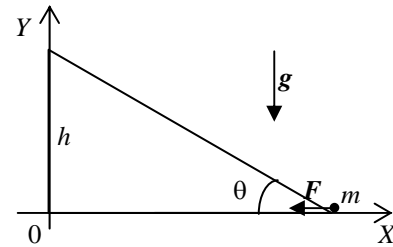


Nome e cognome: Matricola:

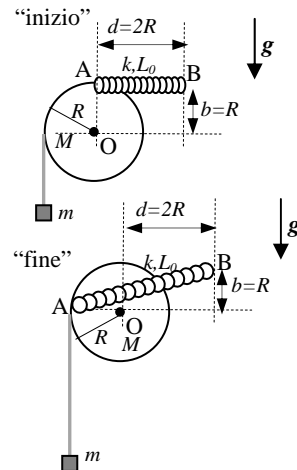
Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un oggetto puntiforme di massa $m = 0.10$ kg si muove sotto l'effetto di una forza **disomogenea** F , creata chissà come. Questa forza è diretta **orizzontalmente** e la sua componente X dipende dalla posizione secondo la legge: $F_x = -F_0 x/h$, con $F_0 = 2.0$ N (valore costante e uniforme), x coordinata orizzontale dell'oggetto puntiforme rispetto al sistema di riferimento che sarà specificato fra breve e $h = 2.0$ m. Per effetto di questa forza l'oggetto sale lungo un piano inclinato di altezza $h = 2.0$ m (è lo stesso h di prima!) che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. La figura chiarisce la geometria del problema e mostra il sistema di riferimento che **dovete** usare: in particolare l'asse X è orizzontale, l'asse Y è verticale e l'origine si trova sullo "spigolo" in basso a sinistra del piano inclinato (vedi figura!). [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $\sin(\pi/6) = 1/2$]



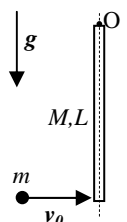
- a) Esiste una posizione di equilibrio per l'oggetto puntiforme sul piano inclinato? Se sì, quanto vale la quota y_{EQ} della posizione di equilibrio? [Usate, ovviamente, il sistema di riferimento indicato in figura e usate la geometria in modo appropriato]
 $y_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m
- b) Quanto vale il modulo della reazione vincolare N che la superficie del piano esercita sull'oggetto in condizioni di equilibrio?
 $N = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ N
- c) Supponete ora che inizialmente l'oggetto si trovi fermo alla base del piano inclinato (a quota $y_0 = 0$, per intenderci) con la forza F "spenta" e che a un certo istante la forza venga "accesa". Quanto vale il modulo della velocità v' con cui l'oggetto raggiunge la sommità del piano inclinato (a quota $y' = h$, per intenderci), se la raggiunge? [Ovviamente la forza F è sempre quella delle domande precedenti, cioè è disomogenea e ha quella specifica dipendenza dalla posizione espressa sopra]
 $v' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ m/s

2. Un cilindro pieno e omogeneo, di massa $M = 6.0$ kg e raggio $R = 20$ cm, è vincolato a ruotare attorno a un asse fisso che coincide con il suo asse geometrico. Sulla superficie laterale del cilindro è avvolta una fune di massa trascurabile un cui estremo è vincolato a una massa (puntiforme) $m = M/2 = 3.0$ kg: il sistema è montato in modo tale che quando il cilindro ruota la fune si srotola e la massa m si muove verticalmente. Si suppone che la fune non slitti sulla superficie del cilindro e che tutti gli attriti coinvolti nel movimento siano **trascurabili**. Come rappresentato in figura, su una delle facce del cilindro, in corrispondenza di un punto (indicato con A) sulla circonferenza, è fissato l'estremo di una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 50$ N/m e lunghezza di riposo $L_0 = 2R = 40$ cm. L'altro estremo della molla è vincolato a un punto che si trova nella posizione indicata con B in figura: la quota di tale punto, misurata rispetto al polo di rotazione (O in figura), vale $b = R = 20$ cm, mentre la distanza rispetto a O della verticale tracciata da questo punto vale $d = 2R = 40$ cm. La configurazione iniziale del sistema è quella mostrata nella figura in alto: tutto è fermo, a causa di una qualche forza esterna, la molla ha il suo asse in direzione orizzontale e si trova a lunghezza di riposo. Quindi il sistema viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla e, a un dato istante, raggiunge la configurazione della figura in basso, in cui si vede che il cilindro è ruotato di un quarto di giro e la massa si è spostata di conseguenza. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



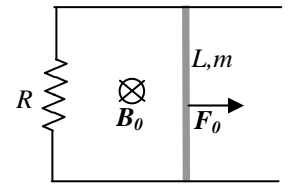
- a) Quanto vale, in modulo, la velocità v della massa m nell'istante considerato?
 $v = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ m/s
- b) Quanto vale, in modulo, l'accelerazione della massa calcolata all'istante "iniziale", a_{INI} , e a quello "finale", a_{FIN} , del processo? [Ovviamente l'istante iniziale è quello in cui il sistema inizia a muoversi, figura in alto, e l'istante finale è quello in cui è avvenuta la rotazione del cilindro per un quarto di giro, figura in basso]
 $a_{INI} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m/s² $a_{FIN} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ m/s²

3. Un "pendolo balistico" è realizzato con una sottile asta omogenea di lunghezza $L = 1.0$ m e massa $M = 30$ kg che è libera di ruotare con attrito trascurabile attorno a un asse O passante per un suo estremo (il piano di rotazione è verticale, come indicato in figura). Un proiettile puntiforme di massa $m = 0.10$ kg = $M/300$ viene sparato con velocità **orizzontale** di modulo $v_0 = 2.0$ m/s in modo da colpire l'estremità "libera" (non imperniata) dell'asta. In seguito all'urto, il proiettile resta **conficcato** nell'asta e si osserva che il sistema asta+proiettile si mette a ruotare attorno all'asse fino a raggiungere un valore massimo θ_{MAX} dell'angolo tra asse dell'asta e verticale. [Usate $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



- a) Quanto vale θ_{MAX} ? In brutta dovete spiegare **in modo chiaro** quale procedimento usate, se ci sono grandezze meccaniche del sistema che si conservano nel processo di urto e nel processo di rotazione dell'asta, e perché eventualmente si conservano. Può essere conveniente usare delle approssimazioni che tengano conto dei valori numerici dei parametri del problema, in particolare del rapporto tra le masse.
 $\theta_{MAX} \sim \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ rad
- b) Chiamato $t_0 = 0$ l'istante dell'urto (che avviene istantaneamente), quanto vale l'istante t_{MAX} a cui il sistema raggiunge l'angolo θ_{MAX} di cui sopra? [Attenzione: la soluzione richiede di capire che tipo di movimento compie il sistema e di fare ragionevoli assunzioni basate sul fatto che il valore di θ_{MAX} è "piccolo"...]
 $t_{MAX} \sim \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ s

4. Un circuito elettrico è costituito dagli elementi rappresentati in figura: una barretta di materiale ottimo conduttore di lunghezza $L = 10$ cm e massa $m = 50$ g che può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione orizzontale, mantenendo contatto elettrico con due guide fisse e rigide, anch'esse di materiale conduttore. Le due guide sono collegate tra loro attraverso un resistore elettrico con resistenza $R = 1.0$ kohm. Un campo magnetico esterno, **uniforme, costante** e di modulo $B_0 = 5.0$ T, attraversa il piano su cui si muove la barretta (la figura mostra che B_0 "entra nel foglio"). La barretta è sottoposta all'azione di una **forza costante e uniforme** F_0 prodotta da un operatore esterno e diretta orizzontalmente come in figura e di modulo $F_0 = 2.0 \times 10^{-3}$ N; tale forza provoca il movimento della barretta nella stessa direzione e verso.



- a) Individuate il verso della corrente elettrica I che viene indotta nel circuito per effetto del movimento della barretta e spiegate **per benino** in brutta perché si genera tale corrente.
 Verso della corrente e spiegazione :
- b) Come si scrive l'equazione del moto $a(t)$ della barretta nelle condizioni dell'esercizio? [Dovete determinare l'accelerazione della barretta lungo la direzione orizzontale: **non** usate valori numerici per la risposta, ma servitevi dei parametri letterali del problema]
 $a(t) = \dots\dots\dots$
- c) Supponete ora che a un dato istante la velocità della barretta venga ad essere $v' = 2.0$ m/s; quanto vale, in questo preciso istante, la potenza P' "dissipata" per effetto Joule dal resistore?
 $P' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ W
- d) Quanto vale, se esiste, la velocità massima v_{MAX} che la barretta può raggiungere? [Occhio: guardate bene l'equazione del moto che avete determinato al quesito b)...]
 $v_{MAX} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ m/s

5. Un campione di $n = 0.200$ moli di un gas perfetto monoatomico compie la seguente successione di trasformazioni espansione isoterma **irreversibile** $A \rightarrow B$, compressione isobara **reversibile** $B \rightarrow C$, isocora **reversibile** $C \rightarrow A$. Si sa che nel punto A il gas si trova a temperatura $T_A = 300$ K e volume $V_A = 1.00$ litri; inoltre si sa che $V_B = 2V_A$ e che nell'isoterma **irreversibile** $A \rightarrow B$ il gas assorbe una quantità di calore $Q_{AB} = 300$ J. [Usate $R = 8.31$ J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]
- a) Quanto vale la variazione di entropia ΔS_{AB} per la trasformazione $A \rightarrow B$? [State attenti! La trasformazione considerata è irreversibile, dunque per essa potrebbe non valere la consueta legge di stato delle isoterme...; ricordate però che la variazione di entropia è una funzione di stato e spiegate per bene, in brutta, il procedimento adottato. Può farvi comodo sapere che $\ln(2) \sim 0.693$]
 $\Delta S_{AB} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$ J/K
- b) Quanto vale l'efficienza, o rendimento, η del ciclo?
 $\eta = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- c) Quanto varrebbe l'efficienza, o rendimento, η' del ciclo se la trasformazione $A \rightarrow B$ fosse un'isoterma **reversibile**? [Notate che, in questo caso, il calore assorbito nella trasformazione $A \rightarrow B$ non avrebbe più lo stesso valore Q_{AB} citato prima nel testo!]
 $\eta' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).
 Pisa, 19/9/2011 Firma: