

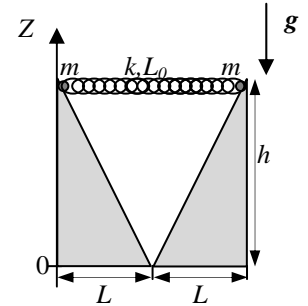
Nome e cognome:

Matricola:

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

----- PARTE 1/2 (MECCANICA PUNTO E SISTEMI)

1. Una guida, rigida e fissa nello spazio, ha la sezione rappresentata in figura: in pratica si tratta di due piani inclinati identici, di altezza $h = 2.0$ m e "lunghezza" $L = 1.0$ m (vedi figura) che si toccano nei rispettivi punti più bassi (la direzione verticale coincide con la verticale del disegno). Sulla guida si trovano due oggetti (puntiformi) identici, entrambi di massa $m = 2.0$ kg, uniti tra loro da una molla di **massa trascurabile**, costante elastica $k = 1.0 \times 10^2$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 2L = 2.0$ m. Gli oggetti puntiformi possono muoversi con **attrito trascurabile** sui piani inclinati; durante il loro movimento, la quota z dei due oggetti resta **sempre** la stessa (fate riferimento all'asse Z di figura, centrato sulla quota più bassa dei piani inclinati e orientato verso l'alto) e la molla mantiene **sempre** il suo asse in direzione **orizzontale**. Inizialmente i due oggetti vengono mantenuti fermi sulla sommità dei piani inclinati da una qualche forza esterna (una manina!) che a un dato istante viene rimossa, permettendo agli oggetti di muoversi con velocità iniziale **nulla**. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità; credetemi se vi dico che le uniche difficoltà del problema possono essere facilmente superate usando in modo corretto la geometria!]



a) Quanto vale la quota minima z_{MIN} che i due oggetti raggiungono nel loro moto? [Esprimate la quota, che è unica per i due oggetti, rispetto al riferimento di figura; notate che inizialmente la molla è alla sua lunghezza di riposo!]

$z_{MIN} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m

b) Quanto vale la quota di equilibrio z_{EQ} ?

$z_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m

2. Un **sistema materiale** è composto da due piccoli carrellini identici (da supporto **puntiformi**), entrambi di massa $m = 0.10$ kg, che possono muoversi con **attrito trascurabile** su un binario **orizzontale** rettilineo. I due carrellini sono collegati da una molla con costante elastica $k = 5.0$ N/m, lunghezza di riposo $L_0 = 50$ cm e massa trascurabile. L'asse della molla si mantiene sempre orizzontale e parallelo alla direzione del binario. A un dato istante si osserva che la molla si trova alla propria lunghezza di riposo mentre uno dei due carrellini (chiamato "A") si muove con velocità $v_{0A} = 1.0$ m/s e l'altro, detto carrellino "B", è fermo. [Si intende che il carrellino B si trova fermo nell'istante considerato: esso, infatti, è ben libero di muoversi!]

a) Quanto vale la distanza minima d_{MIN} tra i due carrellini che si ha nell'evoluzione del processo, cioè negli istanti successivi a quello considerato?

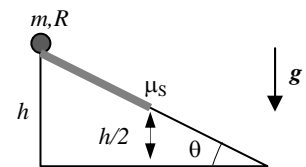
$d_{MIN} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m

b) Quanto vale lo spostamento Δx_{CM} che il **centro di massa** del sistema compie tra l'istante iniziale (quello considerato nel testo) e l'istante in cui i carrellini si trovano, **per la prima volta**, alla minima distanza d_{MIN} determinata sopra?

$\Delta x_{CM} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ m

----- PARTE 3a (CORPO RIGIDO)

3. Un cilindro **pieno e omogeneo** di massa $m = 2.0$ kg e raggio $R = 20$ cm si trova **inizialmente fermo** sulla sommità di un piano inclinato, di altezza $h = 3.0$ m e angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Il piano inclinato nella "prima metà" della sua lunghezza è scabro e presenta **attrito statico** con coefficiente di attrito $\mu_s = 0.50$ (supponete che non ci sia, o non vi interessi, l'eventuale attrito dinamico!). La "seconda metà" della sua lunghezza è invece **liscia**, cioè in questa parte del piano l'attrito è **trascurabile**. All'istante $t_0 = 0$ il cilindro viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $\sin(\pi/6) = 1/2$ e $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, con $\sqrt{3} \sim 1.73$]



a) Discutete **per bene** (cioè usando argomenti quantitativi) in brutta che tipo di moto compie il cilindro nella sua discesa lungo la "prima metà" del piano inclinato, quella in cui c'è attrito statico.

Discussione:

b) Quanto vale la velocità angolare ω' che il cilindro possiede al termine della "prima metà" del piano inclinato, cioè quando giunge al termine della zona in cui c'è attrito statico?

$\omega' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ rad/s

c) Quanto vale la velocità angolare ω'' che il cilindro possiede alla base del piano inclinato, cioè quando raggiunge il fondo del piano inclinato? [Suggerimento: state bene attenti a considerare cosa succede quando si passa dalla zona con attrito statico a quella senza attrito!]

$\omega'' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$ rad/s ω

----- PARTE 3b (TERMODINAMICA)

4. Una quantità n (incognita) di gas perfetto **biatomico** compie un ciclo termico **reversibile** composto dalla seguente successione di trasformazioni: isocora $A \rightarrow B$, espansione isoterma $B \rightarrow C$, compressione isobara $C \rightarrow A$. Si sa che: $P_B = 2P_A$ e $V_C = 2V_B = 2V_A$. I soli dati noti del problema sono: $P_A = 1.00 \times 10^5$ Pa e $V_A = 1.66 \times 10^{-5}$ m³. [La costante dei gas perfetti vale $R = 8.31$ J/(K mole); può fare comodo sapere che $\ln(2) \sim 0.693$]

a) Quanto vale l'efficienza, o rendimento, η del ciclo?

$\eta = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$

- b) Sapendo anche che $n = 1.00 \times 10^{-2}$ moli, quanto valgono la temperatura minima T_{LOW} e la temperatura massima T_{HIGH} raggiunte dal gas durante il ciclo? E quanto varrebbe l'efficienza η_C di una macchina di Carnot che lavorasse fra queste due temperature?

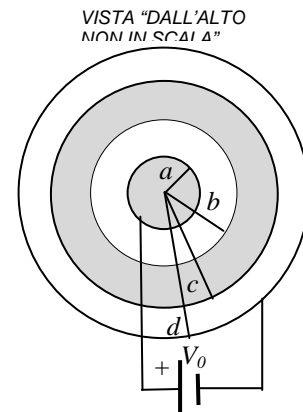
$T_{LOW} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ K

$T_{HIGH} = \dots\dots\dots = \dots\dots$

$\eta_C = \dots\dots\dots = \dots\dots$

PARTE 4 (ELETTROMAGNETISMO)

5. Un sistema è costituito da un cilindro omogeneo di raggio $a = 5.0$ mm coassiale a un guscio cilindrico **spesso**, di raggio interno $b = 10$ mm e raggio esterno $c = 15$ mm, coassiale a sua volta a un guscio cilindrico **sottile** di raggio $d = 30$ mm. Le altezze di tutti questi oggetti sono uguali, e valgono $h = 1.0$ m; inoltre essi sono tutti costituiti di materiale **ottimo conduttore** e sono originariamente scarichi, cioè neutri. Nel resto dello spazio si trova il vuoto. Come indicato in figura, che mostra una vista "dall'alto" del sistema (le regioni ombreggiate sono quelle riempite di materiale conduttore), un generatore di differenza di potenziale $V_0 = 10$ V è collegato tra il cilindro "interno" e il guscio "più esterno" (il polo positivo è collegato al cilindro di raggio $r=a$, il polo negativo al guscio sottile di raggio $r=d$); si suppone che il sistema si trovi in **condizioni stazionarie**, cioè che il collegamento con il generatore sia avvenuto molto tempo prima di quando si eseguono le osservazioni di questo problema. [Usate $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m per la costante dielettrica del vuoto; tenete conto che la condizione $h \gg a, b, c, d$ implica ragionevolmente che si possono "trascurare gli effetti ai bordi"; può farvi comodo notare che $\ln(4) \sim 1.39$]



- a) Quanto vale la carica elettrica Q che si trova accumulata, in **condizioni stazionarie** (di "equilibrio"), sul cilindro interno (quello di raggio $r = a$)?

$Q =: \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ C

- b) Quanto valgono le differenze di potenziale $\Delta V_{ba} = V(r=b) - V(r=a)$ e $\Delta V_{dc} = V(r=d) - V(r=c)$?

$\Delta V_{ba} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ V

$\Delta V_{dc} = \dots\dots\dots = \dots\dots$ V

- c) Immaginate ora che a un dato istante il generatore di differenza di potenziale venga rimosso e sostituito magicamente e immediatamente con un resistore elettrico di resistenza $R = 1.0$ Mohm. Il sistema subirà un processo di "scarica", in conseguenza del quale ci sarà un flusso di corrente all'interno del resistore che provocherà "dissipazione" per effetto Joule. Quanto vale **l'energia** E_{JOULE} "dissipata" nell'intero processo dal resistore? [Intero processo significa che si suppone di attendere un tempo idealmente infinito, quando il sistema si è completamente scaricato, state attenti a considerare che energia e potenza **non** sono la stessa cosa!]

$E_{JOULE} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ J

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
 Pisa, 22/7/2010 Firma: