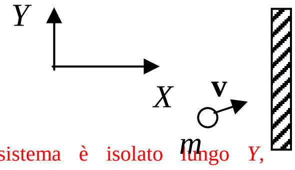
# Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 29/1/2009

**Nome e cognome: …………………………………………………………… Matricola: ……………**

*Istruzioni: **riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.** Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Un pallone di massa $m$ = 0.50 kg arriva contro una parete verticale, fissa e rigida, con velocità che subito prima dell'urto ha componenti $v_X$ = 8.0 m/s, $v_Y$ = 6.0 m/s (vedi figura). L'urto **non è completamente elastico** e una parte di energia pari ad $\eta$=0.15 dell'energia iniziale del pallone viene **persa** nel processo.



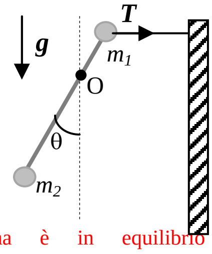

a) Quanto vale la componente $v'_X$ della velocità del pallone subito dopo l'urto?

$v'_X$ = ……………………………………......= ............ m/s $((1-\eta)(v_X^2+v_Y^2)-v_Y^2)^{1/2}$ = 7.0 m/s [il sistema è isolato lungo $Y$, poiché la parete può esercitare forze (esterne rispetto al pallone) solo lungo $X$; quindi la componente $Y$ della velocità dopo l'urto è $v'_Y = v_Y$; d'altra parte, dopo l'urto l'energia cinetica deve essere $(m/2)(v'^2_x+v'^2_Y)=(m/2)(v'^2_x+v_Y^2)=(1-\eta)(m/2)(v_X^2+v_Y^2)$ , da cui la soluzione]

b) Supponendo che la durata dell'urto sia $\tau$ = 5.0 ms, quanto vale la forza **media** $\langle F\rangle$ che la parete esercita sul pallone?

$\langle F\rangle$ = ……………………………………......= ............ N $\Delta p_X / \tau = m(v'_X - v_X)/\tau$ = -1.0x10$^2$ N [dal teorema dell'impulso si sa che la variazione della quantità di moto (che qui cambia solo per la componente $X$ , come discusso sopra) è pari al prodotto della forza media per la durata dell'urto, da cui la soluzione, dove il segno negativo indica che la forza è diretta nel verso negativo dell'asse $X$

2. Un sistema è formato da un'asta rigida di **massa trascurabile** di lunghezza $L$ = 1.0 m alle cui estremità si trovano due masse puntiformi $m_1=m_2= m$ = 0.50 kg. Come mostrato in figura, questa sorta di manubrio è imperniato in un punto (indicato con O in figura) che dista $L_1 = L/4$ rispetto all'estremo in cui si trova la massa $m_1$: esso può quindi ruotare su un piano verticale con **attrito trascurabile**. Inizialmente il sistema è mantenuto in equilibrio nella configurazione di figura (l'angolo vale $\theta = \theta_0 = \pi/6$) da una fune inestensibile attaccata per un capo alla massa $m_1$ e per l'altro capo ad una parete rigida verticale. . [Usate $g$ = 9.8 m/s$^2$ per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2}$ ~ 1.7 e $sin(\pi/6)$ = ½]




a) Quanto vale, in modulo, la tensione $T$ della fune?

$T$ = …………………………………… ~ …….. N $g(3m_2-m_1)sin\theta_0/cos\theta_0 = 2gmtg\theta_0$ ~ 5.8 N [il sistema è in equilibrio traslazionale e rotazionale (attorno al polo O). Per soddisfare quest'ultima condizione, occorre che sia nulla la somma vettoriale dei momenti delle forze esterne, che sono dovute alle sole forze peso che agiscono sulle masse. Tenendo conto in modo opportuno dei segni e dei bracci delle forze, deve essere $0=-TL_1cos\theta_0+m_2g(L-L_1)sin\theta_0 - m_1gL_1sin\theta_0$, da cui la soluzione. Notate che la stessa soluzione deve anche ottenersi considerando il sistema come un corpo rigido, individuandone il centro di massa (che è a metà della lunghezza dell'asta) e supponendo la forza peso complessiva applicata al centro di massa]

b) Ad un certo istante la fune viene improvvisamente tagliata e il sistema si mette a ruotare: quanto vale la sua velocità angolare $\omega'$ nell'istante in cui l'asta assume una direzione verticale? [Considerate trascurabile ogni forma di attrito]

$\omega'$ = …………………………………… ~ ……… rad/s $(8g(1-cos\theta_0)/(5L))^{1/2}$ ~ 1.4 rad/s [poiché sul sistema non agsicono forze dissipative, si conserva l'energia meccanica, per cui $0 = \Delta E_K+\Delta U_G$. Trattando il sistema delle due masse come un corpo rigido, si ha subito che il momento di inerzia (rispetto al polo considerato) vale $I = m_1L_1^2+m_2(L-L_1)^2=5mL^2/8$. Si ha quindi $\Delta E_K=I\omega'^2/2=5mL^2/16$. La variazione di energia potenziale gravitazionale è dovuta al fatto che la massa $m_1$ "si alza" di un tratto $|L_1(1-cos\theta_0)|$ mentre la massa $m_2$ "si abbassa" di un tratto $|(L-L_1)(1-cos\theta_0)|$ . Tenendo conto dei segni in modo opportuno si ottiene $\Delta U_G=m_1gL_1(1-cos\theta_0)-m_2g(L-L_1)(1-cos\theta_0)=mg(1-cos\theta_0)(2L_1-L)$, da cui la soluzione. Anche in quiesto caso notate che lo stesso risultato si ottiene considerando la variazione di quota del centro di massa (e la massa complessiva del sistema)]

c) Supponendo che il sistema sia messo in condizione di compiere **piccole oscillazioni** (ad esempio, supponendo che l'angolo $\theta_0$ di cui alla domanda precedente sia $\theta_0$<<1), quanto vale il periodo $T$ di oscillazione?

$T$= …………………………………… ~ ……… s $2\pi/\Omega=2\pi/(4g/(5L))^{1/2}=\pi(5L/g)^{1/2}$~ 2.2 s [il moto di rotazione del sistema è dovuto ai soli momenti delle forze peso agenti sulle due masse puntiformi (la fune è stata tagliata!). Come discusso nella risposta al punto a), la somma di questi momenti si può scrivere, per un angolo $\theta$ generico, come: $\tau = gsin\theta(-m_2(L-L_1)+m_1L_1)=-mg(L/2)sin\theta_0$, dove si è correttamente associato il segno negativo al moto antiorario (che è quello che fa diminuire il valore di $\theta$). L'equazione del moto rotazionale è allora: $d^2\theta/dt^2=\tau/I = -(4g/(5L))sin\theta$. Nel caso di piccole oscillazioni ($sin\theta \sim \theta$), questa equazione differenziale ammette soluzione armonica con pulsazione $\Omega = (4g/5L)^{1/2}$, da cui la soluzione]

3. Una quantità $n$ di moli di Elio, un gas **monoatomico** che può essere considerato perfetto, compie un ciclo termico costituito dalla successione delle seguenti trasformazioni **reversibili**: espansione isoterma A→B, compressione isobara B→C, compressione adiabatica C→A. I dati noti del ciclo sono: $P_A$ = 8.31x10$^5$ Pa, $V_A$ = 1.00x10$^{-2}$ m$^3$, $V_C = 8V_A$. [Nella soluzione usate il valore $R$ = 8.31 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

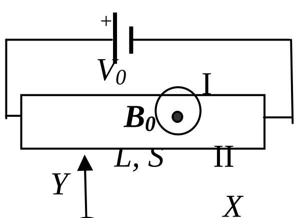
a) Quanto vale il volume $V_B$ del gas al punto B del ciclo?

$V_B$ = ……………………………. = .......... m$^3$ $P_AV_A/(P_A(V_A/V_C)^\gamma) = V_A(V_C/V_A)^\gamma = V_A8^{5/3} = 32V_A$ = 0.320 m$^3$ [per la legge dei gas perfetti deve essere $V_B = nRT_B/P_B = nRT_0/P_B$, con $T_0 = P_0V_0/(nR)$; per l'adiabatica C→A si può scrivere $P_C = P_B = P_0(V_0/V_1)^\gamma$, con $\gamma = c_P/c_V =(c_V+1)/c_V = 5/3$; combinando le due equazioni si ottiene la soluzione]

b) Quanto vale l'efficienza $\eta$ di una macchina che usa questo ciclo termico? [Per la soluzione può farvi comodo sapere che $ln(2)$ ~ 0.69]

$\eta$ = ....................................... ~ ............. $1+c_P(T_C-T_A)/(RT_Aln(V_B/V_A))=1+(5/3)(T_A(1/4-1))/(T_Aln(V_B/V_A))=1-5/(4ln(32))= 1-5/(4ln(2^5))=1-1/(4ln(2))$ ~ 0.64 [l'efficienza del ciclo è $\eta = L/Q_{ass} = 1 + Q_{ced}/Q_{ass}$. Il calore viene assorbito nella trasformazione A→B e ceduto in quella B→C (la C→A non scambia calore!) e si ha $Q_{ass} = L_{A\to B} = nRT_Aln(V_B/V_A)$ e $Q_{ced} = nc_P(T_C-T_B) = nc_P(T_C-T_A)$, dove abbiamo usato $T_B$=$T_A$ (isoterma!). Per determinare la temperatura $T_C$ basta usare la legge delle isobare: $T_C = T_BV_C/V_B = T_AV_C/V_B = T_A (8V_A/32V_A)=T_A/4$, dove si è usato il dato del problema relativo a $V_C$ e il risultato della domanda precedente. Usando l'espressione $c_P = R+c_V = (5/2)R$, valida per un gas perfetto monoatomico, e sfruttando le note proprietà della funzione logaritmo, si ottiene il risultato]

4. Una barretta di sezione quadrata $S$ = 1.0 cm$^2$ e lunghezza $L$ = 10 cm, fatta di materiale conduttore **omogeneo** di conducibilità $\sigma_C$ = 1.6x10$^3$ (ohm m)$^{-1}$, è collegata come in figura ad un generatore di differenza di potenziale continua $V_0$ = 10 V. Il sistema si trova in condizioni **stazionarie**.



a) Quanto vale il modulo della **densità di corrente *j*** che scorre nella barretta? [Suggerimento: tenete in debito conto l'omogeneità del materiale e trascurate ogni possibile "effetto ai bordi"]

$j$ = ......................................... = ............. A/m$^2$ $\sigma_C V_0/L = 1.6\text{x}10^5$ A/m$^2$ [per definizione di densità di corrente, si ha $\mathbf{j} = \sigma_C \mathbf{E}$ ; nel problema considerato (materiale omogeneo e assenza di effetti ai bordi) il campo elettrico è uniforme e diretto lungo $X$ . Il suo modulo è quindi $E=V_0/L$ , da cui la soluzione. Notate che a questa risposta si arriva anche (in modo leggermente più laborioso) deducendo l'intensità di corrente attraverso la legge di Ohm (macroscopica), calcolando la resistenza a partire dalla conducibilità e dalla geometria, e quindi risalendo al modulo della densità di corrente, il cui flusso è l'intensità di corrente, facendo $I/S$]

b) Supponete ora che, come mostrato in figura, la barretta sia interessata da un campo magnetico esterno, uniforme e costante, di modulo $B_0$ = 1.0x10$^{-2}$ T diretto nel verso positivo dell'asse $Z$. Sapendo che la densità degli elettroni che formano la corrente all'interno della barretta vale $n_e$ = 1.0x10$^{22}$ elettroni/m$^3$, quanto vale, in prima approssimazione, la componente $F_Y$ della forza che agisce su **uno** degli elettroni che formano la corrente? [Usate il valore $e$ = 1.6x10$^{-19}$ C per l'unità di carica; esprimete il risultato rispetto al riferimento di figura]

$F_Y$ = ......................................... = ............. N $ejB_0/(n_e e) = \sigma_c V_0 B_0/(L n_e) = 1.6\text{x}10^{-19}$ N [per la forza di Lorentz si ha $\mathbf{F} = e\mathbf{v}\text{x}\mathbf{B_0}$. In prima approssimazione, la velocità da considerare è quella (lungo $X$) dovuta alla corrente. Ricordando che $j = nev$ ed eseguendo in modo opportuno il calcolo del prodotto vettoriale (per quanto riguarda i segni, osservate che gli elettroni, carichi negativamente, si muovono nel verso negativo dell'asse $X$), si ottiene il risultato]

c) Quanto vale, in condizioni stazionarie, la differenza di potenziale $\Delta V_Y$ che si misura tra la faccia superiore e quella inferiore della barretta? [Facendo riferimento alla figura, si chiede di determinare $\Delta V_Y = V_I - V_{II}$ , con I e II punti indicati in figura]

$\Delta V_Y$ = ......................................... ~ ............. V $E^*S^{1/2}=-F_Y S^{1/2}/e\sim -\sigma_c V_0 B_0 S^{1/2}/(eLn_e)= -1.0\text{x}10^{-2}$ V [la forza di Lorentz determinata sopra può essere considerata, ai fini dei suoi effetti, come un campo "impresso" che agisce sulle cariche elettriche, il cui modulo vale $E^*=|F_Y/e|$. Questo campo è ovviamente uniforme lungo tutto lo spessore della barretta, il cui spessore (la dimensione lungo $Y$, che è quella rilevante) vale $S^{1/2}$ dato che la sezione è quadrata. Da qui la soluzione, dove si è anche osservato che la forza considerata spinge le cariche negative (gli elettroni) verso l'alto, come dimostrato nella risposta alla domanda precedente, e dunque la faccia inferiore viene trovarsi ad un potenziale maggiore rispetto a quella superiore (se le due facce venissero collegate con un circuito esterno, le cariche negative andrebbero dalla faccia superiore a quella inferiore). Notate che l'esercizio considerato rappresenta una applicazione del cosiddetto effetto Hall]

---

**Nota**: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 29/1/2009 Firma: