} = …………………………………… *0*
   a_{CMY} = …………………………………… *0* [l'equazione del moto del centro di massa recita $\boldsymbol{a_{CM}} = \Sigma \boldsymbol{F} / \Sigma\, m$. Eseguendo la sommatoria vettoriale sulle forze si ottiene zero essendo le cariche di segno opposte. Da qui la risposta]

b) Quanto vale, in **modulo**, l'accelerazione angolare α a cui il sistema è sottoposto **subito dopo** l'accensione del campo elettrico?

α = …………………………………… $2qE_0(L/2)\cos\theta_0/(mL^2/12) = 12qE_0\cos\theta_0/(mL)$

[l'equazione del moto rotazionale del sistema recita $\alpha = \Sigma\, \tau / I$, con τ momenti delle forze esterne e I momento di inerzia del sistema. Le forze che fanno momento sono le forze elettriche che agiscono sulle cariche; i momenti risultanti hanno lo stesso verso (tutti e due tendono a far ruotare in verso antiorario la bacchetta attorno ad un asse passante per il centro di massa, ovvero l'origine del sistema, ed ortogonale al piano XY). Dunque occorre sommare il modulo dei due momenti. Per il calcolo di questo modulo si deve notare che il braccio delle forze è $(L/2)\cos\theta_0$ mentre il **modulo** della forza vale qE_0. Per la risposta occorre poi calcolare il momento di inerzia della bacchetta (omogenea) in rotazione attorno al centro di massa, che vale $I = (m/12)L^2$ Si noti che, ovviamenrte, l'accelerazione angolare cambia nel corso dell'evoluzione temporale del sistema, cambiando l'angolo tra asse della bacchetta e campo elettrico]

3. Un campione di n moli di un gas monoatomico che può essere considerato perfetto è contenuto in un recipiente cilindrico di sezione S dotato di pareti termicamente isolanti. Un setto rigido di massa e spessore trascurabili, fatto anch'esso di materiale termicamente isolante, è in grado di spostarsi in direzione orizzontale con attrito trascurabile, in modo da delimitare il volume occupato dal gas come rappresentato in figura; nella regione del recipiente non occupata dal gas (a destra in figura) è fatto il vuoto pneumatico. Inizialmente la lunghezza della regione occupata dal gas vale h_0 = 12 cm ed il sistema è in equilibrio grazie alla presenza di una forza esterna applicata in direzione orizzontale sul setto, come indicato in figura, di modulo F_0 = 1.0x10^3 N. In queste condizioni di equilibrio il gas si trova alla temperatura T_0. [Notate che i soli parametri numericamente noti sono h_0 ed F_0]



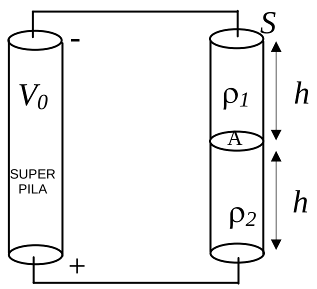
a) La forza applicata al setto viene aumentata in modulo fino al valore $F_1 = 3F_0$: in seguito all'aumento si osserva che il gas viene compresso e, al termine del processo, si instaura una **nuova condizione di equilibrio** in cui la temperatura del gas vale $T_1 = 2T_0$. Quanto vale la nuova lunghezza h_1 della regione occupata dal gas all'equilibrio?

h_1 = …………………………………… = …….. cm $h_0(F_0/F_1)(T_1/T_0) = (2/3)h_0$ = 8.0 cm [nella nuova condizione di equilibrio deve essere $P_1V_1=(F_1/S)(Sh_1)=F_1h_1= nRT_1$; d'altra parte inizialmente doveva essere $F_0h_0=nRT_0$. Dividendo le due equazioni membro a membro si ottiene la soluzione]

b) Quanto vale il lavoro L_F sviluppato dalla forza esterna applicata al setto nel corso del processo?

L_F = …………………………………… = …….. J $(3/2)F_0h_0$ = 1.8x10^2 J [per questioni di bilancio energetico deve essere $L_F = -L_G$, con L_G lavoro prodotto o subito dal gas. La prima equazione della termodinamica stabilisce $Q = L_G+\Delta U_G$. Il calore scambiato dal gas è nullo a causa delle pareti isolanti, per cui $L_F = \Delta U_G = nc_V(T_1-T_0) = nc_VT_0 = (3/2)nRT_0 = (3/2)P_0V_0 = (3/2)F_0h_0$. Nei passaggi si sono usati la definizione di variazione di energia interna per un gas perfetto monoatomico, il dato $T_1=2T_0$, la legge dei gas perfetti]

4. Un circuito elettrico è formato da una pila (un generatore ideale di differenza di potenziale V_0 = 28 V) collegata ad un resistore elettrico. Il resistore è costituito da una coppia di elettrodi perfettamente conduttori ("armature") che racchiudono una serie di due bacchette cilindriche omogenee con la stessa area di base S = 10 mm^2 e altezza h = 2.0 cm, formate da due diversi materiali **debolmente conduttori** con resistività rispettivamente ρ_1 = 2.0x10^{-3} ohm m e ρ_2 = 5.0x10^{-3} ohm m. Le bacchette sono unite "testa a testa", come rappresentato in figura. I fili elettrici che collegano la pila al resistore hanno resistenza trascurabile. Per le risposte, considerate il sistema in **condizioni stazionarie**.



a) Quanto vale la corrente I che fluisce nel circuito?

I = …………………………………….. = ……… A V/R_{TOT} = 2.0 A, con $R_{TOT} = (\rho_1+ \rho_2)\, h/S$

b) Quanto valgono, in modulo, i campi elettrici E_1 ed E_2 all'interno dei due materiali? [Per il calcolo immaginate di poter "trascurare gli effetti ai bordi", cioè che i due campi siano uniformi all'interno dei due materiali e che siano diretti lungo l'asse delle bacchette]

E_1 = …………………………………….. = ……. V/m $V_0/(h(1+\rho_2/\rho_1))$ = 4.0X10^2 V/m
E_2 = …………………………………….. = ……. V/m $V_0/(h(1+\rho_1/\rho_2))$ = 1.0x10^3 V/m [per la continuità della corrente deve essere $J_1 = E_1/\rho_1 = J_2 = E_2/\rho_2$. D'altra parte è anche $J_1 = J_2 = I/S$, a causa della geometria del sistema (la corrente si suppone uniforme su tutta la sezione delle bacchette). Mettendo a sistema le due equazioni ed usando il risultato del quesito precedente si ottiene la soluzione]

c) Quanto vale la densità superficiale di carica elettrica σ che si accumula sulla superficie di interfaccia tra i due conduttori (marcata con A in figura)? [Usate il valore ε_0 = 8.8x10^{-12} F/m per la costante dielettrica in entrambi i materiali]
σ = …………………………………….. = ……. C/m^2 $\varepsilon_0(E_1 - E_2)$ = - 5.3x10^{-9} C   [si applica il teorema di Gauss ad un cilindretto che attraversa l'interfaccia e che ha asse parallelo all'asse delle bacchette e basi all'interno delle zone 1 e 2.]

d) Disegnate nello schema il verso della corrente, del campo elettrico e del vettore ***E*x*B*** nel resistore e nella pila, e giustificate **(obbligatoriamente)** le vostre deduzioni qui di seguito o, meglio, in brutta copia :
…………………………………………….   la corrente va sempre dal polo positivo al negativo; il campo elettrico è diretto assialmente verso l'alto nel resistore (come in un condensatore) e verso il basso nella pila (per avere una circuitazione del campo pari a zero, secondo le leggi dell'elettrostatica). Il vettore ***E*x*B*** (assomiglia al vettore di Poynting) è radiale uscente per la pila, entrante per il resistore. Verificatelo!

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 18/9/2008   Firma: