Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE – 17/9/2009

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

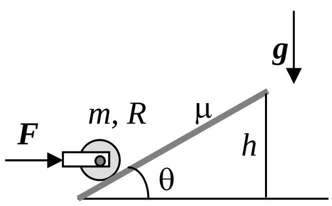
1. Un oscillatore armonico è costituito da una molla di massa trascurabile, costante elastica k = 5.0 N/m e lunghezza di riposo L_0 = 80 cm, a cui è attaccato un blocchettino (puntiforme) di massa m = 0.20 kg che può muoversi senza attrito su un piano orizzontale. La molla, un cui estremo è vincolato a una parete rigida verticale, ha il suo asse parallelo alla direzione orizzontale. Facendo riferimento a un asse X (orizzontale) che ha origine nell'estremo vincolato della molla, si sa che all'istante t_0 = 0 il blocchettino passa per la posizione $x_0 = L_0$ con una velocità v_0 = -2.0 m/s (il segno negativo indica che la velocità è diretta, nell'istante considerato, in verso opposto a quello positivo dell'asse considerato).
   a) Quanto vale l'accelerazione a_0 del blocchettino in questo istante (t_0= 0)?
   a_0 = …………………………………… = ... m/s^2 0 [l'unica forza che agisce sul blocchettino è la forza elastica, che vale zero nell'istante in cui la molla assume la propria lunghezza di riposo]

   b) Si osserva che, ad un certo istante t', il blocchettino si arresta (temporaneamente) una prima volta. Quanto valgono l'istante t' e la coordinata di arresto x'?
   t' = …………………………………… ~ ……. s $T/4 = \pi/(2\omega)= \pi/(2(k/m)^{1/2}) \sim 0.31$ s [l'equazione del moto del blocchettino è $a = -(k/m)(x-L_0)$. Questa equazione ha come soluzione la legge oraria del moto armonico: $x(t) = A\cos(\omega t+\phi) + x_{EQ}$, con $\omega = (k/m)^{1/2}$ e $x_{EQ} = L_0$ Poiché all'istante iniziale (t_0=0) il blocchettino passa proprio per la posizione di equilibrio, esso si arresterà (per la prima volta) dopo un tempo pari a un quarto del periodo, da cui la risposta]
   x' = ……………………………………………. ~ ……. m L_0+v_0/ω = 0.40 m [la legge oraria della velocità risulta essere: $v(t) = -A\omega\sin(\omega t+\phi)$. I valori di A e ϕ si determinano imponendo le condizioni iniziali (riferite all'istante t_0=0): $x(t=0)=x_0 = L_0$ e $v(t=0) = v_0$ Si ottiene facilmente $\phi = \pi/2$ e $A=-v_0/\omega$, da cui la soluzione. Notate che la risposta si può ottenere in maniera anche più immediata usando il bilancio energetico, cioè osservando che all'istante iniziale l'energia è solo di carattere cinetico mentre in quello di arresto essa ha solo carattere (potenziale) elastico. Potendosi definire nulla l'energia elastica iniziale (la molla è a riposo), si ha $(k/2)(x'-L_0)^2=(m/2)v_0^2$, da cui $x' = L_0 \pm v_0/\omega$. Il segno va poi scelto coerentemente con la situazione considerata (ovviamente il primo arresto avviene quando la molla è alla massima compressione)]

2. Due carrellini (denominati A e B), che hanno la stessa massa M = 10 kg, si muovono con **attrito trascurabile** lungo un binario orizzontale. I carrellini sono muniti di respingenti costituiti da due molle identiche fra loro, di massa trascurabile, costante elastica k = 2.0x10^2 N/m e lunghezza di riposo L_0 incognita. I due carrellini viaggiano inizialmente nella stesso verso con velocità rispettivamente v_{A0} = 2.0 m/s e $v_{B0} = v_{A0}/2$ = 1.0 m/s. Ad un certo istante il carrello A tampona il carrello B ed i respingenti vengono compressi.
   a) Quanto vale il **massimo** valore dell'energia elastica U_{ELA} « accumulata » nelle molle (tutte e due) durante il processo considerato (compressione delle molle dei respingenti) che segue l'impatto tra i carrellini?
   U_{ELA} = …………………………………… = ... J $\Delta U_{ELA} = -\Delta E_K=(M\ /2)(-2v_A'^2+v_{A0}^2+v_{B0}^2)=Mv_{A0}^2/16$ = 2.5 J [potendo definire come nulla l'energia elastica di una molla che si trova in condizioni di riposo, l'energia elastica accumulata dalle molle è dovuta alla loro compressione ed è pari alla variazione di energia elastica rispetto alla condizione iniziale, di riposo. D'altra parte sul sistema non agsicono forze dissipative, per cui si conserva l'energia meccanica, cioè : $0 = \Delta E_K+\Delta U_{ELA} = (M/2)v_A^2+ (M/2)v_B^2\ (M/2)v_{A0}^2-(M/2)v_{B0}^2 + \Delta U_{Ela}$. Nell'istante di massima compressione i due carrelli hanno velocità **relativa** nulla, cioè $v_A = v_B$. Dovendosi conservare la quantità di moto lungo la direzione orizzontale (rispetto alla quale il sistema è isolato), si ha $Mv_A+Mv_B = 2Mv_A = Mv_{A0}+Mv_{B0}$ da cui $v_A = (v_{A0}+v_{B0})/2 = (3/4)v_{a0}$, da cui la soluzione]

   b) Avendo lasciato passare un tempo sufficientemente lungo dopo l'urto, si osserva che i carrellini si separano e che le molle dei respingenti tornano in posizione di riposo. Quanto vale la velocità v_A' del carrello A in tali condizioni ? [Giustificate bene, in brutta, il procedimento adottato !]
   v_A' = …………………………………… = ... m/s $(3v_{A0}-(v_{A0}^2))/4 = v_{A0}/2 = v_{B0}$ = 1.0 m/s [valgono ancora conservazione dell'energia meccanica e della quantità di moto in direzione orizzontale. Stavolta l'energia del sistema è solo cinetica, per cui $(M/2)v_A'^2+(M/2)v_B'^2 = (M/2)v_{A0}^2+(M/2)v_{B0}^2$, cioè $v_A'^2+v_B'^2=v_{A0}^2+v_{B0}^2$. Inoltre, per la conservazione della quantità di moto, deve anche essere$M\ v_{A0} +Mv_{B0}=Mv_a'+Mv_B'$, cioè $v_{A0}+v_{B0} = v_A'+v_B'$. Combinando le due equazioni e usando i dati del problema si ottiene un'equazione algebrica di secondo grado. La soluzione va scelta, tra le due possibili, in modo tale che dopo l'urto elastico che si sta considerando la velocità del carrello A sia minore di quella iniziale. Come atteso, esce che le velocità dei due carrelli si « scambiano » tra loro]

3. Un rullo, costituito da un cilindro pieno **omogeneo** di massa m = 1.0 kg e raggio R = 10 cm, sale lungo un piano inclinato (angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale) scabro (coefficiente di attrito statico μ = 0.90) di altezza h = 4.2 m sotto l'azione di una forza uniforme e costante $\boldsymbol{F}$ orizzontale applicata all'asse del cilindro tramite un giogo di massa trascurabile, come rappresentato in figura. Il modulo di questa forza vale F = 20 N: si osserva che in queste condizioni il cilindro risale lungo il piano inclinato muovendosi di **rotolamento puro**. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\sin(\pi/6)$ = 1/2 e $\cos(\pi/6) \sim 0.87$; considerate trascurabile l'attrito dovuto alla rotazione del cilindro attorno all'asse]



   a) Quanto vale, in queste condizioni, il modulo della forza di attrito F_A tra generatrice del cilindro e piano inclinato?
   F_A = …………………………………… = ………… N $(F\cos\theta - mg\sin\theta)/(1+mR^2/I) = (F\cos\theta - mg\sin\theta)/3$ = 4.2 N [l'equazione del moto rotazionale si scrive $\alpha = a_{CM}/R = F_A R/I$, con $I = (m/2)R^2$ momento di inerzia del cilindro pieno omogeneo per rotazione attorno al suo asse. L'equazione del moto traslazionale del centro di massa del cilindro si scrive: $a_{CM} = (F\cos\theta-mg\sin\theta-F_A)/m$. Mettendo a sistema le due equazioni e risolvendo per F_A si ottiene la soluzione]

   b) Quanto vale l'intervallo di tempo Δt necessario perché il cilindro, partendo da fermo dalla base del piano inclinato, ne raggiunga la sommità?

Δt = …………………………………… ~ ………… s $(hm/(F_A sin\theta))^{1/2}$ ~ 1.4 s [da quanto determinato al punto sopra si ottiene $a_{CM} = F_A R^2/I = 2F_A/m$. Il moto del centro di massa è uniformemente accelerato e la legge oraria recita $L = h/sin\theta = (a_{CM}/2)\Delta t^2$, da cui la soluzione]

4. Una certa quantità (incognita) di Elio, un gas monoatomico che può essere considerato perfetto, partecipa ad un ciclo termico composto dalla sequenza di trasformazioni **reversibili**: compressione isoterma A → B, compressione isobara B → C, espansione isoterma C → D, compressione adiabatica D → A. I dati noti del ciclo sono: V_A = 9.00 litri, $V_B = 2V_A/3$ e $V_C = V_B/4$. Si sa inoltre che l'espansione isoterma C → D avviene mantenendo il gas a contatto termico con un termostato costituito da un'enorme massa di acqua e ghiaccio fondente mescolati ed in equilibrio termico fra loro. [Usate R = 8.31 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

   a) Quanto vale il volume V_D occupato dal gas nel punto D del ciclo?

   V_D = …………………………………… = …….. m^3 $V_A(T_A/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A(T_B/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A((T_DV_B/V_C)/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A(V_B/V_C)^{3/2} = 8V_A$ = 7.20x10^{-2} m^3 [si usano le leggi di isobara e adiabatica reversibile, notando che $T_A = T_B$ e $T_C = T_D$ e che, per un gas perfetto monoatomico, è $\gamma = c_P/c_V = 5/3$]

   b) Sapendo che nell'espansione isoterma C → D viene solidificata una massa m = 10 g di acqua (calore latente di fusione del ghiaccio λ_F = 3.33x10^5 J/kg), quanto vale il numero di moli n del gas Elio che partecipa alla trasformazione? [Può farvi comodo sapere che $ln(48)$ ~ 3.87]

   n = …………………………………… ~ …….. moli $m\,\lambda_F/(RT_F ln(V_D/V_C))$ ~ 0.379 moli [il calore ceduto dal gas nell'espansione serve per far passare alla fase solida la massa m d'acqua, operazione che richiede una quantità $Q = m\lambda_F$ di calore; si noti che la trasformazione avviene, come stabilito nel testo, mantenendo il gas alla temperatura di fusione dell'acqua T_F = 273 K]

   c) Quanto vale la variazione di entropia ΔS del gas nella trasformazione A → C (cioè nella successione di trasformazioni A → B → C)?

   ΔS = …………………………………… = …….. J/K $-(\Delta S_{A\to D}+\Delta S_{D\to C}) = -\Delta S_{D\to C} = -Q_{D\to C}/T_F = nRln(V_D/V_C) = m\lambda_F/T_F$ = 122 J/K [la variazione di entropia della sequenza prescelta è opposta a quella della sequenza costituita dall'espansione isoterma e dall'adiabatica; quest'ultima, essendo reversibile, è isoentropica, ed usando l'espressione per la variazione di entropia delle isoterme reversibili assieme alle soluzioni ai quesiti precedenti si ottiene il risultato]

5. Un lungo solenoide è realizzato con un numero grande N di spire di filo di resistività trascurabile avvolte in modo da formare una superficie cilindrica di raggio a ed altezza h (con $h>>a$). Il solenoide è collegato ad un generatore di corrente **variabile** la cui intensità $I(t)$ è funzione del tempo: inizialmente il generatore è spento e non passa corrente; all'istante t_0 = 0 esso viene acceso e l'intensità di corrente cresce in modo **linearmente proporzionale** al tempo fino a raggiungere il valore I_0 all'istante t'. [Non usate valori numerici, che non ci sono in questo esercizio, ma esprimete la soluzione in funzione dei parametri letterali noti; indicate con μ_0 la permeabilità magnetica del vuoto]

   a) Come si esprime l'intensità del campo magnetico $B(t)$ all'interno del solenoide nell'intervallo di tempo 0,t'? [Sfruttate il fatto che il solenoide è molto lungo e giustificate per bene la vostra risposta in brutta; notate che l'istante t' non è così piccolo da non poter considerare come "quasi-stazionario" il problema]

   $B(t)$ = …………………………………… $\mu_0 NI_0 t/(ht')$ [sulla base della descrizione riportata nel testo è facile scrivere: $I(t) = I_0 t/t'$. Applicando il teorema di Ampere al solenoide (supposto infinitamente lungo) si trova il risultato. Il campo considerato, visto che il solenoide è "molto lungo", si può ritenere uniforme e diretto assialmente (il campo esterno al solenoide è nullo). Ovviamente questa procedura suppone di poter impiegare un approccio "quasi-stazionario", basato sull'uso di equazioni di Maxwell per condizioni stazionarie o con variazioni temporali limitate; questo è il significato della considerazione riportata fra parentesi]

   b) Come si esprime la differenza di potenziale $V(t)$ misurata ai capi del solenoide? [Ricordate che, secondo il testo, le resistenze elettriche del sistema possono essere considerate trascurabili]

   $V(t)$ = …………………………………… $-d\Phi(\mathbf{B}(t))/dt = -N\pi a^2\,\mu_0 NI_0/(ht')$ [per la legge di Faraday, notando che il flusso "concatenato" con il solenoide è, essendo il campo uniforme, pari a $B\pi a^2 N$. Notate che questo risultato presuppone che non ci sia una differenza di potenziale "spontaneamente" presente ai capi del generatore di corrente, situazione che rispecchia quella dei generatori di corrente ideali. Nella realtà, poiché la resistenza del filo di cui è fatto il solenoide potrà essere difficilmente ritenuta nulla, così come la resistenza "interna" del generatore, ci sarà anche un contributo legato alle resistenze del sistema e alla caduta di potenziale relativa]

   c) Come si esprime, in funzione del tempo, la potenza $P(t)$ erogata dal generatore?

   $P(t)$ = ……………………………………….. $I(t)V(t) = N^2 I_0^2 \pi a^2 \mu_0^2 t/(ht')^2$ [la potenza erogata dal generatore è pari al prodotto di differenza di potenziale per la corrente]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 17/9/2009 Firma: