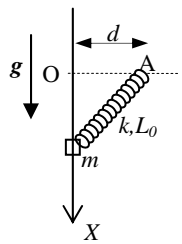


Nome e cognome: ..... Matricola: .....

Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

PARTE 1

1. Un manicotto (puntiforme!) di massa  $m = 50$  g può scorrere con **attrito trascurabile** lungo una guida fatta da un tondino fisso e rigido di direzione verticale (asse  $X$  di figura, orientato verso il basso) in cui il manicotto è infilato. Il manicotto è legato all'estremità di una molla, di massa trascurabile, costante elastica  $k = 10$  N/m e lunghezza di riposo  $L_0 = 20$  cm, il cui altro estremo è fissato al punto A di figura: come si vede, tale punto è sull'orizzontale passante per l'origine del riferimento (asse  $X$ ), a una distanza  $d = L_0 = 20$  cm da questo. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità; notate che la figura si riferisce a una situazione **generica**, in cui il manicotto si trova alla posizione  $x$  generica e la molla ha lunghezza  $L$  generica]



a) Come si scrive l'equazione del moto  $a(x)$  del manicotto? Come si scrive la funzione che stabilisce il **modulo** della reazione  $N(x)$  esercitata dal tondino sul manicotto in funzione della posizione  $x$  del manicotto? [Dovete scrivere delle funzioni di  $x$ , coordinata generica del manicotto rispetto all'asse di figura: **non** usate valori numerici!]

$a(x) = \dots\dots\dots$   
 $N(x) = \dots\dots\dots$

b) Supponete ora che inizialmente il manicotto si trovi fermo nella posizione  $x_0 = 3L_0 = 60$  cm e che a un dato istante venga lasciato libero di muoversi da questa posizione con velocità iniziale nulla. Quanto vale la velocità  $v'$  con cui il manicotto passa, se ci passa, per la posizione  $x' = 0$  (per la prima volta)?

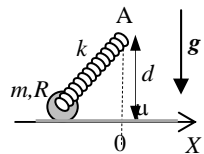
$v' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m/s

c) Discutete per benino e meglio che potete, in brutta, che tipo di moto compie il manicotto, e, qualora si tratti di moto armonico, quanto vale la pulsazione. Provate anche a vedere se si presentano delle situazioni rilevanti per certi valori di  $d$  o di  $L_0$ . [Se ne conoscete il significato, potrebbe farvi comodo ricordare i concetti che conducono a "sviluppare in serie" una funzione]

Discussione: .....

PARTE 2

2. Un cilindro pieno e omogeneo, di massa  $m = 6.0$  kg e raggio  $R = 20$  cm, si trova su un piano **orizzontale scabro**, che presenta un coefficiente di attrito  $\mu = 0.80$ . Il cilindro può ruotare con attrito trascurabile attorno al proprio asse dove, grazie a un opportuno giogo di massa trascurabile, si trova agganciata l'estremità di una molla di massa trascurabile, costante elastica  $k = 40$  N/m e lunghezza di riposo **trascurabile** (in pratica,  $L_0 = 0$ ). L'altra estremità della molla è vincolata a un punto (punto A di figura) che si trova sulla verticale dell'origine del sistema di riferimento (asse  $X$ ) che **dovete** usare, a una distanza  $d = 1.2$  m dal piano orizzontale (vedi figura). Inizialmente il cilindro si trova **fermo**, a causa di una qualche forza esterna, nella configurazione rappresentata in figura: in queste condizioni, la lunghezza della molla è  $L = d$  e il centro di massa del cilindro si trova in  $x < 0$ . Quindi, all'istante  $t_0 = 0$ , la forza esterna viene rimossa e il cilindro si trova libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Discutete per benino, in brutta, che tipo di moto compie il cilindro, valutando tutti gli aspetti coinvolti, in particolare se: (i) il cilindro resta sempre a contatto con il piano orizzontale; (ii) il moto iniziale è di rotolamento puro; (iii) il moto rimane di rotolamento puro durante l'intera sua evoluzione, e valutate la velocità  $v_{CM}$  del centro di massa del cilindro nell'istante in cui esso passa per la posizione  $x = 0$ .

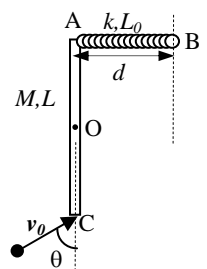
Discussione: .....

$v_{CM} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m/s

b) Detto  $t'$  l'istante in cui il centro di massa del cilindro passa per la posizione  $x = 0$  (cioè  $t'$  è l'istante in cui la velocità del centro di massa è  $v_{CM}$  determinata sopra), quanto vale la velocità  $v_{CM}''$  all'istante  $t''$ ? [Attenti alle trappole! Spiegate bene in brutta cosa fate e perché...]

$v_{CM}'' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m/s

3. Una sottile asta omogenea di massa  $M = 5.0$  kg e lunghezza  $L = 50$  cm è impernata in modo da poter ruotare con **attrito trascurabile** su un piano **orizzontale** attorno a un asse passante per il proprio punto di mezzo (il centro di massa, indicato con O in figura). A un'estremità dell'asta, punto A di figura, è agganciata l'estremità di una molla di massa trascurabile, costante elastica  $k = 20$  N/m e lunghezza di riposo  $L_0 = 20$  cm. L'altra estremità della molla è vincolata a un punto, indicato con B in figura, che si trova a distanza  $d = L_0$  dal punto A. Inizialmente, dunque, l'asta è in equilibrio con la molla alla propria lunghezza di riposo. A un certo istante un proiettile di massa  $m = 50$  g colpisce l'estremità C dell'asta con una velocità di modulo  $v_0 = 50$  m/s che ha la direzione indicata in figura (l'angolo tra la direzione della velocità e l'asse dell'asta vale  $\theta = \pi/3$ ). In seguito all'urto, il proiettile rimane istantaneamente **conficcato** nel punto C dell'asta. [Ricordate che  $\sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$  e  $\cos(\pi/3) = 1/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.7$ ]



a) Discutete per benino, in brutta, cosa si conserva nell'evento dell'urto, cioè individuate quali fra le grandezze meccaniche che caratterizzano il sistema si conservano nel breve intervallo di tempo tra **subito dopo** e **subito prima** dell'urto.

Discussione: .....

b) Dopo l'urto si osserva che l'asta comincia a ruotare attorno al perno e, di conseguenza, la molla si allunga fino a raggiungere (istantaneamente, cioè per un istante) un valore di lunghezza massima  $L_{MAX}$ . Quanto vale  $L_{MAX}$ ?

$L_{MAX} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  m

TERMODINAMICA

4. Due campioni di gas che si comportano come gas perfetti sono contenuti in due recipienti identici, di capacità termica **trascurabile**, realizzati con due cilindri di area di base  $A = 30$  cm<sup>2</sup> muniti di un tappo di **massa trascurabile** scorrevole **senza attrito** e posto in contatto con la pressione atmosferica  $P_{ATM} = 1.00 \times 10^5$  Pa. In particolare, il recipiente A contiene  $n = 1.00 \times 10^{-2}$  moli di gas **monoatomico**, mentre il recipiente B contiene la stessa quantità  $n = 1.00 \times 10^{-2}$  moli di gas **biatomico**. Inizialmente i due gas si trovano rispettivamente alle temperature  $T_A = 300$  K e  $T_B = (4/7)T_A = 171$  K. [Usate  $R = 8.31$  J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto valgono le altezze  $h_A$  e  $h_B$  delle regioni occupate dai gas A e B nei rispettivi recipienti?

$h_A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m

$h_B = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  m

b) Immaginate ora che i due recipienti vengano messi in contatto termico fra loro, ad esempio chiudendoli in una camera con capacità termica trascurabile munita di pareti impermeabili al calore (si intende che non c'è alcuno scambio termico oltre a quello tra i due gas). I due gas termalizzano fino a raggiungere una nuova temperatura di equilibrio,  $T'$ . Quanto vale  $T'$ ? [Supponete che durante l'intero processo di

termalizzazione la pressione atmosferica  $P_{ATM}$  continui ad agire inalterata sui tappi dei due recipienti e che il processo avvenga lentamente, cioè passando per stati di equilibrio]

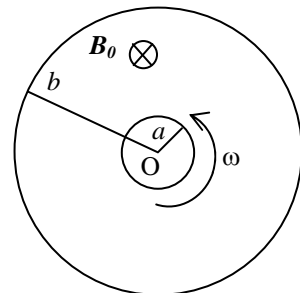
$T' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  K

c) Quanto vale la variazione **totale** di entropia  $\Delta S$  del **sistema dei due gas** nell'intero processo? [Si intende  $\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B$ ]

$\Delta S = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$  J/K

**PARTE 3**

5. Un disco (un cilindro molto più “basso” che “largo”) **cavo** omogeneo, fatto di materiale ottimo conduttore globalmente neutro, che ha raggio interno  $a = 50$  cm, raggio esterno  $b = 1.0$  m e spessore  $h = 10$  cm, viene mantenuto in rotazione attorno al suo asse (indicato con O in figura) con velocità angolare costante  $\omega = 10$  rad/s da un operatore esterno. Nella regione in cui si trova il disco è presente un campo magnetico esterno uniforme e costante, diretto ortogonalmente alla superficie del disco e di modulo  $B_0 = 2.0 \times 10^{-2}$  T (il verso del campo si deduce dalla figura, che riporta una vista “dall’alto” del sistema: rispetto a questa figura il campo “entra nel foglio” e la rotazione avviene in verso antiorario). Supponete che le condizioni a cui si fa riferimento nelle domande siano di equilibrio (cioè la rotazione del disco ha avuto inizio molto tempo prima di quando il sistema viene considerato).



a) Come è fatto e che espressione ha, sempre che esista, il campo elettrico all’interno del disco? Discutete per benino in brutta sull’origine di questo campo, sul suo legame con il campo magnetico, sulla sua direzione e verso, sulla sua espressione.

Discussione:  $\dots\dots\dots$

b) Quanto vale, in modulo, la differenza di potenziale elettrico  $\Delta V_{ab}$  che si instaura, se si instaura, tra la superficie laterale “interna” ( $r = a$ ) e la superficie laterale “esterna” ( $r = b$ ) del disco? [Per azzeccare i segni giusti, notate che si intende  $\Delta V_{ab} = V(r=b) - V(r=a)$ , con ovvio significato dei simboli]

$\Delta V_{ab} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  V

6. Avete un condensatore le cui armature sono costituite da due dischi sottili di materiale perfettamente conduttore (raggio dei dischi  $R = 10$  cm) posti parallelamente e coassialmente uno di fronte all’altro a una distanza  $d = 1.0 \times 10^{-4}$  m (lo spazio tra le armature è vuoto). Le armature sono connesse a un generatore di differenza di potenziale **variabile** nel tempo, tale che in un intervallo di tempo  $\Delta t = 10$  s la differenza di potenziale passa da zero al valore  $V_0 = 50$  V seguendo una funzione **lineare** del tempo. [Usate i valori  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$  F/m per la costante dielettrica del vuoto; notate che l’intervallo di tempo considerato può essere ritenuto sufficientemente lungo da consentire l’impiego di un approccio “quasi-stazionario”, cioè di utilizzare le leggi valide nel caso stazionario]

a) Quanto vale il lavoro  $L$  fatto dal generatore nell’intervallo  $\Delta t$ ?

$L = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  J

b) Come si esprime in funzione del tempo  $t$  l’intensità di corrente  $I(t)$  prodotta dal generatore nell’intervallo  $0 < t < \Delta t$ ? [Date una risposta solo “letterale” usando i parametri del problema e considerate il valore assoluto della corrente, senza preoccuparvi del segno]

$I(t) = \dots\dots\dots$

c) Discutete per benino, in brutta, cosa cambierebbe nella risposta alla domanda precedente se l’intervallo di tempo  $\Delta t$  fosse “molto breve”.

Discussione:  $\dots\dots\dots$

**Nota:** acconsento che l’esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
Pisa, 21/7/2011

Firma:

