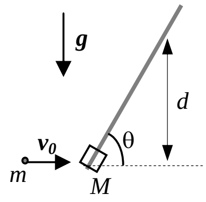
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 18/2/2010

Nome e cognome: ……………………………………………………. Matricola: ……………

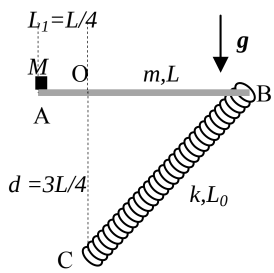
Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*



1. Un proiettile (puntiforme) di massa m = 50 g colpisce un manicotto (puntiforme) di massa $M = 4m$ = 0.20 kg vincolato a muoversi con attrito trascurabile lungo una guida fissa, rigida e indeformabile, disposta in modo da formare un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale, come rappresentato in figura; inizialmente il manicotto si trova **fermo** alla base della guida (vedi figura). La velocità con cui il proiettile colpisce il manicotto è diretta orizzontalmente e ha modulo $v_0 = 1.0\times10^2$ m/s. Si sa che in seguito all'urto il proiettile **non** rimane conficcato nel manicotto, ma **non** si è neppure sicuri, a priori, che l'urto sia perfettamente elastico. Quello che si sa è che, in seguito all'urto, il manicotto inizia a risalire lungo la guida fino a raggiungere una quota massima d = 2.5 m (misurata rispetto all'orizzontale), mentre il proiettile subito dopo l'urto ha una velocità di modulo v' (incognito), ancora diretta **orizzontalmente**. [Trascurate ogni forma di attrito e usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; può farvi comodo ricordare che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = ½$]

a) Potete stabilire se l'urto è perfettamente elastico oppure no? Discutete per benino in brutta.
Discussione: ………………………………….. L'urto si definisce perfettamente elastico quando si conserva l'energia cinetica totale del sistema. Detti v' e V' i moduli delle velocità di proiettile e manicotto dubito dopo l'urto, per un urto elastico deve verificarsi: $(m/2)v_0^2 = (m/2)v'^2+(M/2)V'^2$, cioè, tenendo conto del rapporto tra le masse: $v_0^2 = v'^2+4V'^2$. Se l'urto fosse non perfettamente elastico, allora parte dell'energia cinetica "iniziale" dovrebbe finire in qualche altra forma di energia, e quindi dovrebbe essere $v_0^2 = v'^2+4V'^2$. D'altra parte la conservazione dell'energia meccanica per il moto del manicotto stabilisce $Mgd = (M/2)V'^2$, cioè $V'=(2gd)^{1/2}$. Inoltre, a prescindere dalla tipologia di urto, si può affermare che il sistema è isolato, nel breve periodo dell'urto, lungo la direzione della guida. Infatti la guida è in grado di esercitare delle forze impulsive dirette come la reazione vincolare, cioè ortogonali alla guida stessa. Tenendo conto dell'angolo θ di figura, e usando l'informazione del testo relativa alla direzione della velocità ***v'***, la conservazione della quantità di moto si scrive: $mv_0cos\theta = mv'cos\theta + MV'$, da cui, sfruttando la relaziona tra le masse e valutando il coseno, $v_0/2 = v'/2+4V'$, cioè $v' = v_0 - 8V'$. Sostituendo nell'uguaglianza, o disuguaglianza, di sopra, si ottiene che dobbiamo confrontare con v_0^2 il termine $v'^2+4V'^2 = (v_0-8V')^2+4V'^2 = v_0^2-16v_0V'+68V'^2 = v_0^2 - 16v_0(2gd)^{1/2}+136gd$. Sostituendo i valori numerici si vede che l'uguaglianza non è verificata, mentre è invece verificata la disuguaglianza, per cui l'urto **non** è perfettamente elastico

b) Quanto vale la velocità v' che il proiettile possiede **subito dopo** l'urto?
v' = …………………………………… = ………. m/s $v_0 - 8(gd)^{1/2}$ = 44 m/s [come discusso sopra, la conservazione della quantità di moto implica $v' = v_0-8V' = v_0 - 8(gd)^{1/2}$, da cui la soluzione]



2. Il sistema descritto in figura è costituito da un'asta sottile **omogenea** di lunghezza L = 4.0 m e massa m = 8.0 kg, imperniata in modo da poter ruotare con attrito trascurabile su un piano verticale attorno a un perno che attraversa la distanza nel punto "O", collocato a distanza $L_1 = L/4$ dall'estremo marcato come "A" in figura. All'estremo "B" della sbarra è vincolata l'estremità di una molla di massa trascurabile, costante elastica k = 98 N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 3L/4$. L'altra estremità della molla è fissata al punto "C" che si trova sulla verticale del perno "O", a una distanza $d = 3L/4$ da questo (vedi figura). Si osserva che appoggiando una massa (puntiforme) M incognita sull'estremo "A" il sistema si trova in **equilibrio** con la sbarra in direzione orizzontale, come in figura. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Quanto vale la massa M necessaria per avere equilibrio?
M = …………………………….. ~ .... kg $m+(9kL/(4g))(1-1/2^{1/2})$ ~ 34 kg [per l'equilibrio rotazionale, deve essere nulla la somma vettoriale dei momenti delle forze agenti sulla sbarra. Calcoliamoli rispetto al polo "O": si ha il momento della forza peso della sbarra, applicato al centro di massa, cioè a distanza $L/4$ rispetto al polo (la sbarra è omogenea), che tende a far ruotare la sbarra in senso orario e ha **modulo** $mgL/4$; si ha poi il momento della forza peso della massa M che tende a far ruotare la sbarra in senso antiorario e ha **modulo** $MgL/4$; infine si ha il momento della forza elastica che tende a far ruotare la sbarra in senso orario. Il modulo di questo momento si ottiene moltiplicando il modulo della forza elastica $k\Delta$ per il braccio, che vale $(3L/4)cos\theta$, essendo θ l'angolo compreso tra la direzione della sbarra (orizzontale) e quella dell'asse della molla. Il triangolo COB è isoscele e l'angolo al vertice "O" è retto, per cui $\theta = \pi/4$; quindi il momento della forza elastica ha **modulo** $k\Delta(3L/4)/2^{1/2}$. Inoltre la geometria del problema indica che la lunghezza della molla è, per il teorema di Pitagora, pari a $2^{1/2}(3L/4)$, cioè $\Delta = 2^{1/2}(3L/4) - L_0 = (3L/4)(2^{1/2}-1)$. Bilanciando i momenti si ottiene quindi la soluzione]

b) Ad un dato istante la massa M si "volatilizza" per prodigio, cioè essa diventa improvvisamente nulla, senza che venga fornita alcuna velocità iniziale alla sbarra. Quanto vale, **subito dopo** questa magia, l'accelerazione angolare α con cui la sbarra **comincia** a ruotare attorno al perno?
α = …………………………….. =.......... rad/s^2 $(MgL/4)/(7mL^2/48) = (12/7)(M/m)(g/L)$ ~ 18 rad/s^2 [l'equazione del moto rotazionale stabilisce che $\alpha = \Sigma\tau/I$. La sommatoria dei momenti delle forze comprende solo il momento della forza peso della sbarra (la massa M non c'è più!) e il momento della forza elastica. Poiché la domanda si riferisce all'istante iniziale del movimento, le intensità di questi due momenti di forza si calcolano come sopra, cioè $\Sigma\tau = mgL/4 + k\Delta(3L/4)cos\theta$. In modo furbo, si può notare che questa somma è uguale, in modulo, al momento della forza che prima veniva prodotto dalla massa M , per cui $\Sigma\tau = MgL/4$, con M determinato sopra. Il momento di inerzia I si può calcolare o per integrazione diretta o usando il teorema degli assi paralleli: $I = I_{CM}+m(L/4)^2 = mL^2/12+mL^2/16 = 7mL^2/48$, da cui la soluzione]

c) Si osserva poi che, a un certo istante successivo a quello di partenza, la sbarra si arresta momentaneamente (essa inizia infatti un moto di rotazione periodico). In tale istante di arresto, la sbarra forma un angolo ϕ' rispetto all'orizzontale. Supponendo di conoscere ϕ', come si esprime la compressione della molla in tale istante di arresto? [Trascurate ogni forma di attrito; in questa risposta **non** dovete fornire un risultato numerico, ma, come specificato, esprimere Δ' in funzione di ϕ' e degli altri parametri noti del problema, indicati con i loro simboli]

Δ' = …………………………….. $((3L/4)(2^{1/2}-1))^2+mg\sin\phi/(2k))^{1/2}$ [non essendoci forze dissipative si conserva l'energia meccanica del sistema, cioè $0 = \Delta E_K+\Delta U_{ELA}+\Delta U_G$. Considerando come istante iniziale quello di partenza, in cui la sbarra è praticamente ferma, la variazione di energia cinetica nel processo è nulla. Inoltre la variazione di energia potenziale, dovuta al solo cambio di quota del centro di massa, si scrive $\Delta U_G = -mg(L/4)\sin\phi$, come si può facilmente verificare con semplici considerazioni geometriche e trigonometriche. Infine la variazione di energia elastica si scrive $\Delta U_{ELA} = (k/2)(\Delta'^2-\Delta^2)$, con Δ estensione iniziale della molla già calcolata prima come $\Delta = (3L/4)(2^{1/2}-1)$. Si ha quindi: $\Delta'^2 = \Delta^2 + (2/k)(mg(L/4)\sin\phi$, da cui la soluzione]

3. Un campione di $n = 9.8\times10^{-3}$ moli di gas perfetto monoatomico si trova all'interno di un recipiente cilindrico che ha area di base $S = 0.98$ cm^2 ed è dotato di pareti indeformabili che formano un'intercapedine riempita con una grande quantità di acqua e ghiaccio fondente. In particolare, la parete "interna" è perfettamente trasparente al calore, mentre quella esterna è praticamente impermeabile al calore: in questo modo si ottiene che il gas è a contatto termico con il ghiaccio fondente e lo scambio di calore con il "mondo esterno" può essere considerato trascurabile. Nel recipiente può scorrere, in direzione verticale (la direzione dell'asse del cilindro) e con attrito trascurabile, un tappo di massa m (incognita) che suddivide il volume del recipiente in due regioni: in quella "di sotto" si trova il gas, mentre in quella "di sopra" è fatto il vuoto pneumatico. Inizialmente la regione occupata dal gas ha altezza $h_0 = 10$ cm e le condizioni sono di **equilibrio**. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e $R = 8.3$ J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto deve valere la massa m del tappo?

m = ………………………………… = ...…. kg $nRT_0h_0/g = 23$ kg [il gas è all'equilibrio con una grande massa di ghiaccio fondente, pertanto esso si trova alla temperatura $T_0 = 273$ K. Inoltre, essendo all'equilibrio, la sua pressione deve uguagliare la pressione esercitata dal tappo, che vale $P_0 = mg/S$. Dalla legge dei gas perfetti si trova $P_0V_0 = P_0Sh_0 = mgh_0 = nRT_0$, da cui la soluzione]

b) Supponete ora che, all'interno del gas, avvenga a un certo istante una qualche reazione chimica che comporta un'esplosione in cui viene liberata una certa quantità di calore Q_{ESPL} (incognita). Dopo un certo tempo, necessario perché il gas raggiunga una nuova condizione di equilibrio, si osserva che una quantità $\Delta M = 20$ g di ghiaccio si è fusa all'interno dell'intercapedine. Quanto vale la nuova altezza h' della regione occupata dal gas dopo che il sistema ha nuovamente raggiunto l'equilibrio? Quanto vale il calore Q_{ESPL}? [Supponete che l'esplosione **non** modifichi il numero di moli del gas; usate il valore $\lambda_F = 3.0\times10^5$ J/kg per il calore latente di fusione del ghiaccio e considerate che la massa iniziale di ghiaccio fondente è molto maggiore di ΔM; state attenti ai trabocchetti e discutete per benino in brutta!]

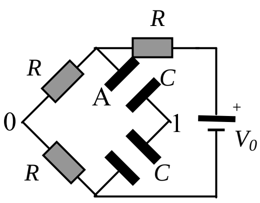
h' = …………………………………… = …….. m $h_0 = 0.10$ m

Q_{ESPL} = …………………………………… = ……. J $\Delta M\lambda_F = 6.0\times10^3$ J [il gas subisce una trasfomazione presumibilmente non reversibile, dato che l'esplosione è un fenomeno violento che difficilmente può dare luogo a trasformazioni che passano per stati di equilibrio. Alla fine del processo, però, il gas si troverà in una nuova condizione di equilibrio in cui sia la pressione (la massa del tappo non cambia) che la temperatura (il ghiaccio fondente si comporta da termostato) non sono variate rispetto alle condizioni iniziali. Dunque il volume del gas resterà lo stesso che era occupato inizialmente. Allora il gas complessivamente non compie lavoro, e nulla è la variazione di energia interna, essendo nulla la variazione di temperatura. Di conseguenza il gas non scambia calore e **tutto** il calore ceduto dall'esplosione viene impiegato per fondere la quantità ΔM di ghiaccio, da cui la soluzione]

c) Quanto vale la variazione di entropia ΔS dell'intero sistema (gas + acqua e ghiaccio fondente) nel processo sopra considerato?

ΔS = …………………………………… = …….. J/K $\Delta M\lambda_F /T_0=22$ J/K $\Delta M\lambda_F = 6.0\times10^3$ J [il gas non modifica il suo stato ed essendo la variazione di entropia di un gas esprimibile come la variazione di entropia per una trasformazione reversibile che connette lo stato iniziale con quello finale (dunque una trasformazione "nulla",in questo caso), si ha che il gas non muta l'entropia. Invece la miscela acqua e ghiaccio fondente subisce una trasformazione irreversibile consistente nella fusione di una sua parte. Essendo questa trasformazione isoterma (la temperatura non varia, mantenendosi sempre pari alla temperatura di fusione del ghiaccio, $T_0 = 273$ K), la variazione di entropia si ottiene dividendo il calore necessario per la fusione per questa temperatura, da cui il risultato]

4. Il circuito schematizzato in figura è costituito da tre resistori elettrici identici fra loro, di resistenza $R = 1.0$ kohm, e da due condensatori identici fra loro, di capacità $C = 1.0$ μF. Il generatore di differenza di potenziale continua può essere considerato ideale e fornisce una differenza di potenziale $V_0 = 30$ V. Il circuito è in condizioni stazionarie.



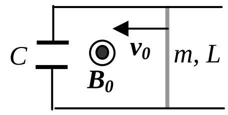
a) Quanto vale la carica elettrica Q_A che si trova sull'armatura del condensatore indicata con "A" nello schema?

Q_A = ………………………………… = ...…. C $CV_0/3 = 1.0\times10^{-5}$ C [i due condensatori sono collegati in serie, dunque su di essi, in condizioni stazionarie, si deve trovare la stessa quantità di carica. Inoltre, poiché i due condensatori hanno uguale capacità, ai loro estremi si troverà la stessa differenza di potenziale $\Delta V_C = Q/C = Q_A/C$, dove l'ultimo passaggio è ovvio tenendo conto di quanto appena affermato. Se consideriamo la serie dei due condensatori, allora la differenza di potenziale "complessiva" sarà pari a $2\Delta V_C$. Tale differenza di potenziale deve essere uguale alla "caduta di tensione" ai capi del sistema costituito dalla serie delle due resistenze che si trova in parallelo con la serie dei due condensatori (è più facile capire al volo che scrivere a parole…). Questa caduta di tensione, per la legge di Ohm, deve essere pari al prodotto della resistenza complessiva (la somma delle due resistenze, essendo esse in serie) per la corrente che le attraversa. D'altra parte in condizioni stazionarie, cioè "a regime", non passa corrente nei condensatori, e quindi la corrente scorre solo attraverso la serie delle **tre** resistenze. L'intensità della corrente è quindi $I=V_0/(3R)$. Mettendo insieme tutte le varie informazioni e considerazioni si ottiene il risultato]

b) Quanto vale la differenza di potenziale $\Delta V_{01} = V(1)-V(0)$ che si misura tra i punti indicati con "0" e "1"?

ΔV_{01} = …………………………………… = …….. V 0 [se prendiamo come riferimento il potenziale del polo negativo del generatore, cioè della linea inferiore dello schema di figura, avremo $V(0) = RI=V_0/3$. Inoltre, sulla base di quanto affermato nella soluzione del punto precedente, avremo anche $V(1) = Q_A/C = V_0/3$. Di conseguenza la differenza di potenziale richiesta è nulla]

5. Una barretta perfettamente conduttrice di lunghezza L (nota) e massa m (nota) scorre con attrito trascurabile in direzione **orizzontale** sotto l'azione di un operatore esterno, che la mantiene a velocità costante $\boldsymbol{v_0}$ (nota) diretta nel verso indicato in figura. Durante il suo movimento la barretta si mantiene in collegamento elettrico con due guide orizzontali perfettamente conduttrici, collegate a loro volta a un condensatore di capacità C (nota), come indicato in figura. Un campo magnetico esterno $\boldsymbol{B_0}$ (noto) uniforme e costante attraversa il piano su cui giace il sistema, avendo il verso indicato in figura ("esce" dal foglio). Inizialmente la barretta è ferma e, a un dato istante, essa viene messa improvvisamente in movimento.



a) Qual è, rispetto alla figura, il verso della corrente che il campo magnetico induce nel circuito subito dopo la partenza della barretta? Discutete per benino in brutta, facendo attenzione ai trabocchetti.

☐ Orario X ☐ Antiorario ☐ Indeterminato

Discussione: .... La legge di Lenz stabilisce che la corrente indotta tende a "contrastare" la variazione di flusso magnetico attraverso la "spira". Stabilendo come positivo il flusso generato dal campo esterno, si vede che esso tende a diminuire con il tempo a causa della riduzione dell'area della spira. Il campo indotto deve tendere a mantenere costante il flusso e quindi ha **lo stesso verso** della corrente che creerebbe il campo esterno; la regola della mano destra stabilisce che questo verso è quello antiorario. Alla stessa conclusione si giunge anche considerando il verso della forza magnetica che agisce sulle cariche della barretta. Notate che una vera e propria corrente si ha solo all'inizio, nel transiente durante il quale la barretta viene messa in movimento

b) Come si esprime la carica Q accumulata sul condensatore in condizioni stazionarie? [Non usate valori numerici, che non avete, ma limitatevi a impiegare le espressioni letterali dei dati noti del problema]

Q = ... $CV = CB_0Lv_0$ [il campo "impresso" nella barretta produce una differenza di potenziale B_0Lv_0 che è **costante** nel tempo; questa differenza di potenziale è anche quella che si trova ai capi del condensatore, da cui la risposta]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 18/2/2010 Firma: