

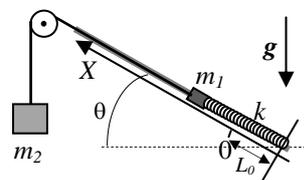
Nome e cognome: .....

Matricola: .....

**Istruzioni: riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare “brutte copie” o altri documenti che ritenete utili. Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione**

PARTE 1

1. Un manicotto (puntiforme!) di massa  $m_1 = m = 0.10$  kg è vincolato a scorrere con attrito trascurabile lungo una guida fissa e rigida (un tondino) che forma un angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale. Il manicotto è solidale all'estremo di una molla di massa trascurabile, costante elastica  $k = 4.9$  N/m e lunghezza di riposo  $L_0$  (incognita), il cui altro estremo è fissato a un muretto che sorge alla base del piano inclinato. Al manicotto è anche attaccato il capo di una fune inestensibile e di massa trascurabile il cui altro capo è vincolato a una massa  $m_2 = 2m = 0.20$  kg libera di muoversi in direzione verticale.

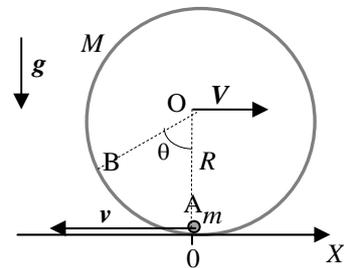


Come si vede in figura, la fune passa per la gola di una puleggia di massa trascurabile che scorre con attrito trascurabile attorno al proprio asse. Per la soluzione del problema fate riferimento a un asse  $X$  parallelo al tondino, orientato verso l'alto e centrato in modo tale che, quando il manicotto si trova nella posizione  $x = 0$ , la molla assume la propria lunghezza di riposo. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità. Ricordate che  $\sin(\pi/6) = 1/2$  e  $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$  con  $\sqrt{3} \sim 1.73$ . Ovviamente l'asse della molla e il tratto di fune dal manicotto alla puleggia hanno la stessa direzione del tondino]

- Qual è la posizione di equilibrio  $x_{EQ}$  del manicotto? [Esprimetela rispetto al sistema di riferimento dato]  
 $x_{EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m
- Come si scrive la funzione  $T(x)$  che esprime il modulo della tensione della fune per una posizione (generica)  $x$  del manicotto? [Fate sempre uso del riferimento dato e **non** usate valori numerici]  
 $T(x) = \dots\dots\dots$
- Supponete che il manicotto venga spostato dalla posizione di equilibrio  $x_{EQ}$  determinata prima fino alla posizione  $x_0 = 0$  per qualche causa esterna (una manina) che, a  $t_0 = 0$ , viene rimossa istantaneamente lasciando il manicotto libero di muoversi con velocità iniziale nulla. Quanto vale la coordinata massima  $x_{MAX}$  che il manicotto raggiunge nel corso del moto successivo?  
 $x_{MAX} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m
- In quale istante  $t'$  viene raggiunta (per la prima volta) la coordinata  $x_{MAX}$  di cui sopra?  
 $t' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  s

PARTE 2

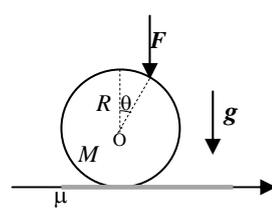
2. Un sistema è costituito da un “cerchione di bicicletta” (un guscio cilindrico **omogeneo** di spessore praticamente trascurabile), che ha raggio  $R = 70$  cm e massa  $M = 0.20$  kg, e da un corpo puntiforme di massa  $m = M/5 = 4.0 \times 10^{-2}$  kg. Il cerchione può ruotare senza strisciare (rotolamento puro) su una strada orizzontale, mentre il corpo puntiforme, che si trova appoggiato sulla superficie “interna” del cerchione (vedi figura), può scivolarvi sopra con **attrito trascurabile**. A un dato istante, la configurazione è quella di figura: il corpo puntiforme, che si trova nel punto più basso del cerchione (indicato con A in figura, nel seguito si farà riferimento alla situazione che si ha in questo istante come “configurazione A”), si muove con una velocità  $v$  diretta orizzontalmente verso la sinistra della figura; il centro di massa del cerchione (che sta facendo un moto di rotolamento rispetto alla strada) si muove con velocità  $V$  verso la destra della figura.



I moduli di queste velocità sono incogniti. A un istante successivo si osserva che entrambi gli oggetti (corpo puntiforme e cerchione) si arrestano istantaneamente: quando questo si verifica, il corpo puntiforme si viene a trovare, **relativamente al cerchione**, nella posizione indicata con B in figura. L'angolo indicato, misurato rispetto alla verticale, vale  $\theta = \pi/3$ . [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità. Ricordate che  $\cos(\pi/3) = 1/2$  e  $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$  con  $\sqrt{3} \sim 1.73$ ; ai fini della soluzione supponete che la forza di attrito necessaria per il rotolamento puro del cerchione sia trascurabile]

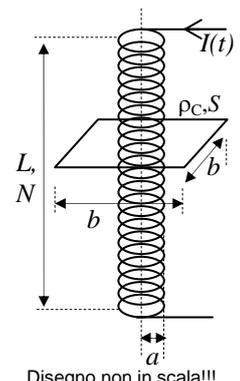
- Quanto vale lo spostamento  $\Delta X$  del centro di massa **del cerchione** quando il corpo puntiforme passa dalla posizione A a quella B? [Esprimete lo spostamento usando l'asse indicato in figura, orizzontale e orientato verso la destra]  
 $\Delta X = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m
- Quanto valgono le velocità  $v$  e  $V$  del corpo puntiforme e del cerchione misurate nell'istante della “configurazione A”?  
 $v = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m/s  
 $V = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  m/s

3. Un cilindro pieno e omogeneo di massa  $M = 5.0$  kg e raggio  $R = 80$  cm si trova fermo e appoggiato su un pavimento orizzontale **scabro**, che presenta un coefficiente di attrito statico  $\mu = 0.20$ . A un dato istante, sulla superficie laterale del cilindro, nel punto indicato in figura, viene applicata una forza verticale  $F$  diretta verso il basso, e di modulo  $F = 45$  N: l'angolo indicato in figura, compreso tra il “raggio vettore” che porta al punto di applicazione della forza e la verticale, vale  $\theta = \pi/6$ . [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità. Ricordate che  $\sin(\pi/6) = 1/2$  e  $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$  con  $\sqrt{3} \sim 1.73$ ]



- Supponendo che il moto dovuto all'applicazione della forza  $F$  sia di **rotolamento puro**, quanto vale l'accelerazione  $a_{CM}$  del centro di massa del cilindro subito dopo l'applicazione della forza  $F$ ?  
 $a_{CM} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m/s<sup>2</sup>
- Verificate, discutendo per bene il problema in brutta, se il moto ha davvero caratteristiche di rotolamento puro, come supposto nel punto precedente, oppure no.

4. Un solenoide di lunghezza  $L = 1.0$  m e raggio  $a = 2.0$  cm (dunque con  $a \ll L$ , per cui si può ritenere che esso si comporti in modo “ideale”), composto da  $N = 1000$  spire, è collegato a un generatore che eroga una corrente variabile nel tempo. In particolare, l'intensità di corrente  $I(t)$  è pari a  $I_0 = 2.0$  A per  $t_0 < t$  e quindi cresce **linearmente** con il tempo fino a **raddoppiare** all'istante  $t_0 + T$ , con  $T = 10$  s, per poi rimanere costantemente a tale valore per  $t > t_0 + T$ . Come mostrato in figura (non in scala!), il solenoide attraversa la superficie di un quadrato delimitato da un filo elettrico di sezione  $S = 1.0$  mm<sup>2</sup> (fatto di materiale “debolmente conduttore”, con resistività  $\rho_C = 1.0 \times 10^{-5}$  ohm m) che forma una spira quadrata di lato  $b = 10$  cm. Il piano su cui giace la spira è ortogonale all'asse del solenoide e la spira è concentrica al solenoide stesso. [Usate  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  T A/m per la costante di permeabilità magnetica del vuoto]



- a) Quanto vale la resistenza elettrica  $R$  della spira?  
 $R = \dots\dots\dots \sim \dots\dots$  ohm
- b) Quanto vale l'intensità di corrente  $I_S(t)$  indotta nella spira? Dovete trovarne l'espressione ai diversi istanti (prima, durante e dopo la variazione di corrente nel solenoide), senza usare i valori numerici, ma facendo riferimento ai dati noti del problema indicati con i loro simboli “letterali”.  
 $t < t_0 : I_S(t) = \dots\dots\dots$   
 $t_0 < t < t_0 + T : I_S(t) = \dots\dots\dots$   
 $t > t_0 + T : I_S(t) = \dots\dots\dots$
- c) Quanto vale l'**energia** “dissipata” per effetto Joule nella spira,  $E_J$ , nell'intervallo di tempo  $t_0 < t < t_0 + T$ , cioè nel tempo in cui il generatore varia la corrente che fluisce nel solenoide? [Occhio: chiedo un'energia, non una potenza!]  
 $E_J = \dots\dots\dots = \dots\dots$  J

TERMODINAMICA (OPZIONALE)

5. Un campione di  $n = 9.8 \times 10^{-3}$  moli di gas perfetto monoatomico si trova all'interno di un recipiente cilindrico che ha area di base  $S = 0.98$  cm<sup>2</sup> ed è dotato di pareti indeformabili che formano un'intercapedine riempita con una grande quantità di acqua e ghiaccio fondente. In particolare, la parete “interna” è perfettamente trasparente al calore, mentre quella esterna è praticamente impermeabile al calore: in questo modo si ottiene che il gas è a contatto termico con il ghiaccio fondente e lo scambio di calore con il “mondo esterno” può essere considerato trascurabile. Nel recipiente può scorrere, in direzione verticale (la direzione dell'asse del cilindro) e con attrito trascurabile, un tappo di massa  $m$  (incognita) che suddivide il volume del recipiente in due regioni: in quella “di sotto” si trova il gas, mentre in quella “di sopra” è fatto il vuoto pneumatico. Inizialmente la regione occupata dal gas ha altezza  $h_0 = 10$  cm e le condizioni sono di **equilibrio**. [Usate  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> per il modulo dell'accelerazione di gravità e  $R = 8.3$  J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

- a) Quanto deve valere la massa  $m$  del tappo?  
 $m = \dots\dots\dots = \dots\dots$  kg
- b) Supponete ora che, all'interno del gas, avvenga a un certo istante una qualche reazione chimica che comporta un'esplosione in cui viene liberata una certa quantità di calore  $Q_{ESPL}$  (incognita). Dopo un certo tempo, necessario perché il gas raggiunga una nuova condizione di equilibrio, si osserva che una quantità  $\Delta M = 20$  g di ghiaccio si è fusa all'interno dell'intercapedine. Quanto vale la nuova altezza  $h'$  della regione occupata dal gas dopo che il sistema ha nuovamente raggiunto l'equilibrio? Quanto vale il calore  $Q_{ESPL}$ ? [Supponete che l'esplosione **non** modifichi il numero di moli del gas; usate il valore  $\lambda_F = 3.0 \times 10^5$  J/kg per il calore latente di fusione del ghiaccio e considerate che la massa iniziale di ghiaccio fondente è molto maggiore di  $\Delta M$ ; state attenti ai trabocchetti e discutete per benino in brutta!]  
 $h' = \dots\dots\dots = \dots\dots$  m  
 $Q_{ESPL} = \dots\dots\dots = \dots\dots$  J
- c) Quanto vale la variazione di entropia  $\Delta S$  dell'intero sistema (gas + acqua e ghiaccio fondente) nel processo sopra considerato?  
 $\Delta S = \dots\dots\dots = \dots\dots$  J/K

**Nota:** acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).  
 Pisa, 8/6/2012 Firma: