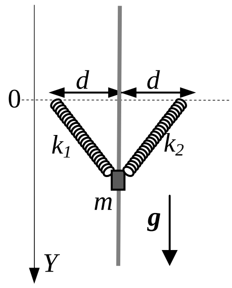
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 28/6/2012

Nome e cognome: ……………………………………………………….   Matricola: ……………

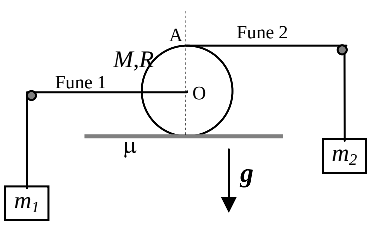
Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

-- *PARTE 1*



1. Un manicotto (puntiforme!) di massa m = 2.0 kg è vincolato a scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione verticale (asse Y, orientato verso il basso come in figura). Il manicotto è attaccato alle estremità di due molle che hanno entrambe lunghezza di riposo **trascurabile** (in pratica, L_0=0!) e costanti elastiche k_1 = 28 N/m e k_2 = 70 N/m. Gli altri estremi delle due molle sono attaccati a delle pareti rigide e indeformabili, in due punti collocati simmetricamente rispetto al tondino a distanza d = 1.0 m da esso: il punto di attacco delle due molle è alla stessa quota verticale dell'origine del riferimento (vedi figura). [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]
   a) Quanto vale la posizione di equilibrio y_{EQ} del manicotto? Quanto vale e come è diretta la forza di reazione vincolare $\mathbf{N}_{EQ}$ che il tondino esercita sul manicotto quando questo si trova in posizione di equilibrio? [Dovete esprimere la posizione di equilibrio rispetto all'asse Y di figura]
   y_{EQ} = …………………………………… = ……… m $mg/(k_1+k_2)$ = 0.20 m   [il manicotto è vincolato a muoversi (eventualmente!) lungo l'asse Y . Pertanto si deve cercare la condizione di equilibrio lungo questa direzione, cioè imporre che le **componenti** delle forze lungo tale direzione si bilancino. Le forze in questa direzione sono il peso, che punta verso il basso, e le **componenti verticali** delle forze elastiche che puntano verso l'alto (altrimenti l'equilibrio non ci sarebbe!) e che si ottengono moltiplicando il modulo delle forze elastiche per il coseno dell'angolo compreso tra l'asse delle molle e l'asse Y. Notiamo che tale angolo è lo stesso per le due molle e che il suo valore, per la trigonometria, è dato da y/L , dove y è la posizione (generica) del manicotto e L è la lunghezza delle molle che, per Pitagora, vale $L = (y^2+d^2)$. D'altra parte il modulo della forza elastica si esprime come $F_i = k_i(L-L_0)$, con $i=1,2$ e L_0=0. Allora all'equilibrio deve verificarsi che $mg = (k_1+k_2)L_{EQ}y_{EQ}/L_{EQ} = (k_1+k_2)y_{EQ}$, da cui la soluzione]
   N_{EQ} = …………………………………… = ……… N $(k_2-k_1)d$ = 42 N   [la reazione vincolare che il tondino esercita sul manicotto serve a garantire che questo si muova in direzione verticale. Dunque la reazione vincolare deve avere direzione orizzontale, dovendosi opporre alle componenti orizzontali delle forze che il manicotto risente a causa delle forze elastiche delle molle. Riprendendo quanto osservato sopra, notiamo che le componenti orizzontali delle forze elastiche si ottengono moltiplicandone il modulo per il seno dell'angolo compreso tra lì'asse delle molle e l'asse Y, il quale, per la trigonometria, è pari a d/L (essendo L la lunghezza delle molle). Osserviamo inoltre che, essendo le molle alla stessa lunghezza ed essendo la molla 2 più "rigida" della molla 1, se non ci fosse il tondino il manicotto subirebbe un'accelerazione con componente orizzontale diretta verso la destra di figura, per cui il verso della reazione vincolare deve essere verso la sinistra di figura. Per quanto riguarda il modulo, esso si trova facendo la differenza tra la componente orizzontale della forza elastica 2 con la componente orizzontale della forza elastica 1, da cui il risultato]
   Direzione e verso: ……………………… orizzontale, verso la sinistra della figura
   b) Supponete ora che il manicotto si trovi inizialmente fermo nella posizione di equilibrio e che a un certo istante esso riceva un "colpettino" che gli fornisce una velocità iniziale v_0 diretta **verso l'alto.** Si osserva che il manicotto, messo così in moto, si arresta (istantaneamente!) quando raggiunge la posizione y = 0. Quanto vale v_0? [Usate il riferimento dato e ricordate che gli attriti sono trascurabili!]
   v_0 = …………………………………… = ……… m/s $-(mg^2/(k_1+k_2))^{1/2}$ = -1.4 m/s   [non essendoci forze dissipative, conviene usare la conservazione del'energia meccanica: 0 = $\Delta E_K+\Delta U$, dove $\Delta E_K = -(m/2)v_0^2$ (il manicotto parte con velocità v_0 e, quando raggiugne la quota massima, si arresta istantaneamente). La variazione di energia potenziale è dovuta sia alla variazione di quota del manicotto che alla variazione dell'energia elastica. Tenendo conto dei dati del testo, si ha $\Delta U_G = mg(-y_{EQ})$, dove abbiamo notato che la variazione di quota (in modulo) è pari a $|y_{EQ}|=-y_{EQ}$ e che l'energia aumenta (il manicotto sale verso ll'alto). Inoltre è $\Delta U_{ELA}=U_{ELA,FIN}-U_{ELA,IN}$, con $U_{ELA}=((k_1+k_2)/2)L^2$, dove abbiamo sfruttato le circostanze che le lunghezze delle due molle sono sempre uguali fra loro e che la lunghezza di riposo delle molle è trascurabile. Per la geometria si ha che $L^2_{FIN}=d^2$, mentre $L^2_{IN} = d^2+y_{EQ}^2$, da cui $\Delta U_{ELA}=-((k_1+k_2)/2)y_{EQ}^2$. Mettendo tutto assieme, usando l'espressione di y_{EQ} determinata sopra e rimaneggiando si ottiene: $v_0^2=2mg^2/(k_1+k_2)-((k_1+k_2)/m)(m^2g^2/(k_1+k_2)^2)=mg^2/(k_1+k_2)$, da cui la soluzione (dove si prende quella con il segno negativo vista l'orientazione dell'asse di riferimento)]
   c) Quanto vale l'intervallo di tempo Δt necessario perché il manicotto, partendo dalla posizione di equilibrio con la velocità $\mathbf{v_0}$ di cui al punto precedente, raggiunga (per la prima volta) la posizione y = 0?
   Δt = …………………………………… = ……… s $\pi/(2\omega) = (\pi/2)(m/(k_1+k_2))^{1/2}$ = 0.22 s   [il moto del manicotto è armonico, con pulsazione $\omega = ((k_1+k_2)/m)^{1/2}$. Questo può essere facilmente dedotto scrivendo l'equazione del moto del manicotto. Sulla base di quanto discusso in precedenza, si ha infatti $a(y) = -((k_1+k_2)/m)y+g$, che è proprio l'equazione di un moto armonico con la pulsazione $\omega = ((k_1+k_2)/m)^{1/2}$. Le condizioni iniziali del moto da considerare prevedono che la posizione iniziale sia quella di equilibrio e che la velocità iniziale sia diversa da zero. Ci si può facilmente rendere conto che la posizione y = 0 equivale alla massima distanza che l'oggetto raggiunge durante il moto armonico e che il tempo necessario a raggiungere tale posizione è pari a un quarto del periodo $T = 2\pi/\omega$. Da qui la soluzione]

-- *PARTE 2*



2. Un cilindro omogeneo di massa M = 4.0 kg e raggio R = 80 cm è appoggiato su una superficie piana **scabra** orizzontale, che presenta un coefficiente di attrito statico μ = 0.50. Al cilindro sono collegate due funi: una (Fune 1 in figura), è attaccata all'asse del cilindro (O in figura) e termina, dopo essere passata attorno a un perno fisso (che non offre alcun attrito e non ci sta a fare nulla…) su una massa m_1 = $M/2$ = 2.0 kg libera di muoversi in

direzione verticale. Anche l'altra fune, indicata con 2 in figura, passa per un perno e termina con una massa, che stavolta si chiama m_2 **(incognita)**, libera di muoversi.

Come indicato in figura, la fune 2 è attaccata al punto A, che si trova sulla periferia del cilindro, all'intersezione tra questa e la verticale tracciata dal contatto tra cilindro e piano. Le condizioni di figura sono **di equilibrio**, cioè tutto è fermo. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

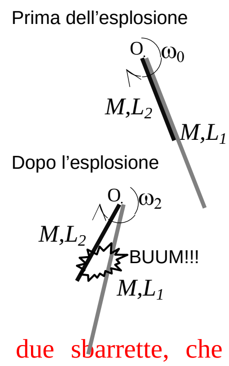
a) Quanto vale il modulo della forza di attrito F_A che si determina al contatto tra cilindro e piano?

F_A = …………………………………… = ……… N $m_1g/2$= 9.8 N [la situazione considerata prevede che ci sia equilibrio rotazionale per il cilindro ed equilibrio traslazionale per il centro di massa del cilindro e per le due masse a penzoloni. L'equilibrio di queste masse permette subito di concludere che le tensioni delle funi sono in modulo pari a $T_! = m_1g$ e $T_2=m_2g$. Per l'equilibrio rotazionale del cilindro deve essere nulla la sommatoria dei momenti delle forze. Se usiamo il polo O (scelta non intelligentissima, ma tradizionale…), notiamo che le forze che hanno braccio, quindi momento, non nullo sono la tensione T_2 e la forza di attrito F_a, che entrambi hanno braccio R. Affinché l'equilibrio sia possibile occorre che la forza di attrito sia diretta verso la destra della figura, nota importanite per quanto seguirà. Inoltre occorre che essa sia in modulo pari a T_2, cioè $F_A = T_2 = m_2g$. D'altra parte l'equilibrio traslazionale del centro di massa del cilindro richiede: $T_1=m_1g=T_2+F_1 = 2F_A$, da cui la risposta. Come esercizio, provate ad arrivare (in modo molto più rapido!) alla stessa risposta imponendo l'equilibrio dei momenti delle forze rispetto a un polo che coincide con il punto di contatto tra cilindro e piano. Osservate che per completare la risposta **è necessario** verificare che la forza di attrito trovata abbia un valore "compatibile" con la forza di attrito che può essere generata al contatto tra cilindro e piano. Infatti si ha $F_{A,MAX} = \mu N = \mu Mg = 2m_1g > F_A$, per cui l'equilibrio è possibile]

b) Supponete ora che a un dato istante la fune 2 venga improvvisamente tagliata (senza fornire velocità iniziale ad alcun elemento): ovviamente in queste nuove condizioni il sistema non è più in equilibrio. Quanto vale, in modulo, l'accelerazione a_1 con cui la massa m_1 comincia a muoversi verso il basso subito dopo il taglio della fune? [Dovete spiegare **bene**, in brutta, quale procedimento adottate e giustificare le varie affermazioni!]

a_1= …………………………………… = …….. m/s^2 $g/4$= 2.45 m/s^2 [l'equazione del moto della massa m_1 si scrive: $a_1=g-T/m_1$, dove abbiamo usato un riferimento verticale orientato verso il basso e indicato con T la tensione della fune 1 (la sola sopravvissuta!). L'equazione del moto del centro di massa del cilindro si scrive $a_{CM} = (T-F_A)/M$, dove abbiamo usato un asse orizzontale diretto verso la sinistra della figura e notato che la forza di attrito, il cui valore non è necessariamente lo stesso calcolato sopra, ha ancora direzione verso la destra di figura. A causa dell'inestensibilità della fune e della scelta dei versi dei riferimenti, si ha $a_1 = a_{CM} = a$. L'equazione del moto rotazionale del cilindro si scrive $\alpha = F_AR/I = 2F_A/(MR)$, dove abbiamo notato che l'unica forza che ha braccio non nullo è l'attrito, il cui braccio è pari a R, e abbiamo usato l'espressione $I=MR^2/2$ per il momento di inerzia del cilindro pieno e omogeneo. Nelle quattro equazioni sopra scritte si hanno le incognite a_1, T, a_{CM}, F_A, α, che sono cinque, dunque troppe per la soluzione. Possiamo allora andare a verificare se si ha moto di rotolamento puro. In questo caso si avrebbe una sesta equazione: $\alpha = a_{CM}/R = a/R$. Risolvendo il sistema supponendo che il moto sia di rotolamento puro, si ottiene $F_A = Ma/2 = m_1Mg/(3M+2m_1) = Mg/8$, che è ancora minore del valore massimo della forza di attrito statico scritta sopra. Dunque il moto è di rotolamento puro e la soluzione si trova risolvendo il sistema di sei equazioni e sei incognite rispetto ad a_2]

3. Un sistema è costituito da due sbarrette molto sottili (praticamente dei segmenti…), omogenee, che hanno la stessa massa M = 1.0 kg e lunghezza l'una il doppio dell'altra (L_1 = 20 cm, $L_2 = L_1/2$ = 10 cm). Le due sbarrette sono imperniate ai loro estremi sullo stesso perno O in modo da poter ruotare **con attrito trascurabile** su un piano **orizzontale**. Inizialmente le due sbarrette si trovano "a contatto" ed entrambe ruotano con la stessa velocità angolare ω_0 = 2.0 rad/s. A un dato istante una piccola carica esplosiva di massa trascurabile, collocata "fra le sbarrette", viene fatta brillare: in conseguenza di questa esplosione si osserva che la sbarretta 1 **si arresta**.



a) Discutete per bene, in brutta, quali grandezze meccaniche del sistema si conservano nel processo considerato, e spiegate il perché. Inoltre determinate la velocità angolare ω_2 della sbarretta 2 subito dopo l'esplosione.

Discussione: ……………………………. Il processo assomiglia a una "frammentazione": le due sbarrette, che originariamente si muovono di conserva (unite), dopo l'esplosione hanno una dinamica differente. Questo avviene a causa delle forze interne determinate dall'esplosione. L'energia cinetica del sistema non si conserva, dato che l'esplosione fornisce dell'energia al sistema 8vedi domanda successiva). La quantità di moto non si conserva, dato che il sistema non è isolato per le forze (impulsive) prodotte dal perno sulle sbarrette, che sono esterne rispetto al sistema. Il momento angolare calcolato rispetto al polo O, invece, si conserva, dato che le forze impulsive che in esso agiscono hanno braccio, e quindi momento, nullo.

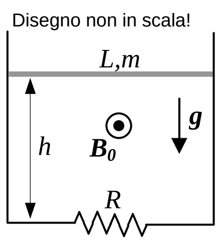
ω_2 = …………………………………… = ……… rad/s $5\omega_0$= 10 rad/s [la conservazione del momento angolare stabilisce che: $(I_1+I_2)\omega_0 = I_1\omega_1+I_2\omega_2 = I_2\omega_2$, dove abbiamo notato che la sbarretta 1 subito dopo l'esplosione si arresta. Ricordando che per sbarrette sottili omogenee imperniate a un estremo si ha $I = ML^2/3$ si ottiene la soluzione, dove si è anche sfruttata la relazione tra le lunghezze delle sbarrette data nel testo]

b) Assumendo che tutta l'energia dell'esplosione serva per modificare la velocità delle sbarrette (non ci sono dispersioni per calore, o altro), quanto vale l'energia E liberata nell'esplosione?

E = …………………………………… = …….. J $(95/8)ML_1^2\omega_0^2$ = 1.9 J [si può applicare un ragionamento di bilancio energetico, in base al quale $E = \Delta E_{MECC} = \Delta E_K = (I_2/2)\omega_2^2 - ((I_1+I_2)/2)\omega_0^2$. La risposta si ottiene usando il valore di ω_2 sopra determinato e la relazione tra le lunghezze delle sbarrette]

-- *PARTE 3*

4. Una barretta di lunghezza L = 10 cm e massa m = 0.10 kg, fatta di materiale ottimo conduttore, può scorrere con **attrito trascurabile** in direzione verticale mantenendosi in contatto elettrico con due guide ottime conduttrici, fisse, rigide e disposte verticalmente, collegate tra loro da un resistore R = 0.10 ohm come indicato in figura. In questo modo la barretta costituisce il "lato mobile" di una "spira conduttrice" la cui resistenza elettrica è R. Un campo magnetico esterno,



uniforme e costante, insiste sulla regione di interesse. Tale campo magnetico ha modulo B_0 = 1.0 T, direzione ortogonale al foglio e verso uscente da esso (vedi figura). Inizialmente la sbarretta si trova ferma a una certa quota h = 4.0 m e da qui viene lasciata scendere con velocità iniziale nulla. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Per effetto del moto di discesa della barretta, nella spira con lato mobile viene indotta una corrente. Discutete **per bene**, in brutta, che verso ha tale corrente e spiegate perché.

Discussione: …………………………… La corrente fluisce in senso antiorario rispetto alla figura, e l risposta può essere determinata in due modi equivalenti. Si può infatti fare uso della forza di Lorentz che, mettendo in movimento le cariche elettriche (positive, la corrente si suppone fatta di cariche positive!) trascinate verso il basso all'interno della sbarretta ed essendo determinata in verso dalla regola della mano destra, indica che sulla barretta ci deve essere un movimento di cariche verso la sinistra della figura, che corrisponde a dire che c'è una corrente che fluisce in verso antiorario. In alternativa si può fare riferimento alla legge di Lenz (o Fafradaay-Lenz, o equazione di maxwell in forma intergale per la circuitazione del campo magnetico). Questa "legge" afferma che il sistema reagisce alle perturbazioni creando un campo magnetico indotto la cui variazione di flusso si oppone alla variazione di flusso del campo magnetico esterno. Attribuendo come positivo il segno del flusso del campo magnetico esterno attraverso la superficie della spira, si ha che tale flusso diminuisce a causa della riduzione dell'area operata dalla discesa della barretta. Il campo magnetico indotto deve allora avere **lo stesso verso** del campo magnetico esterno, in modo da compensarne la riduzione del flusso. Per la regola della mano destra in versione "ciao ciao" la corrente che crea tale campo indotto deve avere verso antiorario, come già anticipato

b) Detta v la velocità della barretta (misurata rispetto a un asse verticale orientato verso il basso), come si esprime l'intensità di corrente $I(v)$ che circola nella spira? [In sostanza dovete scrivere una **funzione** che leghi matematicamente l'intensità di corrente I alla velocità della barretta v. Non usate valori numerici!]

$I(v)$ = ………………………………… $(B_0L/R)v$ [anche qui si possono seguire due strade, quella microscopica attraverso la forza di Lorentz, che si lascia per esercizio, e quella attraverso Faraday, che usiamo qui. La forza elettromotrice (la circuitazione del campo elettrico sulla spira, ovvero ladifferenza di potenziale ai capi della barretta) è data da $fem = -d\Phi(\mathbf{B_0})/dt$, dove il flusso del campo magnetico esterno è calcolato attraverso l'area della spira. Poiché il campo è uniforme e diretto ortogonalmente all'area della spira, si ha $\Phi(\mathbf{B_0}) = B_0A$, con $A = Ly$ area della spira. Il termoine y si riferisce all'"altezza" della barretta (l'altezza del rettangolo di base L che costituisce l'area della spira). Derivando rispetto al tempo e notando che $dy/dt = v$, velocità della barretta, si ha la soluzione, dove abbiamo notato che $I = fem/R$ per la legge di Ohm e tolto il segno negativo perché l'intensità di corrente è definita come una grandezza positiva (l'infromazione sul segno equivale a quella del verso che abbiamo determinato alla risposta precedente)]

c) Come si scrive l'accelerazione a, ovvero l'equazione del moto, della barretta? [Usate un riferimento verticale orientato verso il basso e scrivete una **funzione** dei parametri letterali del problema, senza usare valori numerici]

a = ... $g-((B_0L)^2/(mR))v$ [la barretta è percorsa da una corrente I non costante (dipende da v!); a causa della presenza del campo magnetico esterno $\mathbf{B_0}$ si determina una forza su tale corrente, che quindi si trasferisce alla barretta influenzandone il moto. Su un elementino $\mathbf{dl}$ di lunghezza della barretta, orientato come la corrente (dunque verso la sinistra di figura), la forza si esprime come $d\mathbf{F} = I\, d\mathbf{l} \times \mathbf{B_0}$. La regola della mano destra stabilisce che tale forza è diretta verticalmente verso l'alto, dunque in direzione opposta al moto. Il valore di tale forza può essere ottenuto integrando l'espressione precedente sulla barretta. Dato che il campo magnetico è uniforme ed uniforme si suppone anche l'intensità di corrente nella barretta, l'integrazione fornisce, in modulo, $F = B_0IL = ((B_0L)^2/R)v$, dove abbiamo usato l'espressione di $I(v)$ trovata in precedenza. Da qui la soluzione, in cui il segno negativo è coerente con la scelta del riferimento e, ovviamente, compare anche l'accelerazione costante $\mathbf{g}$, che certamente agirà sulla barretta]

d) Discutete per bene, in brutta, che tipo di moto compie la barretta, tenendo conto dell'equazione del moto scritta al punto precedente e di tutte le altre considerazioni che possono venirvi in mente. [Notate che gli attriti **di tipo meccanico** si possono supporre trascurabili]

Discussione: .... L'equazione del moto scritta in precedenza è quella del moto di un oggetto puntiforme sottoposto a accelerazione costante e a una forza di attrito viscoso (del tipo $-\beta v$). La soluzione dell'equazione differenziale del moto 8del primo ordine a variabili separabili, analoga formalmente a quella della carica di un condensatore attraverso una resistenza) conduce all'espressione $v(t) = v_{LIM}(1-exp(-t/\tau))$, dove si suppone che il moto abbia inizio all'istante t_0=0 e si è posto $\tau = mR/(B_0L)^2$ (per vostra curiosità, con i dati del problema si ha τ = 1.0 s). La barretta dunque si muove di moto accelerato in modo non uniforme fino a raggiungere, in un tempo dell'ordine di τ, la velocità limite $v_{LIM} = g\tau$ =9.8 m/s per poi mantenere costante tale velocità (è ovvio che in tutto ciò si suppone completa assenza di attriti meccanici, che nella realtà sarebbero inevitabili a meno di non eseguire l'esperimento in condizioni "speciali", ad esempio sotto vuoto e con materiali a bassissimo attrito per la realizzazione del contatto tra barretta e guide). A molti di voi, la comparsa di un attrito viscoso nel moto della barretta non sembrerà affatto peregrina: infatti, come sapete bene (cosiddetto modello di Drude), il passaggio di corrente attraverso la resistenza dà luogo a un fenomeno molto simile, dal punto di vista microscopico, a quello che è alla base dell'attrito viscoso. Su questa base si può giungere alla soluzione del problema ragionando in termini di potenza "dissipata" per effetto Joule della resistenza. Ragionando in termini di bilancio energetico, tale potenza, $P = RI^2 = ((B_0L)^2/R)v^2$, deve essere uguale al termine $-dE_{MECC}/dt$ che rappresenta la perdita di energia meccanica della barretta durante il moto. Tenendo conto che l'energia meccanica può essere espressa come $E_{MECC}=(m/2)v^2-mgy +costante$, dove riconoscete la somma di energia cinetica e (differenza) di energia potenziale gravitazionale, si ha $dE_{MECC}/dt = mva-mgv$. Uguagliando questa espressione con la potenza dissipata (e mettendo il segno giusto!), con un po' di algebra si ri-ottiene l'equazione del moto scritta in precedenza. Infine (roba per intenditori!) andrebbe verificato se la barretta riesce davvero a raggiungere la velocità limite, o no, dato che essa parte da un'altezza finita (h = 5.0 m) rispetto al lato fisso della spira. Per dare una risposta "accurata" si dovrebbe determinare la legge oraria del moto della barretta, $y(t)$, che implica di integrare ulteriormente nel tempo la $v(t)$ trovata sopra. Tuttavia una stima grossolana può essere condotta in questo modo. Se non ci fosse il campo magnetico, il moto della barretta sarebbe uniformemente accelerato con accelerazione g verso il basso. In queste condizioni varrebbe la conservazione dell'energia meccanica (stiamo trascurando ogni attrito meccanico!) e dunque la velocità di arrivo "al suolo" sarebbe $v' = (2gh)^{1/2}$ ~8.6 m/s. Tale velocità è minore di quella limite determinata sopra, per cui possiamo essere sicuri che la barretta non raggiungerà la velocità limite prima di essere arrivata a fine della sua corsa.

-- *TERMODINAMICA (OPZIONALE)*

5. Un campione di $n = 9.8\text{x}10^{-3}$ moli di gas perfetto monoatomico si trova all'interno di un recipiente cilindrico che ha area di base $S = 0.98$ cm^2 ed è dotato di pareti indeformabili che formano un'intercapedine riempita con una grande quantità di acqua e ghiaccio fondente. In particolare, la parete "interna" è perfettamente trasparente al calore, mentre quella esterna è praticamente impermeabile al calore: in questo modo si ottiene che il gas è a contatto termico con il ghiaccio fondente e lo scambio di calore con il "mondo esterno" può essere considerato trascurabile. Nel recipiente può scorrere, in direzione verticale (la direzione dell'asse del cilindro) e con attrito trascurabile, un tappo di massa m (incognita) che suddivide il volume del recipiente in due regioni: in quella "di sotto" si trova il gas, mentre in quella "di sopra" è fatto il vuoto pneumatico. Inizialmente la regione occupata dal gas ha altezza $h_0 = 10$ cm e le condizioni sono di **equilibrio**. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e $R = 8.3$ J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto deve valere la massa m del tappo?

m = ………………………………… = ...… kg $nRT_0h_0/g = 23$ kg [il gas è all'equilibrio con una grande massa di ghiaccio fondente, pertanto esso si trova alla temperatura $T_0 = 273$ K. Inoltre, essendo all'equilibrio, la sua pressione deve uguagliare la pressione esercitata dal tappo, che vale $P_0 = mg/S$. Dalla legge dei gas perfetti si trova $P_0V_0 = P_0Sh_0 = mgh_0 = nRT_0$, da cui la soluzione]

b) Supponete ora che, all'interno del gas, avvenga a un certo istante una qualche reazione chimica che comporta un'esplosione in cui viene liberata una certa quantità di calore Q_{ESPL} (incognita). Dopo un certo tempo, necessario perché il gas raggiunga una nuova condizione di equilibrio, si osserva che una quantità $\Delta M = 20$ g di ghiaccio si è fusa all'interno dell'intercapedine. Quanto vale la nuova altezza h' della regione occupata dal gas dopo che il sistema ha nuovamente raggiunto l'equilibrio? Quanto vale il calore Q_{ESPL}? [Supponete che l'esplosione **non** modifichi il numero di moli del gas; usate il valore $\lambda_F = 3.0\text{x}10^5$ J/kg per il calore latente di fusione del ghiaccio e considerate che la massa iniziale di ghiaccio fondente è molto maggiore di ΔM; state attenti ai trabocchetti e discutete per benino in brutta!]

h' = …………………………………… = …….. m $h_0 = 0.10$ m

Q_{ESPL} = …………………………………… = …….. J $\Delta M\lambda_F = 6.0\text{x}10^3$ J [il gas subisce una trasfomazione presumibilmente non reversibile, dato che l'esplosione è un fenomeno violento che difficilmente può dare luogo a trasformazioni che passano per stati di equilibrio. Alla fine del processo, però, il gas si troverà in una nuova condizione di equilibrio in cui sia la pressione (la massa del tappo non cambia) che la temperatura (il ghiaccio fondente si comporta da termostato) non sono variate rispetto alle condizioni iniziali. Dunque il volume del gas resterà lo stesso che era occupato inizialmente. Allora il gas complessivamente non compie lavoro, e nulla è la variazione di energia interna, essendo nulla la variazione di temperatura. Di conseguenza il gas non scambia calore e **tutto** il calore ceduto dall'esplosione viene impiegato per fondere la quantità ΔM di ghiaccio, da cui la soluzione]

c) Quanto vale la variazione di entropia ΔS dell'intero sistema (gas + acqua e ghiaccio fondente) nel processo sopra considerato?

ΔS = …………………………………… = …….. J/K $\Delta M\lambda_F /T_0 = 22$ J/K $\Delta M\lambda_F = 6.0\text{x}10^3$ J [il gas non modifica il suo stato ed essendo la variazione di entropia di un gas esprimibile come la variazione di entropia per una trasformazione reversibile che connette lo stato iniziale con quello finale (dunque una trasformazione "nulla",in questo caso), si ha che il gas non muta l'entropia. Invece la miscela acqua e ghiaccio fondente subisce una trasformazione irreversibile consistente nella fusione di una sua parte. Essendo questa trasformazione isoterma (la temperatura non varia, mantenendosi sempre pari alla temperatura di fusione del ghiaccio, $T_0 = 273$ K), la variazione di entropia si ottiene dividendo il calore necessario per la fusione per questa temperatura, da cui il risultato]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 28/6/2012 Firma: