

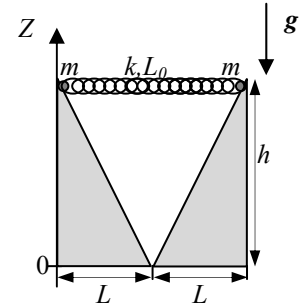
Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

----- PARTE 1/2 (MECCANICA PUNTO E SISTEMI)

1. Una guida, rigida e fissa nello spazio, ha la sezione rappresentata in figura: in pratica si tratta di due piani inclinati identici, di altezza  $h = 2.0$  m e “lunghezza”  $L = 1.0$  m (vedi figura) che si toccano nei rispettivi punti più bassi (la direzione verticale coincide con la verticale del disegno). Sulla guida si trovano due oggetti (puntiformi) identici, entrambi di massa  $m = 2.0$  kg, uniti tra loro da una molla di massa trascurabile, costante elastica  $k = 1.0 \times 10^2$  N/m e lunghezza di riposo  $L_0 = 2L = 2.0$  m. Gli oggetti puntiformi possono muoversi con attrito trascurabile sui piani inclinati; durante il loro movimento, la quota  $z$  dei due oggetti resta sempre la stessa (fate riferimento all’asse  $Z$  di figura, centrato sulla quota più bassa dei piani inclinati e orientato verso l’alto) e la molla mantiene sempre il suo asse in direzione orizzontale. Inizialmente i due oggetti vengono mantenuti fermi sulla sommità dei piani inclinati da una qualche forza esterna (una manina!) che a un dato istante viene rimossa, permettendo agli oggetti di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell’accelerazione di gravità; credetemi se vi dico che le uniche difficoltà del problema possono essere facilmente superate usando in modo corretto la geometria!]



a) Quanto vale la quota minima  $z_{MIN}$  che i due oggetti raggiungono nel loro moto? [Esprimete la quota, che è unica per i due oggetti, rispetto al riferimento di figura; notate che inizialmente la molla è alla sua lunghezza di riposo!]

$z_{MIN} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m  $h-mgh^2/(kL^2) = 1.2$  m [non essendoci attriti, si conserva l’energia meccanica.  $0 = \Delta E_K + \Delta U$ . Alla quota minima i due oggetti sono ovviamente fermi, come erano all’inizio, per cui  $\Delta E_K = 0$ . La variazione di energia potenziale è dovuta sia alla variazione di quota,  $\Delta U_G = 2mg(z_{MIN}-h)$ , che alla compressione che la molla subisce durante il processo,  $\Delta U_{ELA} = (k/2)\Delta_{MIN}^2$ , essendo  $\Delta_{MIN}$  la compressione della molla alla quota minima e avendo notato che inizialmente la molla è alla lunghezza di riposo. Deve dunque essere:  $0 = 2mg(z_{MIN}-h) + (k/2)\Delta_{MIN}^2$ . Per la soluzione occorre considerare la geometria del problema, cominciando con il notare che la compressione (generica) della molla  $\Delta$  è legata allo spostamento (generico) in direzione orizzontale di ogni singolo oggetto,  $\Delta x$ , attraverso la relazione  $\Delta = 2|\Delta x|$  (il valore assoluto fa comodo per evitare problemi di segno). Lo spostamento verticale (in modulo)  $|\Delta z| = |z - h|$  avviene lungo la direzione del cateto “verticale” del piano inclinato, mentre lo spostamento orizzontale avviene lungo il cateto “orizzontale”. I due cateti sono legati dalla relazione geometrica:  $|\Delta x|/|\Delta z| = L/h$ . Pertanto si ha  $\Delta = 2|z-h|L/h = 2(h-z_{MIN})L/h$  (occhio ai segni!). “Specializzando” la relazione per la quota minima si ottiene l’equazione:  $0 = 2mg(z_{MIN}-h) + (k/2)(2(h-z_{MIN})L/h)^2$ . Questa equazione algebrica, del secondo grado, ammette due soluzioni: una delle due recita  $z_{MIN}=h$ , che ovviamente non è quello che si cerca, dato che implica che gli oggetti non si siano mossi. L’altra è riportata nella risposta]

b) Quanto vale la quota di equilibrio  $z_{EQ}$ ?

$z_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m  $h-mgh^2/(2kL^2) = 1.6$  m [all’equilibrio la risultante delle forze sugli oggetti deve essere nulla. Poiché sappiamo che il moto è “vincolato” lungo le direzioni dei due piani inclinati, possiamo limitarci a bilanciare le forze in questa direzione. Inoltre, poiché il sistema è “simmetrico” per i due oggetti, possiamo per semplicità considerarne uno solo. Chiamando  $\theta$  l’angolo del piano inclinato rispetto all’orizzontale, sull’oggetto agiranno, nella direzione del piano inclinato su cui esso si trova, la componente “attiva” della forza peso (l’altra è bilanciata dalla reazione vincolare),  $mgsin\theta$ , che punta verso il basso, e la proiezione della forza elastica nella direzione del piano, che punta verso l’alto e si esprime in modulo come  $k\Delta cos\theta = 2k|\Delta x|cos\theta$  (la relazione tra compressione della molla  $\Delta$  e spostamento “orizzontale” dell’oggettino,  $\Delta x$ , è stata data in precedenza). All’equilibrio deve essere  $|\Delta x_{EQ}| = mgtg\theta/k = mgh/(2Lk)$ , dove abbiamo considerato la geometria del problema come fatto in precedenza. In precedenza abbiamo anche legato  $|\Delta x|$  alla quota degli oggetti e usando quella relazione si trova:  $(h-z_{MIN})L/h = mgh/(2Lk)$ , da cui la soluzione. Può essere interessante notare che esistono almeno altri due metodi per trovare la stessa soluzione. Il primo, furbo, si basa sul fatto che il moto degli oggetti sia armonico. La quota minima determinata alla risposta precedente è il punto di inversione del moto, e la quota massima (l’altezza dei piani inclinati) è l’altro punto di inversione, come si può facilmente verificare notando che gli oggetti vengono lasciati andare con velocità iniziale nulla. Dunque ci si aspetta che la posizione di equilibrio (il “centro” dello spostamento armonico) sia “a metà strada”, che è quello che in effetti abbiamo trovato. In alternativa si può lavorare sull’espressione dell’energia potenziale. Sulla base di quanto affermato nella soluzione al punto precedente, si può determinare una “funzione” energia potenziale  $U(z)$  con la seguente espressione:  $U(z) = 2mg(z-h) + (k/2)(2(h-z)L/h)^2$ . Questa funzione è rappresentata da una parabola il cui minimo (posizione di equilibrio stabile) si trova risolvendo l’equazione:  $0 = dU(z)/dz = 2mg - k(2L/h)^2(h-z_{EQ})$ , che fornisce la stessa risposta]

2. Un sistema materiale è composto da due piccoli carrellini identici (da supporte puntiformi), entrambi di massa  $m = 0.10$  kg, che possono muoversi con attrito trascurabile su un binario orizzontale rettilineo. I due carrellini sono collegati da una molla con costante elastica  $k = 5.0$  N/m, lunghezza di riposo  $L_0 = 50$  cm e massa trascurabile. L’asse della molla si mantiene sempre orizzontale e parallelo alla direzione del binario. A un dato istante si osserva che la molla si trova alla propria lunghezza di riposo mentre uno dei due carrellini (chiamato “A”) si muove con velocità  $v_{0A} = 1.0$  m/s e l’altro, detto carrellino “B”, è fermo. [Si intende che il carrellino B si trova fermo nell’istante considerato: esso, infatti, è ben libero di muoversi!]

a) Quanto vale la distanza minima  $d_{MIN}$  tra i due carrellini che si ha nell’evoluzione del processo, cioè negli istanti successivi a quello considerato?

$d_{MIN} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m  $L_0 - (m/(2k))^{1/2}v_{0A} = 0.40$  m [il sistema è isolato (almeno nella direzione del moto, orizzontale, dove non agiscono forze esterne) e conservativo (non ci sono attriti). Dunque si conservano quantità di moto (in direzione orizzontale) e energia meccanica, cioè si ha (con ovvio significato dei termini):  $mv_{0A} = mv_A + mv_B$  e  $0 = (m/2)v_A^2 + (m/2)v_B^2 - (m/2)v_{0A}^2 + \Delta U_{ELA}$ . La variazione di energia potenziale elastica può facilmente essere messa in relazione con la distanza minima richiesta nella domanda: infatti, tenendo conto che “inizialmente” la molla si trova alla lunghezza di riposo, si ha  $\Delta U_{ELA} = (k/2)(d_{MIN}-L_0)^2$  (essendo i carrellini puntiformi la loro distanza coincide con la lunghezza della molla). Le due equazioni comprendono tre incognite; la terza equazione necessaria per la soluzione si ottiene notando che, quando la distanza tra i carrellini è la “minima”, la loro velocità relativa deve essere nulla, ovvero le loro velocità devono essere uguali, cioè deve essere  $v_A = v_B$ . Il sistema può allora essere risolto per  $d_{MIN}$  ottenendo la risposta. Notate che nella

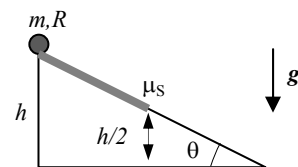
soluzione occorre scegliere in modo opportuno i segni, affinché la risposta sia quella cercata (la distanza minima si ha in condizioni di compressione massima della molla, quindi la lunghezza della molla deve essere minore della lunghezza di riposo)

b) Quanto vale lo spostamento  $\Delta x_{CM}$  che il **centro di massa** del sistema compie tra l'istante iniziale (quello considerato nel testo) e l'istante in cui i carrellini si trovano, **per la prima volta**, alla minima distanza  $d_{MIN}$  determinata sopra?

$\Delta x_{CM} = \dots = \dots$  m  $v_{0A}\pi(m/(2k))^{1/2}/4 \sim 0.11$  m [il moto **relativo** dei due carrellini è determinato dalla forza elastica della molla. L'equazione del moto relativo (lungo la direzione del moto) si scrive:  $a_{REL} = -(k/\mu)d(t)$ , dove  $d(t)$  rappresenta la distanza tra i carrellini, che varia nel tempo, e  $\mu$  è la **massa ridotta** del sistema (si ha  $\mu = m/2$ , essendo le due masse uguali fra loro). Il moto è evidentemente armonico con pulsazione  $\omega = (k/\mu)^{1/2} = (2k/m)^{1/2}$ . L'istante iniziale corrisponde alla situazione in cui la molla "passa" per la lunghezza di riposo, ovvero per una posizione di equilibrio. L'istante in cui si raggiunge la distanza minima tra i carrellini corrisponde invece a un istante in cui il moto relativo inverte il suo segno. Poiché, come richiesto nel testo, si considera l'istante in cui la situazione descritta si verifica **per la prima volta** (il moto è periodico, dunque ci sono infiniti istanti in cui si verifica la situazione descritta), l'intervallo di tempo è  $\Delta t = T/4$ , cioè è pari a un quarto di periodo, essendo il periodo  $T = 2\pi/\omega$ . Dunque  $\Delta t = \pi/2\omega = \pi(m/(2k))^{1/2}/2$ . Dato che il sistema è isolato (in direzione orizzontale, quella del moto), il centro di massa si muove di moto rettilineo uniforme, con velocità  $v_{CM} = v_{CM0} = mv_{0A}/(2m) = v_{0A}/2$ . Da qui si ottiene la risposta. **NOTA:** per come è posta la domanda è ambigua: infatti la situazione è ben descritta dalla soluzione appena presentata solo nel caso in cui la velocità iniziale del carrello A sia diretta "contro" il carrello B; nel caso opposto, il tempo necessario sarebbe  $3T/4$ ]

----- PARTE 3a (CORPO RIGIDO)

3. Un cilindro **pieno e omogeneo** di massa  $m = 2.0$  kg e raggio  $R = 20$  cm si trova **inizialmente fermo** sulla sommità di un piano inclinato, di altezza  $h = 3.0$  m e angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale. Il piano inclinato nella "prima metà" della sua lunghezza è scabro e presenta **attrito statico** con coefficiente di attrito  $\mu_s = 0.50$  (supponete che non ci sia, o non vi interessi, l'eventuale attrito dinamico!). La "seconda metà" della sua lunghezza è invece **liscia**, cioè in questa parte del piano l'attrito è **trascurabile**. All'istante  $t_0 = 0$  il cilindro viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che  $\sin(\pi/6) = 1/2$  e  $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$ , con  $\sqrt{3} \sim 1.73$ ]



a) Discutete **per bene** (cioè usando argomenti quantitativi) in brutta che tipo di moto compie il cilindro nella sua discesa lungo la "prima metà" del piano inclinato, quella in cui c'è attrito statico.

Discussione: ..... L'oggetto considerato è un corpo rigido esteso che può, ovviamente, traslare e ruotare. A causa della presenza dell'attrito statico (ci si disinteressa dell'eventuale attrito dinamico che, in realtà, dovrebbe esistere e potrebbe influire solo nella fase transiente, iniziale, del moto), il moto **potrebbe** essere di rotolamento puro. Supponiamo allora che il moto sia davvero di rotolamento puro. Le equazioni del moto sarebbero (con ovvio significato dei termini):  $a_{CM} = g \sin \theta - F_A/m$ ;  $\alpha = F_A/R$ , con  $I = (m/2)R^2$  per il cilindro pieno omogeneo. Inoltre la condizione di non strisciamento (rotolamento puro) imporrebbe  $a_{CM} = \alpha R$ . Si ha dunque un sistema di tre equazioni algebriche e tre incognite che, risolto per  $F_A$ , fornisce:  $F_A = mg \sin \theta / 3$ . Essendo noti i valori di  $m$  e  $\theta$ , questa equazione fornisce esattamente il valore necessario perché la forza di attrito possa produrre un moto di rotolamento puro. D'altra parte per la forza di attrito statico, ovvero per la definizione di coefficiente di attrito statico, si ha:  $F_A \leq \mu_s |N|$ , con  $|N| = mg \cos \theta$ . Occorre allora verificare se il coefficiente di attrito e la configurazione geometrica (l'inclinazione del piano) sono tali da permettere di avere il necessario valore della forza di attrito. In termini matematici, si deve verificare che:  $mg \sin \theta / 3 \leq \mu_s mg \cos \theta$ , ovvero:  $\mu_s \geq \tan \theta / 3$ . Questa situazione è numericamente ben verificata, per cui si può concludere che il moto è di rotolamento puro. Risolvendo il sistema di equazioni di cui sopra per le altre due incognite,  $a_{CM}$  e  $\alpha$ , si vede che la traslazione del centro di massa lungo la direzione del piano avviene con accelerazione **costante e uniforme**  $a_{CM} = 2g \sin \theta / 3$ , mentre l'accelerazione angolare, anch'essa costante e uniforme, vale  $\alpha = a_{CM}/R$ .

b) Quanto vale la velocità angolare  $\omega'$  che il cilindro possiede al termine della "prima metà" del piano inclinato, cioè quando giunge al termine della zona in cui c'è attrito statico?

$\omega' = \dots \sim \dots$  rad/s  $(2gh/(3R^2))^{1/2} \sim 22$  rad/s [essendo coinvolto nel processo solo attrito di tipo statico, si ha conservazione dell'energia meccanica, cioè, tenendo conto della natura traslazionale e rotazionale del moto e del fatto che la prima metà del piano inclinato corrisponde a una variazione di quota pari a  $h/2$ :  $0 = (m/2)v_{CM}^2 + (I/2)\omega'^2 - mgh/2$ . Da qui, notando che nel rotolamento puro si ha  $v_{CM} = \omega R$ , esce la soluzione, in cui abbiamo anche usato  $I = (m/2)R^2$ ]

c) Quanto vale la velocità angolare  $\omega''$  che il cilindro possiede alla base del piano inclinato, cioè quando raggiunge il fondo del piano inclinato? [Suggerimento: state bene attenti a considerare cosa succede quando si passa dalla zona con attrito statico a quella senza attrito!]

$\omega'' = \dots \sim \dots$  rad/s  $\omega'' \sim 22$  rad/s [quando il cilindro giunge sulla zona senza attrito si annulla la forza di attrito  $F_A$  che avevamo prima inserito nelle equazioni del moto. La conseguenza più eclatante è che, non essendoci più alcuna forza in grado di produrre un momento rispetto al centro del cilindro, l'accelerazione angolare  $\alpha$  si annulla. Questo vuol dire che il moto prosegue **con la stessa velocità angolare** determinata prima! Ovviamente nel corso dell'ulteriore discesa ci sarà un aumento della velocità di traslazione del centro di massa, con conseguente aumento dell'energia cinetica dovuto all'ulteriore (rispetto a prima) riduzione dell'energia potenziale. Tuttavia la velocità angolare rimarrà inalterata]

----- PARTE 3b (TERMODINAMICA)

4. Una quantità  $n$  (incognita) di gas perfetto **biatomico** compie un ciclo termico **reversibile** composto dalla seguente successione di trasformazioni: isocora  $A \rightarrow B$ , espansione isoterma  $B \rightarrow C$ , compressione isobara  $C \rightarrow A$ . Si sa che:  $P_B = 2P_A$  e  $V_C = 2V_B = 2V_A$ . I soli dati noti del problema sono:  $P_A = 1.00 \times 10^5$  Pa e  $V_A = 1.66 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup>. [La costante dei gas perfetti vale  $R = 8.31$  J/(K mole); può fare comodo sapere che  $\ln(2) \sim 0.693$ ]

a) Quanto vale l'efficienza, o rendimento,  $\eta$  del ciclo?

$\eta = \dots \sim \dots$   $1 - 7/(5 + 4 \ln(2)) \sim 0.099$  [si ha per definizione  $\eta = 1 + Q_{ced}/Q_{ass}$ . Nella trasformazione isocora si ha aumento di pressione, dato che  $P_B = 2P_A$ , e dunque di temperatura. Quindi il calore viene assorbito in  $A \rightarrow B$ . Analogamente il calore viene assorbito nella  $B \rightarrow C$ , che è un'espansione. Nella compressione isobara, invece, il calore viene ceduto. Dunque si ha:  $\eta = 1 + Q_{CA}/(Q_{AB} + Q_{BC})$ . D'altra parte, usando le definizioni di calore specifico molare e la legge dei gas perfetti, deve essere:  $Q_{CA} = n c_p (T_A - T_C) = (c_p/R)(P_A V_A - P_C V_C) = (c_p/R)P_A(V_A - V_C) = (c_p/R)P_A V_A(1 - 2) = -(c_p/R)P_A V_A$ . Inoltre  $Q_{AB} = n c_v (T_B - T_A) = (c_v/R)(P_B V_B - P_A V_A) = (c_v/R)V_A(P_B - P_A) = (c_v/R)P_A V_A(2 - 1) = (c_v/R)P_A V_A$ . Infine, ricordando che per una isoterma è  $Q = L$ , si ha  $Q_{BC} = n R T_B \ln(V_C/V_B) = P_B V_B \ln(2) = 2P_A V_A \ln(2)$ . Di conseguenza, ricordando che per un gas perfetto biatomico è  $c_v = (5/2)R$  e  $c_p = c_v + R = (7/2)R$ , si ottiene la soluzione]

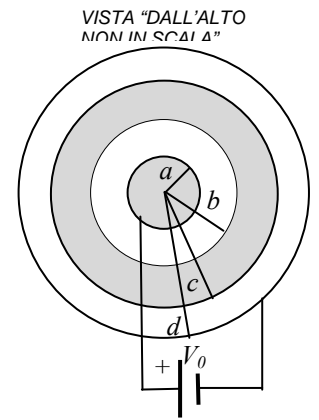
- b) Sapendo anche che  $n = 1.00 \times 10^{-2}$  moli, quanto valgono la temperatura minima  $T_{LOW}$  e la temperatura massima  $T_{HIGH}$  raggiunte dal gas durante il ciclo? E quanto varrebbe l'efficienza  $\eta_C$  di una macchina di Carnot che lavorasse fra queste due temperature?

$$T_{LOW} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ K} \quad P_A V_A / (nR) = 200 \text{ K} \quad T_{HIGH} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ K} \quad 2T_A = 400 \text{ K} \quad [\text{è facile determinare } T_{LOW} = T_A = P_A V_A / (nR) \text{ e } T_{HIGH} = T_B = 2T_A]$$

$$\eta_C = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad 1 - T_{LOW} / T_{HIGH} = 1/2 \quad [\text{dall'analisi della macchina di Carnot; notate che l'efficienza della macchina proposta nell'esercizio è meno di un 1/5 l'efficienza della macchina di Carnot che lavora fra le stesse due temperature!}]$$

PARTE 4 (ELETTROMAGNETISMO)

5. Un sistema è costituito da un cilindro omogeneo di raggio  $a = 5.0$  mm coassiale a un guscio cilindrico **spesso**, di raggio interno  $b = 10$  mm e raggio esterno  $c = 15$  mm, coassiale a sua volta a un guscio cilindrico **sottile** di raggio  $d = 30$  mm. Le altezze di tutti questi oggetti sono uguali, e valgono  $h = 1.0$  m; inoltre essi sono tutti costituiti di materiale **ottimo conduttore** e sono originariamente scarichi, cioè neutri. Nel resto dello spazio si trova il vuoto. Come indicato in figura, che mostra una vista "dall'alto" del sistema (le regioni ombreggiate sono quelle riempite di materiale conduttore), un generatore di differenza di potenziale  $V_0 = 10$  V è collegato tra il cilindro "interno" e il guscio "più esterno" (il polo positivo è collegato al cilindro di raggio  $r=a$ , il polo negativo al guscio sottile di raggio  $r=d$ ); si suppone che il sistema si trovi in **condizioni stazionarie**, cioè che il collegamento con il generatore sia avvenuto molto tempo prima di quando si eseguono le osservazioni di questo problema. [Usate  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$  F/m per la costante dielettrica del vuoto; tenete conto che la condizione  $h \gg a, b, c, d$  implica ragionevolmente che si possono "trascurare gli effetti ai bordi"; può farvi comodo notare che  $\ln(4) \sim 1.39$ ]



- a) Quanto vale la carica elettrica  $Q$  che si trova accumulata, in **condizioni stazionarie** (di "equilibrio"), sul cilindro interno (quello di raggio  $r = a$ )?

$Q = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ C} \quad V_0 2\pi\epsilon_0 h / \ln(bd/(ac)) \sim 4.0 \times 10^{-10} \text{ C}$  il sistema è un condensatore le cui armature sono i cilindri di raggio  $a$  e  $d$ . Essendo il sistema all'equilibrio, possiamo subito affermare che il campo elettrico è nullo nel guscio cilindrico spesso, cioè per  $b < r < c$ , dove è anche globalmente nulla la carica (il guscio è scarico e non è collegato a un bel niente). Applicando Gauss a una scatola cilindrica coassiale al sistema e di raggio  $r$  generico si trova l'espressione del campo per  $a < r < b$  e  $c < r < d$ ; in entrambi i casi si ha:  $E(r) = Q / (2\pi r \epsilon_0)$ . D'altra parte la differenza di potenziale tra le armature deve essere  $\Delta V = -V_0 = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} - \int_c^d \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = -(Q / (2\pi\epsilon_0)) (\int_a^b (1/r) dr + \int_c^d (1/r) dr) = -(Q / (2\pi\epsilon_0)) (\ln(b/a) + \ln(d/c)) = -(Q / (2\pi\epsilon_0)) (\ln(bd/(ac)))$ , dove abbiamo sfruttato una proprietà dei logaritmi. Questo consente di determinare il valore della carica  $Q$  fornendo dunque la risposta. Alla stessa risposta si può anche giungere notando che il sistema può essere considerato come una serie di due condensatori cilindrici (rispettivamente con raggi  $a, b$  e  $c, d$ ), calcolando la capacità di ogni condensatore e la capacità equivalente della serie, e infine ricordando che  $Q = CV_0$ ]

- b) Quanto valgono le differenze di potenziale  $\Delta V_{ba} = V(r=b) - V(r=a)$  e  $\Delta V_{dc} = V(r=d) - V(r=c)$ ?

$\Delta V_{ba} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ V} \quad -V_0/2 = -5.0 \text{ V}$  [come già discusso alla soluzione del quesito precedente, si ha  $\Delta V_{ba} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = -(Q / (2\pi\epsilon_0)) (\ln(b/a)) = V_0 \ln(b/a) / (\ln(bd/(ac))) = V_0 \ln(2) / (\ln(4)) = -V_0/2$ , dove abbiamo usato qualche proprietà dei logaritmi, da cui la risposta. Notate che il segno negativo è coerente con la polarità scelta per il generatore (il potenziale è più alto "all'interno" del sistema)]

$\Delta V_{dc} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ V} \quad -V_0 - \Delta V_{ba} = -5.0 \text{ V}$  [deve essere  $-V_0 = \Delta V_{da} = \Delta V_{ba} + \Delta V_{dc}$ , essendo la differenza di potenziale del guscio spesso ( $b < r < c$ ) nulla]

- c) Immaginate ora che a un dato istante il generatore di differenza di potenziale venga rimosso e sostituito magicamente e immediatamente con un resistore elettrico di resistenza  $R = 1.0$  Mohm. Il sistema subirà un processo di "scarica", in conseguenza del quale ci sarà un flusso di corrente all'interno del resistore che provocherà "dissipazione" per effetto Joule. Quanto vale l'energia  $E_{JOULE}$  "dissipata" nell'intero processo dal resistore? [Intero processo significa che si suppone di attendere un tempo idealmente infinito, quando il sistema si è completamente scaricato, state attenti a considerare che energia e potenza **non** sono la stessa cosa!]

$E_{JOULE} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ J} \quad V_0^2 \pi\epsilon_0 h / \ln(bd/(ac)) \sim 2.0 \times 10^{-8} \text{ J}$  [per motivi di bilancio energetico, l'energia dissipata deve essere uguale all'energia accumulata inizialmente nel condensatore, che vale  $E_{COND} = Q^2 / (2C) = CV_0^2 / 2$ . La capacità del condensatore è stata in pratica calcolata prima: essa infatti vale  $C = Q / V_0 = 2\pi\epsilon_0 h / \ln(bd/(ac))$ . Da qui si ottiene la risposta]

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 22/7/2010 Firma: