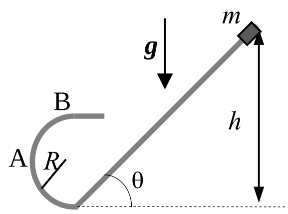
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 14/9/2012

Nome e cognome: ……………………………………………………… **Matricola: ……………**

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

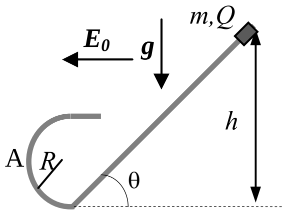


1. Un manicotto **puntiforme** di massa m = 0.10 kg può scorrere **senza attrito** su una guida fissa e rigida, realizzata con un sottile tondino foggiato come in figura. In sostanza, il manicotto **parte con velocità iniziale nulla** dalla sommità di un tratto inclinato, che forma un angolo $\theta = \pi/4$ rispetto all'orizzontale e ha un'altezza $h = 4R$ = 2.0 m. Il tratto inclinato è raccordato con una semicirconferenza di raggio R = 0.50 m seguita da un breve tratto orizzontale (è più facile da capire se guardate la figura!). L'intero percorso avviene su un piano verticale. I punti A e B a cui si fa riferimento nel seguito corrispondono, come indicato in figura, a "metà altezza" e al "punto più alto" della semicirconferenza. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Quanto vale, in modulo, la reazione vincolare N_A e N_B che la guida esercita sul manicotto quando questo **passa** per i punti A e B definiti sopra?

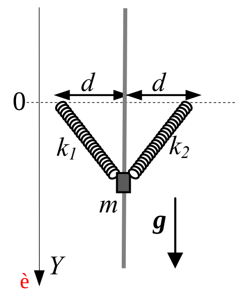
N_A = …………………………………… = ……… N $6mg$ = 5.9 N [poiché gli attriti sono trascurabili, si conserva l'energia meccanica. Il punto A si trova a una quota $\Delta h = 4R\text{-}R = 3R$ inferiore rispetto al punto di partenza. Dunque, detta v_A la velocità del manicotto in questo punto, si ha $0=(m/2)v_A^2\text{-}3mgR$, ovvero $mv_A^2=6mgR$. Il manicotto sta compiendo una traiettoria circolare, dunque esso subisce un accelerazione centripeta (verso il centro di curvatura della semicirconferenza) pari a $a_C=v_A^2/R$. Poiché in questo punto la forza peso, verticale, è ortogonale alla direzione centripeta, si ha $ma_C=N_A$, da cui la soluzione]

N_B = …………………………………… = ……… N $3mg$ = 2.9 N [stavolta la differenza di quota è $4R\text{-}2R = 2R$ e la conservazione dell'energia meccanica porta a $mv_B^2=4mgR$. Inoltre la forza peso, che in questo punto ha direzione centripeta, contribuisce a fornire accelerazione centripeta, cioè si ha $ma_C = N_B+mg$. Da qui, ragionando come sopra, si ottiene la soluzione]



b) Supponete ora che il manicotto rechi una carica elettrica Q = 1.0x10^{-4} C e che **in tutta** la regione di interesse sia presente un campo elettrico (esterno) costante e uniforme diretto orizzontalmente verso la sinistra di figura e di modulo E_0 = 2.0x10^3 V/m. Ripetendo l'esperimento in queste nuove condizioni, quanto vale in modulo la reazione vincolare N'_A esercitata dalla guida sul manicotto quando questo **passa** per il punto A definito sopra?

N'_A = …………………………………… = ……… N $3mg + 6QE_0$ = 4.1 N [si ragiona come sopra, ma stavolta occorre considerare la presenza della forza elettrica sul manicotto, uniforme e costante, che produce due effetti. Il primo è che, essendo tale forza diretta in direzione "centrifuga" (opposta a quella centripeta) essa sarà da tenere in conto nel computo dell'accelerazione centripeta, cioè si avrà: $ma'_c = N'_A - QE_0$ (il segno meno è dovuto al verso). Inoltre la forza elettrica produce un lavoro (o, se si preferisce, una variazione di energia potenziale) che influisce sul bilancio energetico, cioè sulla velocità del manicotto. Si ha infatti $L_E = (m/2)v'^2_A\text{-}3mgR$. Dato che la forza elettrica è costante e uniforme, il lavoro può essere calcolato come prodotto della forza per la **componente** dello spostamento Δx nella direzione della forza stessa (occhio: nella definizione di lavoro c'è un prodotto scalare!), cioè $L_E = QE_0\Delta x$. Semplicissimi ragionamenti geometrici, basati sul fatto che $\theta = \pi/4$, portano a $\Delta x = 4R+R = 5R$. Da qui la soluzione]



2. Un manicotto **puntiforme** di massa m = 2.0 kg è vincolato a scorrere con attrito trascurabile lungo una guida rigida (un tondino) disposta in direzione verticale (asse Y, orientato verso il basso come in figura). Il manicotto è attaccato alle estremità di due molle che hanno entrambe **lunghezza di riposo trascurabile** (in pratica, L_0=0!) e costanti elastiche k_1 = 28 N/m e k_2 = 70 N/m. Gli altri estremi delle due molle sono attaccati a delle pareti rigide e indeformabili, in due punti collocati simmetricamente rispetto al tondino a distanza d = 1.0 m da esso: il punto di attacco delle due molle è alla stessa quota verticale dell'origine del riferimento (vedi figura). [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

a) Quanto vale la posizione di equilibrio y_{EQ} del manicotto? [Dovete esprimere la posizione di equilibrio rispetto all'asse Y di figura]

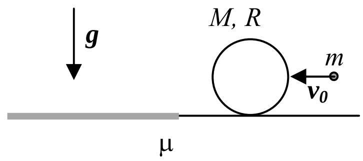
y_{EQ} = …………………………………… = ……… m $mg/(k_1+k_2)$ = 0.20 m [il manicotto è vincolato a muoversi (eventualmente!) lungo l'asse Y. Pertanto si deve cercare la condizione di equilibrio lungo questa direzione, cioè imporre che le **componenti** delle forze lungo tale direzione si bilancino. Le forze in questa direzione sono il peso, che punta verso il basso, e le **componenti verticali** delle forze elastiche che puntano verso l'alto (altrimenti l'equilibrio non ci sarebbe!) e che si ottengono moltiplicando il modulo delle forze elastiche per il coseno dell'angolo compreso tra l'asse delle molle e l'asse Y. Notiamo che tale angolo è lo stesso per le due molle e che il suo valore, per la trigonometria, è dato da y/L , dove y è la posizione (generica) del manicotto e L è la lunghezza delle molle che, per Pitagora, vale $L = (y^2+d^2)$. D'altra parte il modulo della forza elastica si esprime come $F_i = k_i(L\text{-}L_0)$, con $i=1,2$ e L_0=0. Allora all'equilibrio deve verificarsi che $mg = (k_1+k_2)L_{EQ}y_{EQ}/L_{EQ} = (k_1+k_2)y_{EQ}$, da cui la soluzione]

b) Supponete ora che il manicotto venga spostato, da una qualche causa esterna, fino alla posizione y_0 = 0 e da qui a un certo istante venga lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. Come si scrive l'equazione del moto $a(y)$ del manicotto? Che tipo di moto compie il manicotto e perché? [Dovete scrivere un'equazione che leghi l'accelerazione con la posizione y generica del manicotto. Notate che dovete fare in modo che l'unica variabile "indipendente" dell'equazione sia la y (rispetto al riferimento dato)! Non usate valori numerici per questa risposta, ma servitevi delle "espressioni letterali" dei vari parametri del problema]

$a(y)$ = …………………………………… $g\text{-}((k_1+k_2)/m)y$ [riprendiamo le osservazioni svolte in precedenza. Per scrivere l'equazione del moto occorre esprimere le forze che agiscono, in direzione verticale, sul manicotto. Tali forze sono il peso, mg (con segno positivo essendo diretto verso il basso) e le componenti verticali delle due forze elastiche. Secondo quanto già stabilito, esse si scrivono come $-k_1Ly/L = -k_1y$ e $-k_2Ly/L=-k_2y$, da cui la soluzione]

Moto del manicotto e spiegazione: …………………………………… L'equazione del moto appena determinata è quella di un moto armonico con pulsazione $\omega = ((k_1+k_2)/m)^{1/2}$ = 7.0 rad/s e posizione di equilibrio y_{EQ} determinata sopra. Il manicotto, dunque, oscilla attornoo a questa posizione di equilibrio e la sua legge oraria del moto è del tipo $y(t)=A\cos(\omega t+\phi)+y_{EQ}$, mentre la legge oraria della velocità è $v(t) = -A\omega\sin(\omega t+\phi)$. Le condizioni iniziali permettono di determinare i valori delle costanti A e ϕ. In particolare, la velocità iniziale nulla impone $0 = -A\omega\sin(\phi)$, cioè $\phi = 0$, e la posizione iniziale nulla conduce a $0 = A+y_{EQ}$, cioè $A=-y_{EQ}$.

3. Una ruota, costituita da un cilindro pieno e omogeneo di massa $M = 0.40$ kg e raggio $R = 20$ cm, si trova, inizialmente **ferma**, su un piano orizzontale. Questo piano è **privo di attrito** nella zona di appoggio della ruota; quindi, dopo un breve tratto (di lunghezza incognita e irrilevante), il piano **diventa scabro** e presenta un coefficiente di attrito $\mu = 0.20$ (questo coefficiente vale sia per l'attrito statico che per quello dinamico). A un dato istante un proiettile puntiforme di massa $m = M/4 = 0.10$ kg colpisce il cerchione avendo una velocità di modulo $v_0 = 1.0$ m/s diretta orizzontalmente e orientata come in figura. La collisione avviene nel "punto di mezzo" del cerchione (vedi figura) e può essere considerata completamente **elastica**; dopo l'urto, si osserva che il proiettile conserva una velocità di direzione **orizzontale**. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quanto vale la velocità V_{CM} del centro di massa della ruota subito dopo l'urto? Quanto vale la sua velocità angolare ω?

V_{CM} = …………………………….. = ... m/s $(2/5)v_0 = 0.40$ m/s [nell'urto elastico si conservano quantità di moto ed energia cinetica totali del sistema. Non essendoci attrito da parte del piano di appoggio (non ci sono forze che fanno momento rispetto al centro della ruota), sicuramente la ruota non si mette a ruotare, e il moto immediatamente successivo all'urto è unicamente di traslazione. Le conservazioni impongono: $(m/2)v_0^2 = (m/2)v^2+(M/2)V_{CM}^2$ e $mv_0 = mv+MV_{CM}$, dove v indica la componente (orizzontale) della velocità del proiettile subito dopo l'urto. Usando la relazione tra le masse data nel testo e semplificando opportunamente,queste espressioni possono essere riscritte come: $v_0^2=v^2+4V_{CM}^2$ e $v_0 = v+4V_{CM}$. Ricavando v dalla seconda e mettendolo nella prima si ottiene questa equazione algebrica di secondo grado: $v_0^2=v_0^2-8v_0V_{CM}+16V_{CM}^2+4V_{CM}^2$, ovvero, semplificando opportunamente: $0 = -2v_0V_{CM}+5V_{CM}^2$. Tale equazione ha due soluzioni distinte, una delle quali, quella che conduce a $V_{CM} = 0$, non è fisicamente rilevante (indicherebbe che l'urto non è avvenuto…). L'altra è quella riportata in risposta]

ω = …………………………….. = ... rad/s 0 [vedi sopra!]

b) Discutete **per bene**, in brutta, che tipo di moto la ruota compie nel tratto privo di attrito e **subito dopo** essere entrata in quello scabro. Chiarite in particolare se si verificano o meno le condizioni di rotolamento puro, spiegando bene il perché della vostra risposta. [Pensate attentamente a cosa implica il rotolamento puro!!]

Discussione: …………………………….. il rotolamento puro implica una precisa reazione, di origine geometrica, fra velocità di traslazione e velocità angolare: $V_{CM} = \omega R$. Questa relazione è evidentemente **non** verificata nel tratto privo di attrito, dove la velocità angolare è nulla e quella traslazionale è ben diversa da zero. Poiché, come vedremo meglio nel seguito, occorre del tempo affinché la ruota raggiunga una velocità angolare sufficientemente alta da permettere moto di rotolamento puro (e intanto la velocità del centro di massa diminuisce), non ci sarà rotolamento puro neanche subito dopo l'ingresso nella zona scabra.

c) Come si scrivono le equazioni del moto di traslazione del centro di massa a_{CM} e di rotazione α che si applicano alla ruota quando questa si trova nel tratto scabro? [Dovete scrivere delle equazioni del moto, dunque non usate valori numerici]

a_{CM} = ……………………………..$-F_A/m$ [ovviamente l'equazione va scritta per le componenti orizzontali, dato che in direzione verticale è presente il vincolo rappresentato dalla strada. L'unica forza esterna che agisce sulla ruota è l'attrito F_A, opposto al moto e dunque con segno negativo, che potrà essere dinamico o statico a seconda che le condizioni siano di rotolamento non puro o puro]

α = …………………………….. $2F_A/(mR)$ [ovviamente si prende come polo il centro di massa, cioè il centro geometrico della ruota. Rispetto a tale polo l'unica forza che fa momento, avendo braccio pari a R , è la forza di attrito. Nella soluzione si è anche esplicitato il momento di inerzia del cilindro pieno e omogeneo, $I = mR^2/2$. Inoltre il segno è preso convenzionalmente positivo dato che tale accelerazione provoca una rotazione di segno positivo, coerentemente con il segno positivo della traslazione]

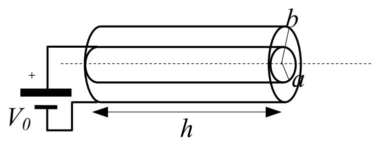
d) Quanto vale la velocità V'_{CM} del centro di massa della ruota quando questa, ovvero il suo centro di massa, ha percorso un tratto $D = 2.0$ m della zona scabra? [Attenzione: per rispondere dovete capire per bene la dinamica della ruota e tenere conto in modo chiaro di tutti gli aspetti coinvolti!]

V'_{CM} = …………………………….. = ……. m/s $2V_{CM}/3 = 0.27$ m/s [il moto è uniformemente accelerato sia in senso tralsazionale che rotazionale, dato che le accelerazioni sono costanti. Nella fase iniziale non c'è rotolamento puro e la generatrice della ruota a contatto con la strada slitta. L'attrito è dunque dinamico, tale che $F_A = \mu N = \mu mg$. Di conseguenza in questa fase si ha: $a_{CM} = -\mu g$ e $\alpha = \mu g/R$. Tenendo conto delle condizioni iniziali e ponendo $t = 0$ l'istante in cui la ruota arriva sul tratto scabro, le leggi orarie delle velocità si scrivono: $V_{CM}(t) = V_{CM} -\mu gt$ e $\omega(t) = 2\mu gt/R$. La velocità de centro di massa decresce linearmente mentre quella angolare aumenta linearmente. Esiste allora un'istante t' tale che $V_{CM}(t')=\omega(t')R$. Risolvendo, si vede che tale istante vale $t' = V_{CM}/(3\mu g)$. A questo istante le condizioni sono quelle di rotolamento puro e la generatrice non slitta più sulla strada. Di conseguenza l'attrito diventa statico, e non è più vero che esso vale necessariamente $F_A = \mu N$, dovendo invece essere $F_A \leq \mu N$. Da questo istante in poi, inoltre, non ci sono più forze dissipative che facciano lavoro, dunque si conserva l'energia meccanica. Questo implica che le velocità restino inalterate,cioè il rotolamento rimane puro. Dopo questa lunga, ma necessaria, premessa si può dare una risposta alla domanda. Scrivendo la legge oraria dello spostamento per il moto uniformemente accelerato, all'istante t' il centro di massa risulta aver percorso una distanza $s(t') = V_{CM}t'-a_{CM}t'^2/2 = V_{CM}^2/(2\mu g)-\mu g(V_{CM}/(3\mu g))^2/2 = (V_{CM}^2/(2\mu g))(1-1/9)=8V_{CM}^2/(18\mu g)= 4V_{CM}^2/(9\mu g)$. Numericamente si ottiene $s(t') << D$. Dunque alla distanza D il moto è già ampiamente di rotolamento puro e la velocità vale $V'_{CM} = V_{CM}(t') = V_{CM}-\mu gV_{CM}/(3\mu g)=2V_{CM}/3$]

e) Quanto vale la forza di attrito F'_A quando la ruota, ovvero il suo centro di massa, ha percorso il tratto D sulla zona scabra?

F'_A = …………………………….. = ……. N 0 [il moto è di rotolamento puro e avviene con velocità costante, secondo quanto stabilito prima. Le equazioni del moto prima determinate stabiliscono che questo è possibile solo se $F_A = 0$, da cui la risposta, Notate che questo valore della forza di attrito è sempre compatibile con il contatto tra ruota e strada a prescindere dal coefficiente, dato che è sempre $F'_A < \mu N$. Quindi le ipotesi fatte sono tutte verificate]

4. Due sottili gusci cilindrici di materiale conduttore, che hanno la stessa lunghezza $h = 1.0$ m e raggio rispettivamente $a = 1.0$ cm e $b = 2.0$ cm, sono disposti coassialmente l'uno rispetto all'altro e in modo da essere quello più piccolo interamente all'interno di quello più grande. I due gusci sono collegati ai poli di un generatore di differenza di potenziale $V_0 = 1.0\times10^3$ V, come indicato in figura (il polo positivo è attaccato al guscio "interno"). Si assume che il sistema abbia raggiunto condizioni di **equilibrio** (stazionarie). [Usate $\varepsilon_0 = 8.8\times10^{-12}$ F/m per la costante

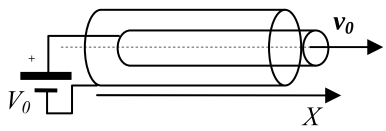


Disegno non in scala!!!!

dielettrica del vuoto, che è il “mezzo” che “riempie lo spazio” fra i due gusci cilindrici. Può farvi comodo ricordare che $ln(2) \sim 0.69$]

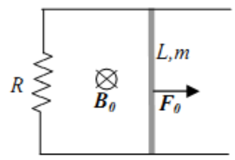
a) Quanto vale la carica elettrica Q che si viene a trovare sul guscio interno? [Nella soluzione dovete cercare di far capire bene che sapete quello che state facendo…]

Q = …………………………………… ~ ……….. C $2\pi\varepsilon_0 hV_0/ln(b/a) \sim 5.5\text{x}10^{-7}$ C [si tratta evidentemente di un condensatore cilindrico, per cui $Q = CV_0$. Il calcolo della capacità si ottiene facilmente dalla definizione $C = Q/|\Delta V|$ (il valore assoluto serve a garantire che la capacità sia positiva!), esprimendo la differenza di potenziale in funzione del campo elettrico tra le armature e usando la dipendenza spaziale del campo elettrico dalla coordinata radiale che si ottiene usando il terorema di Gauss. Infatti, scegliendo una scatola cilindrica di raggio r compreso tra a e b coassiale alla armature e tenendo conto che non c’è flusso attraverso i “tappi” di questa scatola (la condizione $h >> a,b$ determina condizioni di simmetria cilindrica), il teorema di Gauss conduce a $E(r) = Q/(2\pi h\varepsilon_0 r)$. Integrando nella coordinata radiale si ha poi $\Delta V = -(Q/(2\pi\varepsilon_0 h))ln(b/a)$, da cui la risposta]



b) Supponete ora che il guscio di raggio minore possa essere “sfilato” essendo libero di muoversi con attrito trascurabile in direzione orizzontale (asse X). Immaginate dunque che a un certo istante il guscio di raggio a venga messo in movimento da un operatore esterno (una manina) che lo mantiene a velocità **costante** v_0 = 1.0 m/s. Nel processo, il generatore di differenza di potenziale V_0 rimane sempre collegato ai gusci. Quanto vale l’intensità $I(t)$ di corrente che esso fornisce? [Assumete che la configurazione del sistema mantenga proprietà di simmetria cilindrica e fate attenzione a cosa cambia, nel tempo, nella configurazione spaziale e nella geometria del sistema]

$I(t)$ = ... ~ ………. A $-(2\pi\varepsilon_0 V_0/ln(b/a))v_0 \sim 5.5\text{x}10^{-7}$ A [nel processo considerato viene modificata la geometria del condensatore, in particolare il valore della lunghezza h. Di conseguenza la capacità del condensatore varia nel tempo, per cui varia la carica che si trova sulle armature. Questa variazione è proprio legata alla corrente che fornisce il generatore attraverso la relazione: $I(t) = dQ/dt$. Con questa scelta dei segni, una corrente positiva implica che la carica aumenti, viceversa una negativa. D’altra parte possiamo supporre, trascurando eventuali effetti di ordine superiore, che istante per istante il condensatore raggiunga condizioni stazionarie, cioè che $Q(t) = C(t)V_0$. Allora $I(t) = V_0 dC(t)/dt$. Detta x la coordinata (generica) del bordo del guscio interno (prendiamo ad esempio il bordo di sinistra rispetto alla figura), si ha $C(t) = 2\pi\varepsilon_0(h-x)/ln(b/a)$, da cui la soluzione, dove si è osservato che $dx(t)/dt = v_0$. Notate che il segno negativo riportato anche nella risposta ha il significato che la carica sul condensatore tende a diminuire nel tempo (infatti la capacità diminuisce)]



5. Una barretta di materiale ottimo conduttore di lunghezza L = 10 cm e massa m = 50 g che può scorrere con attrito trascurabile in direzione orizzontale, mantenendo contatto elettrico con due guide fisse e rigide, anch’esse di materiale conduttore. Le due guide sono collegate tra loro attraverso un resistore elettrico con resistenza R = 1.0 kohm. Un campo magnetico esterno, **uniforme, costante** e di modulo B_0 = 5.0 T, attraversa il piano su cui si muove la barretta (la figura mostra che $\mathbf{B_0}$ “entra nel foglio”). La barretta è sottoposta all’azione di una forza **costante e uniforme** di modulo $F_0 = 2.0\text{x}10^{-3}$ N prodotta da un operatore esterno e diretta orizzontalmente come in figura che la mantiene in movimento con una certa velocità $\mathbf{v}$.

a) Come si scrive l’equazione del moto, ovvero l’accelerazione a della barretta, rispetto a un asse orizzontale e diretto verso la destra della figura? [Dovete scrivere un’equazione, dunque non usate valori numerici ma riferitivi in modo “letterale” ai parametri noti del problema. Mi raccomando: tenete conto di **tutte** le forze che agiscono sulla barretta!]

a = …………………………………… $F_0/m - (B_0^2L^2/(mR))v$ [il movimento della barretta, che, essendo fatta di materiale conduttore contiene cariche di ambo i segni “relativamente” libere di muoversi, provoca una corrente indotta di intensità I che circola nel circuito individuato dalla barretta, dai fili di collegamento e dal resistore in senso antiorario (rispetto alla figura). A questa affermazione si può giungere sia considerando la forza di Lorentz $\mathbf{F_L} = q\mathbf{v}\text{x}\mathbf{B_0}$ che agisce su una singola carica, che, per la regola della mano destra, mostra che le cariche positive sono spinte verso l’alto della barretta, che usando la legge di Faraday (Lenz), secondo la quale la corrente indotta deve produrre un campo (indotto) la cui variazione di flusso annulla la variazione di flusso del campo esterno. Il campo indotto deve dunque avere stessa direzione e verso opposto a $\mathbf{B_0}$ e questo, per la regola della mano destra versione ciao ciao, implica che la corrente circoli in senso antiorario. Allora attraverso la barretta fluisce una corrente di intensità I. Questa corrente provoca un’interazione meccanica, cioè una forza, che agisce sulla barretta. Tale forza può essere determinata ricordando che su un elemento di lunghezza $d\mathbf{l}$ percorso da corrente I in presenza di un campo magnetico $\mathbf{B_0}$ agisce un contributo infinitesimo di forza $d\mathbf{F_M} = Id\mathbf{l}\text{x}\mathbf{B_0}$. La forza complessivamente risentita dalla barretta si ottiene per integrazione, che è banale essendo corrente, elemento di lunghezza e campo magnetico costanti e uniformi. La forza complessiva è in modulo $F_M = B_0LI$, mentre direzione e verso, quest’ultimo dato dalla regola della mano destra, risultano rispettivamente uguale e opposto a quello della forza $\mathbf{F_0}$. L’espressione dell’intensità di corrente può facilmente essere ottenuta attraverso la legge di Faraday notando che la forza elettromotrice deve essere pari al prodotto RI. Infatti al variazione di flusso di campo magnetico attraverso la spira con lato mobile determinata da barretta e resto del circuito è, in modulo (per il segno esso è compreso nel verso della forza $\mathbf{F_M}$ già stabilito) $d\Phi(\mathbf{B_0})/dt = B_0Lv$. Mettendo tutto insieme e ricordandosi della presenza della forza $\mathbf{F_0}$ si ottiene la soluzione. Notate che l’espressione scritta identifica un’equazione differenziale, essendo $a=dv/dt$, del primo ordine nella quale la dipendenza dal tempo è contenuta nella dipendenza dal tempo della velocità v]

b) Si osserva che, a partire da un certo istante (cioè dopo un certo tempo che la barretta è stata messa in movimento), la velocità della stessa raggiunge un valore limite v'. Quanto vale, in queste condizioni (cioè quando la barretta ha raggiunto e mantiene la velocità v') la potenza P_J dissipata per effetto Joule da resistore R?

P_J = …………………………………… = ……. W $RF_0^2/(B_0^2L^2) = 1.6\text{x}10^{-2}$ W [l’equazione del moto sopra scritta è analoga a quella del moto di un oggetto in presenza di un’accelerazione costante e uniforme e di una forza di attrito viscoso (vedi il moto del paracadutista!). In queste condizioni viene raggiunta e mantenuta una velocità limite. Questo si verifica quando a = 0, cioè $v' = F_0R/(B_0^2L^2)$. In queste condizioni la corrente, come stabilito sopra, ha intensità $I' = B_0Lv'/R = F_0/(B_0L)$. Per definizione, la potenza dissipata per effetto Joule da un elemento resistivo è pari a RI^2, da cui la soluzione. Notate che alla stessa soluzione si poteva arrivare considerando che, per bilancio energetico, la potenza dissipata dal resistore deve essere pari a quella erogata dall'operatore che produce la forza. Poiché la forza è costante, si ha $P = dL_{F0}/dt = F_0 v'$]

6. (Termodinamica **opzionale**) Un campione di $n = 9.8\text{x}10^{-3}$ moli di gas perfetto monoatomico si trova all'interno di un recipiente cilindrico che ha area di base $S = 0.98$ cm^2 ed è dotato di pareti indeformabili che formano un'intercapedine riempita con una grande quantità di acqua e ghiaccio fondente. In particolare, la parete "interna" è perfettamente trasparente al calore, mentre quella esterna è praticamente impermeabile al calore: in questo modo si ottiene che il gas è a contatto termico con il ghiaccio fondente e lo scambio di calore con il "mondo esterno" può essere considerato trascurabile. Nel recipiente può scorrere, in direzione verticale (la direzione dell'asse del cilindro) e con attrito trascurabile, un tappo di massa m (incognita) che suddivide il volume del recipiente in due regioni: in quella "di sotto" si trova il gas, mentre in quella "di sopra" è fatto il vuoto pneumatico. Inizialmente la regione occupata dal gas ha altezza $h_0 = 10$ cm e le condizioni sono di **equilibrio**. [Usate $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e $R = 8.3$ J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto deve valere la massa m del tappo?

m = ………………………………… = ...… kg $nRT_0 h_0/g = 23$ kg [il gas è all'equilibrio con una grande massa di ghiaccio fondente, pertanto esso si trova alla temperatura $T_0 = 273$ K. Inoltre, essendo all'equilibrio, la sua pressione deve uguagliare la pressione esercitata dal tappo, che vale $P_0 = mg/S$. Dalla legge dei gas perfetti si trova $P_0 V_0 = P_0 S h_0 = mgh_0 = nRT_0$, da cui la soluzione]

b) Supponete ora che, all'interno del gas, avvenga a un certo istante una qualche reazione chimica che comporta un'esplosione in cui viene liberata una certa quantità di calore Q_{ESPL} (incognita). Dopo un certo tempo, necessario perché il gas raggiunga una nuova condizione di equilibrio, si osserva che una quantità $\Delta M = 20$ g di ghiaccio si è fusa all'interno dell'intercapedine. Quanto vale la nuova altezza h' della regione occupata dal gas dopo che il sistema ha nuovamente raggiunto l'equilibrio? Quanto vale il calore Q_{ESPL}? [Supponete che l'esplosione **non** modifichi il numero di moli del gas; usate il valore $\lambda_F = 3.0\text{x}10^5$ J/kg per il calore latente di fusione del ghiaccio e considerate che la massa iniziale di ghiaccio fondente è molto maggiore di ΔM; state attenti ai trabocchetti e discutete per benino in brutta!]

h' = ………………………………… = …….. m $h_0 = 0.10$ m

Q_{ESPL} = ………………………………… = …….. J $\Delta M \lambda_F = 6.0\text{x}10^3$ J [il gas subisce una trasfomazione presumibilmente non reversibile, dato che l'esplosione è un fenomeno violento che difficilmente può dare luogo a trasformazioni che passano per stati di equilibrio. Alla fine del processo, però, il gas si troverà in una nuova condizione di equilibrio in cui sia la pressione (la massa del tappo non cambia) che la temperatura (il ghiaccio fondente si comporta da termostato) non sono variate rispetto alle condizioni iniziali. Dunque il volume del gas resterà lo stesso che era occupato inizialmente. Allora il gas complessivamente non compie lavoro, e nulla è la variazione di energia interna, essendo nulla la variazione di temperatura. Di conseguenza il gas non scambia calore e **tutto** il calore ceduto dall'esplosione viene impiegato per fondere la quantità ΔM di ghiaccio, da cui la soluzione]

c) Quanto vale la variazione di entropia ΔS dell'intero sistema (gas + acqua e ghiaccio fondente) nel processo sopra considerato?

ΔS = ………………………………… = …….. J/K $\Delta M \lambda_F / T_0 = 22$ J/K $\Delta M \lambda_F = 6.0\text{x}10^3$ J [il gas non modifica il suo stato ed essendo la variazione di entropia di un gas esprimibile come la variazione di entropia per una trasformazione reversibile che connette lo stato iniziale con quello finale (dunque una trasformazione "nulla",in questo caso), si ha che il gas non muta l'entropia. Invece la miscela acqua e ghiaccio fondente subisce una trasformazione irreversibile consistente nella fusione di una sua parte. Essendo questa trasformazione isoterma (la temperatura non varia, mantenendosi sempre pari alla temperatura di fusione del ghiaccio, $T_0 = 273$ K), la variazione di entropia si ottiene dividendo il calore necessario per la fusione per questa temperatura, da cui il risultato]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 14/9/2012 Firma: