

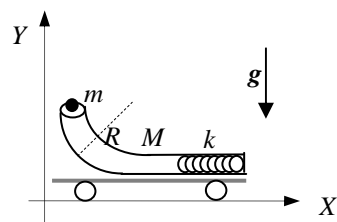
Nome e cognome: .....

Matricola: .....

**Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

----- PARTE 1/2 (MECCANICA PUNTO E SISTEMI)

1. Un tubo (cavo) che ha la forma di un arco di circonferenza di raggio  $R = 30$  cm seguito da un tratto orizzontale, è montato su un carrellino che può muoversi con **attrito trascurabile** nella direzione  $X$  (**orizzontale**) di un piano rigido e indeformabile. La massa complessiva del sistema tubo+carrellino (più ruote e quant'altro!) è  $M = 1.0$  kg. L'estremità del tubo rivolta verso "l'alto" (vedi figura) è aperta; l'altra estremità è chiusa e una molla di costante elastica  $k = 9.8$  N/m e massa trascurabile è saldata al tappo di chiusura, in modo che il suo asse sia orizzontale e che la sua estremità libera sia disposta come in figura. Inizialmente il carrellino è fermo. Ad un dato istante una pallina (puntiforme) di massa  $m = M/2 = 0.50$  kg viene lasciata cadere, con velocità iniziale nulla, dall'estremità superiore del tubo (in figura si rappresenta questa condizione iniziale del problema). La pallina penetra nel tubo, dove si muove con **attrito trascurabile**, giungendo sull'estremità libera della molla, che dunque viene compressa. Le domande che seguono si riferiscono all'istante in cui la molla raggiunge la **massima compressione**. [Considerate **trascurabile la sezione del tubo**; usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]



Disegno non in scala!!!!  
(in particolare, la sezione del tubo deve ritenersi trascurabile)

a) Quanto valgono, componente per componente, gli spostamenti  $\Delta x_{CM}$  e  $\Delta y_{CM}$  del **centro di massa del sistema** costituito da pallina+tubo+carrellino che si misurano tra l'istante iniziale (quando tutto è fermo) e l'istante "finale" (quando la molla raggiunge la massima compressione)? [Riferitevi al sistema cartesiano di figura]

$\Delta x_{CM} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m

$\Delta y_{CM} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m

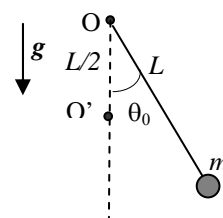
b) Quanto vale la velocità  $V$  del carrellino nell'istante in cui la molla raggiunge la massima compressione? [Spiegate bene, in brutta, il procedimento usato]

$V = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m/s

c) Quanto vale, in modulo, la compressione massima  $\Delta_{MAX}$  della molla? [A scanso di equivoci, si ricorda che la compressione rappresenta la differenza fra lunghezza di riposo e lunghezza "attuale" della molla; anche in questo caso spiegate bene il procedimento]

$\Delta_{MAX} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m

2. Una massa puntiforme  $m = 50$  g è attaccata ad un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $L = 98$  cm, che all'altro estremo è inchiodato nel punto  $O$  a una parete rigida verticale. In queste condizioni il sistema costituisce in pratica un pendolo, che può muoversi con **attrito trascurabile** su un piano verticale. Inizialmente la massa viene mantenuta ferma da una qualche forza esterna in modo che la fune sia tesa e che formi un angolo  $\theta_0 = \pi/6$  rispetto alla verticale; a un dato istante, la massa viene lasciata libera di muoversi da questa posizione con velocità iniziale nulla. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per l'accelerazione di gravità e ricordate che  $\sin(\pi/6)=1/2$  e  $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.73$ ]



a) Quanto vale, in modulo, la tensione  $T$  della fune quando la massa passa per la posizione di equilibrio (cioè quando la fune è diretta lungo la verticale)?

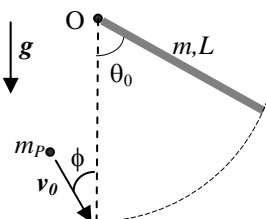
$T = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  N

b) Supponete ora che, sulla verticale del chiodo  $O$ , al di sotto di questo, si trovi un altro chiodo, o perno,  $O'$ , rigido e fissato rigidamente alla parete verticale. In queste condizioni, quando la fune passa per la verticale giunge sul perno  $O'$  e "comincia ad avvolgersi". Sapendo che la distanza  $OO'$  è  $L/2$  (vedi figura), quanto vale l'angolo  $\phi$  che la fune forma rispetto alla verticale nell'istante in cui la massa inverte la direzione del proprio moto? [Trascurate ogni eventuale forma di "dissipazione" di energia dovuta all'interazione tra fune e perno  $O'$ ]

$\phi = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  gradi

----- PARTE 3a (CORPO RIGIDO)

3. Un'asta sottile e omogenea di massa  $m = 0.10$  kg e lunghezza  $L = 30$  cm è imperniata a un suo estremo ( $O$  in figura) in modo da poter ruotare su un piano verticale con **attrito trascurabile**. Inizialmente l'asta viene mantenuta ferma nella posizione di figura (l'angolo rispetto alla verticale vale  $\theta_0 = \pi/3$ ) da una forza esterna che a un dato istante viene improvvisamente rimossa: l'asta si mette dunque in movimento con velocità angolare iniziale nulla. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che  $\cos(\pi/3)=1/2$  e  $\sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.73$ ]



a) Quanto vale la velocità angolare  $\omega$  dell'asta quando essa passa per la posizione di equilibrio?

$\omega = \dots\dots\dots = \dots\dots$  rad/s

b) Supponete ora che, esattamente quando l'asta passa per la posizione di equilibrio, il suo estremo "in basso" (quello non imperniato) venga colpito da un proiettile puntiforme, di massa  $m_p = m/2$  che, subito prima dell'urto, ha velocità  $v_0$  di modulo incognito e direzione come in figura (l'angolo rispetto alla verticale vale  $\phi = \pi/6$ ). In seguito all'urto il proiettile rimane **conficcato** nell'asta. Discutete per bene, in brutta, quali grandezze si conservano nel processo (considerando il sistema subito prima e subito dopo l'urto).

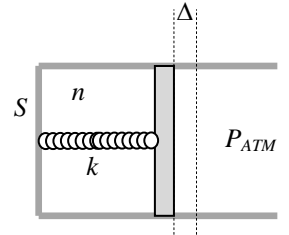
Discussione: .....

- c) Sapendo che, **subito** dopo l'urto, l'asta (ovvero il sistema composto da asta+proiettile conficcato) si ferma istantaneamente, quanto vale  $v_0$ ?

$v_0 = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m/s

----- PARTE 3b (TERMODINAMICA)

4. Una quantità (incognita)  $n$  di moli di gas monoatomico perfetto è contenuta in un recipiente (rigido) cilindrico che ha sezione di area  $S = 200 \text{ cm}^2$ . Il recipiente è chiuso da un tappo a tenuta che ha **massa trascurabile** e può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione orizzontale. Il tappo è collegato alla base del recipiente da una molla di massa trascurabile e costante elastica (incognita)  $k$ ; inoltre esso è a contatto con l'ambiente esterno, che si trova alla pressione  $P_{ATM} = 1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$ . Inizialmente il gas si trova in equilibrio alla temperatura  $\theta_0 = -73 \text{ }^\circ\text{C}$  e occupa il volume  $V_0 = 8.31$  litri; in tali condizioni la molla si trova alla propria lunghezza di riposo. [Usate  $R = 8.31 \text{ J/(K mole)}$  per la costante dei gas perfetti]



- a) Quanto vale il numero di moli  $n$  del gas?  
 $n = \dots\dots\dots = \dots\dots$  moli
- b) Il sistema viene quindi lasciato termalizzare con l'ambiente, che si trova a temperatura  $\theta = 27 \text{ }^\circ\text{C}$  (e si comporta, ovviamente, da termostato). Nella nuova condizione di equilibrio si osserva che il tappo si è allontanato dal fondo del recipiente per un tratto  $\Delta = 5.00 \text{ cm}$ . Quanto vale la costante elastica  $k$  della molla? [Supponete trascurabile ogni effetto termodinamico della variazione di temperatura sulla molla!]

$k = \dots\dots\dots = \dots\dots$  N/m

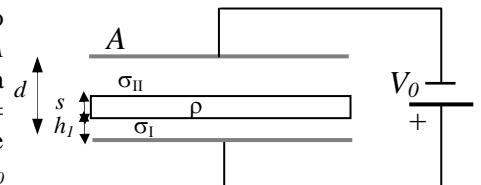
- c) Quanto valgono il lavoro  $L$  fatto dal gas nel processo e il calore  $Q$  che esso scambia con l'ambiente durante il processo?

$L = \dots\dots\dots = \dots\dots$  J

$Q = \dots\dots\dots = \dots\dots$  J

----- PARTE 4 (ELETTROMAGNETISMO)

5. Due sottili lamine di materiale ottimo conduttore, spessore **trascurabile** ed area  $A = 1.0 \text{ m}^2$  sono poste parallelamente l'un l'altra ad una distanza  $d = 10 \text{ cm}$ . Nello spazio (vuoto) tra le lamine si trova una lastra conduttrice globalmente **scarica**, di area  $A$  identica a quella delle lamine e spessore  $s = 2.0 \text{ cm}$ . La configurazione è descritta schematicamente nella figura, da cui si vede che la lastra si trova ad una distanza  $h_1 = 1.0 \text{ cm}$  dalla lamina "inferiore". Ad un dato istante, le due lamine, che inizialmente erano **scariche**, vengono collegate ad un generatore ideale di differenza di potenziale  $V_0 = 100 \text{ V}$ . [Usate il valore  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  per la costante dielettrica del vuoto e supponete che le dimensioni del sistema siano tali da poter trascurare gli effetti ai bordi]



Disegno non in scala!!!

- a) Quanto valgono, in condizioni stazionarie, la densità di carica di volume  $\rho$  all'interno della lastra conduttrice e le densità di carica superficiale  $\sigma_1$  e  $\sigma_{II}$  sulle sue due facce indicate in figura (rispettivamente quella inferiore e superiore, nel disegno)?

$\rho = \dots\dots\dots = \dots\dots$  C/m<sup>3</sup>

$\sigma_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots$  C/m<sup>2</sup>

$\sigma_{II} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  C/m<sup>2</sup>

- b) Quanto vale il lavoro  $L$  fatto dal generatore per portare il sistema in condizioni stazionarie?

$L = \dots\dots\dots = \dots\dots$  J

6. Sul piano  $XY$  di un sistema cartesiano  $XYZ$  si trovano due sottili fili di materiale ottimo conduttore elettrico. I due fili, che sono entrambi lunghi  $L = 10 \text{ m}$  (la lunghezza è molto maggiore del diametro, così che essi possono essere considerati "infiniti" dal punto di vista "elettromagnetico"), sono entrambi paralleli all'asse  $X$ . In particolare il filo 1 si trova alla coordinata  $y = d = 1.0 \text{ cm}$ , mentre il filo 2 si trova in  $y = -d = -1.0 \text{ cm}$  (le estremità dei fili si trovano, per entrambi, alle posizioni  $x_{LEFT} = -L/2$  e  $x_{RIGHT} = L/2$ ). Le estremità "di sinistra" sono collegate a un generatore ideale di differenza di potenziale  $V_0 = 20 \text{ V}$ , disposto in modo che il polo positivo sia attaccato al filo 1 e quello negativo al filo 2; quelle "di destra" sono collegate tra loro attraverso un resistore di resistenza elettrica  $R = 0.50 \text{ ohm}$ . Il sistema va considerato in condizioni stazionarie. [Usate  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}$  per la permeabilità magnetica del vuoto]

- a) Quanto vale il campo magnetico  $\mathbf{B}$  che si misura in un punto dell'asse  $X$  (si intende, con  $-L/2 < x < L/2$ )? [Esprimete il risultato in modo vettoriale, cioè chiarendo anche direzione e verso]

$\mathbf{B} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  T

- b) Quanto vale la forza  $\mathbf{F}$  di origine magnetica che il filo 2 esercita sul filo 1? [Anche qui esprimete il risultato vettorialmente]

$\mathbf{F} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  N

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).