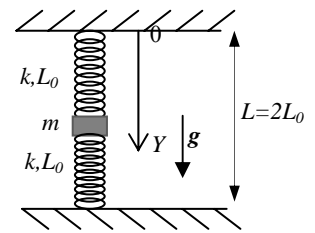


Nome e cognome: ..... Matricola: .....

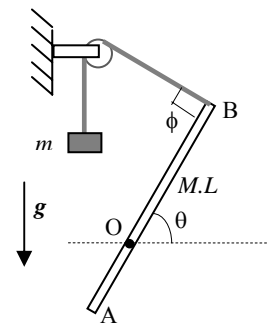
Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

PARTE 1,2

1. Una massa puntiforme  $m = 0.40$  kg è vincolata agli estremi di due molle, identiche fra loro e aventi costante elastica  $k = 9.8$  N/m e lunghezza di riposo  $L_0 = 50$  cm. Gli altri estremi delle due molle sono vincolati rispettivamente a un solaio e a un pavimento rigidi e indeformabili, come rappresentato schematicamente in figura. La distanza tra pavimento e solaio è  $L = 2L_0$ . Il movimento della massa, che avviene con **attrito trascurabile**, è solo in direzione verticale; [Indicate tale direzione come  $Y$  e usate un asse centrato sul solaio e orientato verso il basso, come in figura. Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]
- a) Usando l'asse di riferimento  $Y$  indicato in figura, quanto vale la posizione di **equilibrio**  $y_{EQ}$ ? [Ricordate che la massa è **puntiforme**, anche se, per esigenze tipografiche, essa appare in figura come un oggetto dotato di dimensioni non nulle; sfruttate in modo opportuno la semplice geometria del sistema!]  
 $y_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m
- b) Supponete ora che la massa venga spostata, a causa di una forza esterna, nella posizione  $y_0 = 3L_0/5 = 30$  cm (fate sempre riferimento all'asse  $Y$  di figura) e quindi venga istantaneamente lasciata libera di muoversi con velocità iniziale nulla. La massa inizierà un movimento di tipo oscillatorio e, ad un certo istante, passerà per la posizione  $y' = L_0$  (a metà strada). Quanto vale la sua velocità  $v'$  in questo istante? [Suggerimento: nella posizione  $y'$  entrambi le molle hanno lunghezza pari alla propria lunghezza di riposo...]  
 $v' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m/s
- c) Quanto vale la pulsazione  $\omega$  del moto oscillatorio della massa? Come si scrive la legge oraria del moto  $y(t)$ ? [Fate finta che il moto oscillatorio proposto sia realmente possibile a prescindere dalle condizioni iniziali date. Nello scrivere la legge oraria, specificate tutti i parametri che possono essere conosciuti sulla base delle condizioni iniziali]  
 $\omega = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  rad/s  
 $y(t) = \dots\dots\dots$

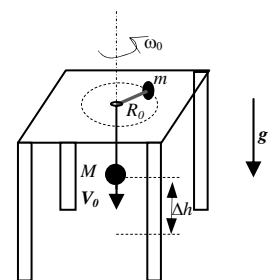


2. Una sottile sbarra omogenea di lunghezza  $L = 1.0$  m e massa  $M = 2.0$  kg è imperniata in modo da poter ruotare con attrito trascurabile attorno a un perno che la attraversa a tre quarti della sua lunghezza: facendo riferimento alla figura, questo significa che le lunghezze dei segmenti indicati sono  $OA = L/4$  e  $OB = 3L/4$ . All'estremo B della sbarra è legata una fune inestensibile di massa trascurabile che, dopo essere passata per la gola di una puleggia di **massa trascurabile**, termina con un peso di massa  $m$  (incognita). Tutto il sistema è in **equilibrio** con gli angoli rappresentati in figura che valgono  $\theta = \pi/3$  e  $\phi = \pi/2$ . [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che  $\cos(\pi/3) = 1/2$  e  $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$ , con  $\sqrt{3} \sim 1.7$ ]
- a) Quanto valgono, **in modulo**, la tensione  $T$  della fune e la forza  $F$  che il perno esercita sull'asta nel punto O?  
 $T = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  N  
 $F = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  N
- b) Supponete ora che, ad un dato istante, la fune venga improvvisamente tagliata; subito dopo il taglio si osserva che la sbarra comincia a ruotare attorno all'asse passante per il perno. Nella sua rotazione la sbarra assume ad un dato istante una direzione verticale (cioè l'angolo  $\theta$  di figura vale  $-\pi/2$ , intendendo con il segno negativo che, in questo istante, l'estremo A si trova più in alto dell'estremo B). Quanto vale la velocità angolare  $\omega$  della sbarra in tale istante? [Trascurate ogni forma di attrito]  
 $\omega = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  rad/s
- c) Quanto vale l'accelerazione angolare  $\alpha$  della sbarra nell'istante considerato sopra, cioè quando la sbarra passa per la verticale?  
 $\alpha = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  rad/s<sup>2</sup>



PARTE 3

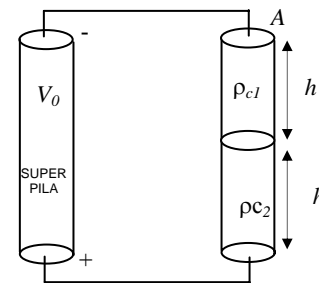
3. Due masse puntiformi,  $m$  e  $M$ , sono legate fra di loro da una fune inestensibile di massa trascurabile. La massa  $m$  ruota, con attrito trascurabile, sul piano di un tavolino, mentre la massa  $M$  è libera di muoversi in direzione verticale. La situazione è descritta schematicamente in figura: un buco sul tavolino consente alla fune di passare attraverso il piano. Ad un dato istante si osserva che: la massa  $m$  ruota con velocità angolare  $\omega_0$ ; il raggio dell'orbita vale  $R_0$  (tale raggio è evidentemente pari alla distanza tra la massa  $m$  e il buco del tavolino, che si può supporre praticamente puntiforme); la massa  $M$  si muove verso il basso con velocità di modulo  $V_0$  (notate che la situazione considerata **non** è stazionaria, nel senso che tutte e due le masse si stanno muovendo). [Trascurate **ogni** forma di attrito]
- a) Discutete per benino, in brutta, quali grandezze meccaniche del **sistema** costituito dalle due masse unite dalla fune si conservano nel problema considerato, tra energia meccanica e momento angolare.  
 Discussione: .....
- b) Vi chiedete ora quanto vale la velocità angolare  $\omega$  quando la massa  $M$  si è abbassata di un tratto  $\Delta h$  rispetto alla situazione descritta nel testo. Per semplificare l'algebra della soluzione, supponete  $m=M/2$ . Notate che, con i dati del problema, è molto complicato rispondere. Ai fini del compito è sufficiente sfruttare le condizioni di conservazione che avete individuato in precedenza e scrivere delle equazioni "sensate" che vi permettano di mettere in relazione le varie grandezze incognite. Discutete per benino in brutta! [Non utilizzate valori numerici, che non sono forniti, in questa risposta, ma limitatevi ad esprimere le equazioni in funzione dei dati letterali noti del problema; indicate con  $g$  il modulo dell'accelerazione di gravità. State bene attenti a considerare nel modo corretto la velocità della massa  $m$  che, mentre ruota, si avvicina anche verso il buco per effetto della discesa della massa  $M$ ]  
 Discussione: .....



4. Una quantità  $n = 1.0 \times 10^{-1}$  moli di gas perfetto **monoatomico** compie il ciclo termico **reversibile** costituito dalla successione delle seguenti trasformazioni: espansione isoterma  $A \rightarrow B$ , compressione isobara  $B \rightarrow C$ , compressione adiabatica  $C \rightarrow A$ . I dati noti del ciclo sono:  $P_A = P_C = 8.3 \times 10^5$  Pa,  $V_A = V_C = 1.0$  litri,  $V_B = V_D = 8V_A = 8.0$  litri. [Nella soluzione usate il valore  $R = 8.3$  J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]
- Quanto vale il volume  $V_B$  del gas al punto B del ciclo?  
 $V_B = \dots\dots\dots$  litri
  - Quanto vale l'efficienza  $\eta$  di una macchina che usa questo ciclo termico? [Per la soluzione può farvi comodo sapere che  $\ln(8) \sim 2.1$ ]  
 $\eta = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$
  - Quanto vale la variazione di entropia  $\Delta S$  per la **successione** di trasformazioni  $A \rightarrow B \rightarrow C$ ?  
 $\Delta S = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  J/K

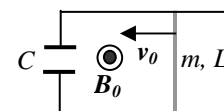
**PARTE 4**

5. Un circuito elettrico è formato da una pila (un generatore ideale di differenza di potenziale  $V_0 = 1.4$  V) collegata ad un resistore elettrico. Il resistore è costituito da una coppia di elettrodi perfettamente conduttori che racchiudono una serie di due bacchette cilindriche **omogenee** (con la stessa area di base  $A = 10$  mm<sup>2</sup> e la stessa altezza  $h = 2.0$  cm) formate da **due diversi materiali debolmente conduttori** con resistività rispettivamente  $\rho_{c1} = 2.0 \times 10^{-3}$  ohm m e  $\rho_{c2} = 5.0 \times 10^{-3}$  ohm m. La figura rappresenta uno schema del circuito. Supponete che all'interno di ognuno dei due materiali debolmente conduttori il campo elettrico sia **uniforme** e diretto assialmente (verticalmente rispetto alla figura); considerate il sistema in **condizioni stazionarie**.



- Quanto vale la potenza  $P$  erogata dal generatore?  
 $P = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  W
- Quanto vale la densità superficiale di carica elettrica  $\sigma$  che si accumula, in condizioni stazionarie, sulla superficie di interfaccia tra i due conduttori, cioè sulla superficie tra il materiale 1 e il materiale 2? [Usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$  F/m come costante dielettrica dei materiali]  
 $\sigma = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  C/m<sup>2</sup>
- Che direzione, verso e modulo ha il vettore (di Poynting)  $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B} / \mu_0$  sulla superficie (laterale) dei cilindri costituiti dai due materiali 1 e 2? E che direzione e verso avrà, ragionevolmente, lo stesso vettore sulla superficie (laterale) della pila? Discutete per benino in brutta. [Per la pila, sfruttate la simmetria cilindrica suggerita dalla figura; notate che, per il calcolo, conviene riferirsi a punti che si trovano subito all'interno dei materiali, in prossimità delle superfici]  
 Direzione e verso di  $\mathbf{S}$  sulla superficie del resistore:  $\dots\dots\dots$   
 $S_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  W/m<sup>2</sup>  
 $S_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  W/m<sup>2</sup>  
 Direzione e verso di  $\mathbf{S}$  sulla superficie della pila:  $\dots\dots\dots$

6. Una barretta perfettamente conduttrice di lunghezza  $L$  e massa  $m$  scorre in direzione **orizzontale** sotto l'azione di un operatore esterno, che la mantiene a velocità costante  $v_0$  diretta nel verso indicato in figura. La barretta è collegata a due guide conduttrici che formano, assieme alla barretta, una sorta di spira che si chiude su un condensatore di capacità  $C$ ; come indicato in figura. Lo spazio compreso all'interno di questa sorta di spira è attraversato da un campo magnetico esterno **uniforme e costante**  $\mathbf{B}_0$  diretto come in figura (esce dal foglio).



- Qual è, rispetto alla figura, il verso della corrente che il campo magnetico induce nel circuito? Commentate per benino, in brutta, il perché.  
 Orario       Antiorario       Indeterminato  
 Commento:  $\dots\dots\dots$
- Come si esprime la carica  $Q$  accumulata sul condensatore in condizioni stazionarie? [Non ci sono valori numerici per questa risposta: usate le espressioni letterali dei dati noti]  
 $Q = \dots\dots\dots$

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 23/7/2009

Firma: