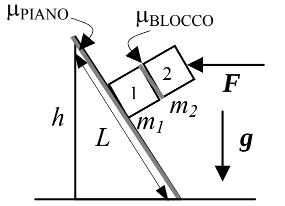
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE – 31/1/2013

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

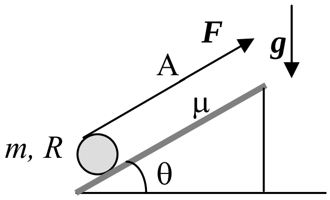
1. Due blocchettini, denominati 1 e 2, che hanno la stessa massa $m_1 = m_2 = m = 1.0$ kg, si trovano nella situazione di figura: in sostanza, il blocco 2 è in contatto su una faccia **scabra** con il blocco 1, e questo si trova in contatto su una faccia (opposta alla prima) con un piano inclinato, di altezza $h = 1.0$ m e lunghezza (ipotenusa) $L = 3.0$ m. Anche il piano inclinato è **scabro** e presenta un coefficiente di attrito noto di valore $\mu_{PIANO} = 0.50$. Sul blocco 2 agisce una forza esterna $\boldsymbol{F}$ di direzione orizzontale e verso come in figura. Il modulo della forza è $F = 20$ N. Nella situazione considerata si osserva che c'è **equilibrio**, ovvero tutte e due i blocchettini rimangono fermi. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; notate che la figura **non è in scala!**]



a) Quanto deve valere, **al minimo**, il coefficiente di attrito statico μ_{BLOCCO} al contatto **tra le facce** dei due blocchettini?
μ_{BLOCCO} = …………………………………… ~ ……… $(F(L^2-h^2)^{1/2}-mgh)/(Fh+mg(L^2-h^2)^{1/2}) \sim 0.31$ [sul blocchettino 1 agiscono la forza $\boldsymbol{F}$, la forza peso $m\boldsymbol{g}$ e la reazione vincolare $\boldsymbol{N_1}$ prodotta dal contatto con l'altro blocchettino. Affinché ci sia equilibrio la somma **vettoriale** di queste forze deve annullarsi. Poiché il problema è bidimensionale, occorre scomporre le forze lungo due direzioni cartesiane ortogonali fra loro. Per comodità scegliamo le direzioni parallela e ortogonale al piano inclinato (e, sempre per comodità, scegliamo anche dei segni che sono positivi verso l'alto del piano e verso la destra della figura – la scelta di questi segni non condiziona il risultato!). Entrambi le componenti dell'accelerazione risentita dal blocco 1 devono essere nulle, cioè deve essere nulla la somma delle componenti delle forze lungo le due direzioni. In direzione parallela al piano si ha: $0 = -m_1 g\sin\theta + F\cos\theta \pm F_{A,BLOCCO}$, con θ angolo che il piano forma rispetto all'orizzontale e $F_{A,BLOCCO}$ **modulo** della forza di attrito esercitata al contatto tra i blocchettini. Notate che il segno $\pm$ è necessario in quanto, a priori, non si sa quale sia il verso della forza di attrito (ma si sa che la sua direzione è sicuramente la stessa dell'eventuale moto del blocchettino 1 rispetto al 2, cioè è parallela al piano). In direzione ortogonale al piano si ha invece: $0 = N_1 - m_1 g\cos\theta - F\sin\theta$. Da quest'ultima equazione si ottiene $N_1 = mg\cos\theta + F\sin\theta$ (abbiamo posto $m_1 = m$). Date le condizioni di equilibrio, la forza di attrito deve essere statica, per cui $F_{A,BLOCCO} \le \mu_{BLOCCO} N_1 = \mu_{BLOCCO}(mg\cos\theta + F\sin\theta)$. Prima di procedere notiamo che la goniometria stabilisce: $\sin\theta = h/L = 1/3$ e $\cos\theta = (1-(h/L)^2)^{1/2} = 2^{1/2}\ 2/3$. Determiniamo ora il verso della forza di attrito. Essa deve opporsi al movimento del blocchettino 1 rispetto al 2. Il verso del moto incipiente è stabilito dalla prevalenza della componente della forza $\boldsymbol{F}$ o della forza peso, cioè dal segno della somma $-mg\sin\theta + F\cos\theta$. Usando i valori numerici del testo e le grandezze trigonometriche appena determinata si vede che il blocchettino 1 tenderebbe, in assenza di attrito, a spostarsi verso l'alto (segno positivo), per cui la forza di attrito deve comparire con il segno negativo. Dunque $F_{A,BLOCCO} = F\cos\theta - mg\sin\theta$. Dovendo valere la disuguaglianza prima scritta, si ottiene $\mu_{BLOCCO} \ge (F\cos\theta - mg\sin\theta)/(F\sin\theta + mg\cos\theta)$, da cui, usando le relazioni goniometriche e notando che la domanda si riferisce al **minimo** valore del coefficiente di attrito, la soluzione]

b) Quanto vale, nelle condizioni di equilibrio descritte, il modulo la forza di attrito $F_{A,PIANO}$ che si esercita tra piano inclinato e faccia del blocchetto 1?
$F_{A,PIANO}$ = …………………………………… ~ ……… N $|2mgh/L - F(1-(h/L)^2)^{1/2}| \sim 0.25$ N [anche in questo caso occorre sfruttare la condizione di equilibrio. Sul blocchetto 2 agiscono la forza peso $m_2\boldsymbol{g}$, la reazione vincolare $\boldsymbol{N_2}$ esercitata dal piano inclinato sul blocchetto 2, la forza di attrito $\boldsymbol{F_{A,PIANO}}$ anch'essa esercitata dal piano inclinato sul blocchetto 2. Inoltre sul blocchetto 2 agiscono anche **gli opposti** delle forze considerate prima e individuate come $\boldsymbol{N_1}$ e $\boldsymbol{F_{A,BLOCCO}}$ (mentre invece **non** agisce direttamente la forza $\boldsymbol{F}$!). Ragionando come prima per componenti, e limitandoci alla componente parallela al piano (che basta per rispondere alla domanda), si ha $0 = -m_2 g\sin\theta + F_{A,BLOCCO} \pm F_{A,PIANO}$. Dunque $F_{A,PIANO} = |mg\sin\theta - F_{A,BLOCCO}| = |mg\sin\theta - F\cos\theta + mg\sin\theta| = |2mg\sin\theta - F\cos\theta|$, dove abbiamo usato $F_{A,BLOCCO}$ determinato sopra e l'uso del simbolo di valore assoluto serve per evitare la discussione sul segno della forza (si può vedere facilmente che la forza di attrito tra piano inclinato e blocchetto 1 punta verso il basso, essendo negativa la somma che compare nel segno di modulo). Per completare la risposta, anche se non esplicitamente richiesto, occorre valutare se il coefficiente di attrito μ_{PIANO} è sufficiente a garantire l'equilibrio, cioè verificare se $F_{A,PIANO}$ è $\le \mu_{PIANO}|N_2|$. Allo scopo è necessario esprimere $|N_2|$ considerando l'equilibrio in direzione ortogonale al piano. Si ottiene $|N_2| = |N_1 + mg\cos\theta| = |\,2mg\cos\theta + F\sin\theta| \sim 13$ N. Quindi la condizione proposta è effettivamente verificata!]

2. Un rullo, costituito da un cilindro pieno **omogeneo** di massa $m = 2.0$ kg e raggio $R = 10$ cm, si trova su un piano inclinato che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale ed è **scabro** (con coefficiente di attrito statico $\mu = 0.70$). Sulla superficie laterale del rullo è avvolta una fune inestensibile e di massa trascurabile, che, quando viene svolta, non slitta sulla superficie stessa. La fune è mantenuta tesa (in direzione parallela al piano inclinato, vedi figura) a causa dell'azione di una forza esterna $\boldsymbol{F}$ di modulo incognito applicata al suo capo libero (indicato con A in figura). Nelle condizioni citate il cilindro si trova fermo **in equilibrio**. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $\sin(\pi/6) = 1/2$ e $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$]

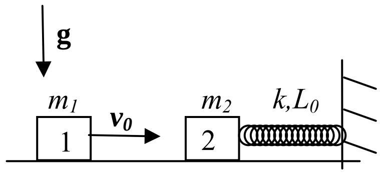


a) Quanto vale, in queste condizioni, il modulo della forza F? [State bene attenti a considerare l'eventuale forza di attrito tra cilindro e piano, che direzione/verso deve avere e quanto deve valere]
F = …………………………………… = ……….. N $mg\sin\theta/2 = 4.9$ N [essendo il rullo un corpo rigido esteso, la condizione di equilibrio implica equilibrio traslazionale e rotazionale. Cominciamo da quest'ultimo e osserviamo che l'equilibrio implica che la somma dei momenti rispetto a un polo (che per comodità prendiamo nel centro di massa) deve annullarsi. Le forze che fanno momento sono la tensione della fune, che tende a far ruotare in senso orario il rullo, e la forza di attrito statico al contatto con il piano, la quale deve per forza essere orientata in modo da produrre un momento opposto, e dunque deve puntare verso la sommità del piano inclinato (attenti ai segni!). Visto che il braccio è pari a R per entrambi i momenti, l'equilibrio implica $F_A = F$. Vediamo ora l'equilibrio traslazionale. Usando un asse diretto come il piano inclinato e orientato verso l'alto, la condizione di equilibrio impone $0 = -mg\sin\theta + F + F_A = -mg\sin\theta + 2F$, da cui la soluzione]

b) Supponete ora che, per qualche motivo, la forza applicata all'estremo della fune raddoppi istantaneamente, passando a un modulo $F' = 2F$ (con F calcolato sopra). In conseguenza di questo cambiamento, il rullo, inizialmente fermo, si mette in movimento verso l'alto del piano inclinato. Assumendo che la forza rimanga costantemente al valore F' (e che, ovviamente, anche direzione e verso restino costanti), quanto vale la velocità del centro di massa del rullo v_{CM} quando questo si è spostato in modo da aver compiuto una rotazione di un giro completo? [Per rispondere dovete innanzitutto verificare a che "tipo" di moto è sottoposto il rullo]

v_{CM} = …………………………………… ~ ……….. m/s $(8\pi R g \sin\theta/3)^{1/2} \sim 2.0$ m/s [in primo luogo occorre stabilire il tipo di moto a cui è sottoposto il cilindro. Le equazioni del moto traslazionale e rotazionale, riprendendo quanto raccontato sopra, si scrivono rispettivamente $a_{CM} = F'/m - g\sin\theta + F_A'$ e $\alpha = (F' - F_A')R/I$. Notate che la forza di attrito F_A', orientata sempre in modo da opporsi allo spostamento del punto (generatrice) di contatto del cilindro con il piano, viene ancora ad essere diretta verso l'alto. Infatti anche in sua assenza il rullo ruoterebbe in senso orario a causa della tensione della fune e dunque il punto di contatto scivolerebbe muovendosi verso il basso. Dunque la forza di attrito continua a puntare verso l'alto e contribuisce alla rotazione, attraverso il suo momento, in verso opposto rispetto all'effetto della tensione della fune. Supponiamo che ci sia rotolamento puro (condizione da verificare a posteriori!), in modo da poter scrivere una terza equazione: $a_{CM} = \alpha R$. Risolvendo per F_A' il sistema così ottenuto si ha, tenendo anche conto che $I = mR^2/2$: $F_A' = (mg\sin\theta + F')/3 = 2mg\sin\theta/3$, dove abbiamo usato il valore di F determinato sopra (ricordate che $F' = 2F = mg\sin\theta$). Per avere rotolamento puro occorre che $F_A' \leq \mu N = \mu mg\cos\theta$, cioè $\mu \geq 2tg\theta/3$, che è numericamente verificata per cui il moto è di rotolamento puro. In queste condizioni l'attrito (statico) non fa lavoro e quindi si può applicare il bilancio energetico: $L_{F'} = \Delta E_K + \Delta U$, con $\Delta E_K = (m/2)v_{CM}^2 + (I/2)\omega^2 = (m/2)(3/2)v_{CM}^2$, dove abbiamo usato il valore di $I = mR^2/2$ e la condizione di rotolamento puro $\omega = v_{CM}/R$, e $\Delta U = mg\Delta h = mg2\pi R\sin\theta$, dove abbiamo notato che il centro di massa del rullo si alza di un tratto pari alla proiezione in direzione verticale dello spostamento sul piano, quest'ultimo dato da $2\pi R$ (il giro completo!). Occorre a questo punto calcolare il lavoro fatto dalla forza F', che, essendo costante e uniforme, è dato da F' per lo spostamento del punto di applicazione (il punto A del disegno – notate anche che tale spostamento è parallelo alla direzione della forza, come ovvio essendo la forza applicata a una fune tesa). Lo spostamento è uguale allo sviluppo della circonferenza, cioè è $2\pi R$, **sommato** allo spostamento del centro di massa, che vale anche $2\pi R$, per cui $L_{F'} = F'4\pi R = mg\sin\theta 4\pi R$. Mettendo tutto insieme si ottiene la soluzione]

3. Su un piano orizzontale che presenta **attrito trascurabile** si trovano due blocchetti, denominati 1 e 2, che hanno massa $m_1 = 2m$ e $m_2 = m$, con m = 1.0 kg. Come rappresentato in figura, al blocchetto 2 è saldata una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 1.0\text{x}10^2$ N/m il cui altro estremo è fissato a una parete rigida verticale. La molla mantiene sempre il suo asse in direzione orizzontale e inizialmente si trova alla propria lunghezza di riposo L_0 (e il blocchetto 2 è inizialmente **fermo**). A un dato istante il blocchetto 1 urta contro il 2 avendo una velocità di modulo v_0 = 3.0 m/s. L'urto si può considerare perfettamente **elastico**. In seguito all'urto il blocchetto si mette in movimento e la molla viene compressa. [State attenti a considerare bene la successione degli eventi: "prima" l'urto e "poi" la compressione della molla…; il dato di L_0 non è noto numericamente, ma questo non dovrebbe impedirvi di rispondere!]



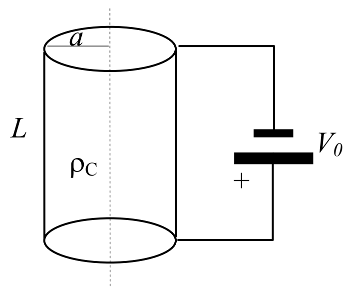
a) Quanto vale la massima compressione Δ_{MAX} che la molla sperimenta nel processo considerato?

Δ_{MAX} = …………………………………… = ……….. m $(m/k)^{1/2}(4/3)v_0 = 0.40$ m [occorre suddividere il processo in due fasi. La prima è quella dell'urto, e in questa fase il blocchetto 2 non fa in tempo a muoversi, ma acquista una velocità. La seconda, che riguarda soltanto il blocchetto 2, è la fase di compressione della molla, che ha (istantanemante) termine quando il blocchetto 2 si arresta (istantaneamente). Nella prima fase si conservano energia cinetica (l'urto è elastico e la molla non fa in tempo a comprimersi) e quantità di moto (sul sistema dei due blocchetti non agiscono forze **impulsive** esterne!). Quindi dette v_1 e v_2 le velocità dei due blocchetti **subito dopo** l'urto, si ha: $m_1v_0 = m_1v_1 + m_2v_2$ e $(m_1/2)v_0^2 = (m_1/2)v_1^2 + (m_2/2)v_2^2$. Usando la relazione tra le masse data nel testo si ottiene dalla conservazione della quantità di moto $v_1 = v_0 - v_2/2$, che, inserita nella conservazione dell'energia cinetica, porta a: $2v_0^2 = 2v_0^2 + v_2^2/2 - 2v_0v_2 + v_2^2$. Questa equazione ha come soluzioni $v_2 = 0$, che indicherebbe assenza di urto (non avete colpito il bersaglio!) e $v_2 = 4v_0/3$. Notate che la soluzione per v_1 indica che dopo l'urto il blocchettino 1 continua a muoversi nello stesso verso (verso destra di figura), ma con velocità diminuita al valore $v_1 = v_0/3$. Dunque nella fase successiva, che esaminiamo per il solo blocchettino 2 (l'1 non è più in contatto con il 2 e quindi non c'è sistema), si conserva l'energia meccanica del solo blocchettino 2 e molla: $0 = \Delta E_K + \Delta U$. Si ha $\Delta E_K = -(m_2/2)v_2^2 = -8mv_0^2/9$ (all'istante "finale" il blocchetto si ferma e quindi l'energia cinetica "finale" è nulla). La variazione di energia potenziale è dovuta alla sola compressione della molla, che inizialmente ha energia nulla trovandosi in posizione di riposo. Quindi $\Delta U = (k/2)\Delta_{MAX}^2$. Mettendo insieme si ottiene la soluzione]

b) Quanto vale l'intervallo di tempo Δt che intercorre tra l'istante dell'urto e quello in cui il blocchetto 2 si ferma istantaneamente per la prima volta (e la molla ha la massima compressione)?

Δt = …………………………………… = ……… s $\pi(m/k)^{1/2}/2 = 1.5\text{x}10^{-1}$ s [il moto del blocchetto 2 è armonico con pulsazione $\omega = (k/m)^{1/2}$. Infatti su di esso agisce la sola forza elastica. Inoltre esso parta dalla posizione di equilibrio dell'oscillatore armonico, dato che inizialmente la molla è alla propria lunghezza di riposo e questo coincide con l'equilibrio del blocchetto 2. L'istante di arresto corrisponde al raggiungimento di un punto "estremo" dell'oscillazione e il tempo necessario a questo scopo è pari a $T/4$, con $T = 2\pi/\omega$, da cui la risposta]

4. Un cilindro di materiale conduttore con resistività $\rho_C = 1.0\text{x}10^3$ ohm m è connesso elettricamente a due elettrodi montati sulle facce inferiori e superiori e collegati a un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 50$ V come in figura. Il cilindro, che è **omogeneo**, ha raggio $a = 5.0$ cm e lunghezza $L = 50$ cm e le condizioni considerate nel problema sono stazionarie. Supponete che il campo elettrico all'interno del cilindro sia **uniforme**, in accordo con l'omogeneità del sistema.



a) Che direzione, verso e modulo ha il campo magnetico $\boldsymbol{B}(r)$ che si misura **all'interno** del cilindro a una data distanza r dall'asse, con $0 < r < a$? [Per determinare il verso fate riferimento alla figura; per il modulo, notate che dovete scrivere una **funzione** di r, distanza dall'asse, e quindi è bene che non usiate valori numerici]

Direzione e verso: …………………………………… .Nel cilindro scorre una corrente elettrica in direzione assiale. Questa corrente genera un campo magnetico di direzione **tangenziale** e verso dato dalla regola della mano destra (versione ciao ciao). Rispetto alla figura la corrente va verso l'alto e dunque in una vista "dall'alto" il campo ha verso antiorario.

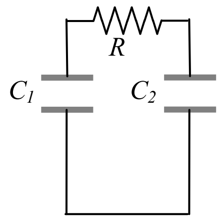
$B(r)=$ …………………………………… $\mu_0 Ir/(2\pi a^2) = \mu_0(V_0/(2\rho_C L))r$ [per il teorema di Ampere la circuitazione di $\boldsymbol{B}$, fatta lungo una circonferenza coassiale con il cilindro, e dunque di modulo $2\pi rB(r)$, deve essere uguale alla corrente concatenata (moltiplicata per μ_0). Attraverso una sezione del cilindro (presa ortogonalmente all'asse) passa tutta la corrente prodotta dal generatore, che vale $I = V_0/R$. Nella geometria considerata, la resistenza R del cilindro si calcola immediatamente come $R = \rho_C L/(\pi a^2)$. Di questa corrente risulta concatenata alla circonferenza di circuitazione di raggio r solo una frazione, che si può facilmente determinare con una semplice proporzione: $I_{CONC}/I = r^2/a^2$, dove i quadrati servono per tenere conto che la corrente scorre attraverso superfici circolari, di area proporzionale al quadrato del raggio. Da qui la soluzione]

b) Che direzione, verso e modulo ha il vettore $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}/\mu_0$ che si misura in $r = a$, cioè sulla superficie del cilindro? [La richiesta dell'esercizio consiste in pratica nel calcolare il prodotto vettoriale tra campo elettrico e magnetico. Usate $\mu_0 = 8.8\text{x}10^{-7}$ T m/A per la permeabilità magnetica del vuoto e considerate, anche nella posizione indicata, che il campo elettrico sia lo stesso che si ha all'interno del cilindro]

Direzione e verso: …………………………………… . Del campo magnetico abbiamo già detto. Il campo elettrico, invece, ha direzione assiale. Infatti la differenza di potenziale applicata agli elettrodi e la circostanza che il materiale è omogeneo (e il campo uniforme, come specificato anche nel testo) indicano che il campo elettrico è legato alla differenza di potenziale tra gli elettrodi come in un condensatore ad armature piane e parallele (state attenti alle geometrie!). Inoltre il suo verso rispetto alla figura è concorde a quello della corrente, cioè esso è orientato verso l'alto. Il vettore richiesto deve essere ortogonale sia la campo elettrico che quello magnetico e pertanto deve avere direzione radiale. Il verso è entrante rispetto al cilindro, come determinato dalla regola della mano desra.

$S =$ …………………………………… = ……… W/m^2 $V_0^2\, a/(2\rho_C L^2) = 0.25$ W/m^2 [grazie all'ortogonalità tra i campi, il modulo di $\boldsymbol{S}$ è pari al prodotto dei moduli dei campi nella posizione considerata (diviso per μ_0). Il campo magnetico è stato già determinato sopra. Il modulo del campo elettrico si trova sfruttando l'uniformità del campo stesso e il valore della differenza di potenziale applicata. Esso vale $E = V_0/L$. Da qui la risposta. Notate che il vettore $\boldsymbol{S}$ si chiama vettore di Poynting e che esso rappresenta la quantità di potenza che per unità di tempo e superficie interessa il cilindro. Si può notare che il suo integrale di superficie, cioè il suo flusso attraverso il cilindro, è pari alla potenza impiegata o "dissipata" per effetto Joule, che infatti viene trasferita al cilindro (che poi si riscalderà e farà quello che deve fare), da cui l'unità di misura pratica indicata sopra]

5. Avete a disposizione due condensatori di capacità rispettivamente $C_1 = C$ e $C_2 = 2C$, con $C = 10$ μF. Il condensatore 1 viene inizialmente caricato attraverso il collegamento a un generatore di differenza di potenziale $V_0 = 3.0$ kV, mentre il condensatore 2 è inizialmente scarico. Quindi a un dato istante viene realizzato il circuito di figura, in cui i due condensatori sono collegati tramite un resistore di resistenza $R = 1.0$ kohm (il generatore che è servito per caricare C_1 non è più collegato a nulla).



a) Dopo aver atteso tanto, tanto tempo (quello necessario a raggiungere nuove condizioni stazionarie), quanto varranno le cariche Q_1 e Q_2 accumulate sui due condensatori?

$Q_1 =$ .... = ……… C $C_1V_0/1+C_2/C_1) = CV_0/3 = 1.0\text{x}10^{-2}$ C [nelle nuove condizioni stazionarie, raggiunte dopo tanto, tanto tempo, i due condensatori si troveranno alla stessa differenza di potenziale $\Delta V'$. Infatti le condizioni stazionarie (di equilibrio) richiedono che non passi corrente attraverso il resistore, che dunque non presenta caduta di potenziale ai suoi estremi (per la legge di Ohm). In queste condizioni, in cui in pratica i due condensatori sono collegati in parallelo, si avrà $\Delta V_1 = Q_1/C_1 = \Delta V_2 = Q_2/C_2$. Inoltre la quantità di carica totale deve conservarsi, cioè deve essere $Q_1+Q_2 = Q_{10} = C_1V_{0,}$, che era la carica inizialmente presente sulle armature del condensatore 1 e dunque nel sistema. Si forma un sistema di due equazioni e due incognite che, risolto, fornisce la soluzione]

$Q_2 =$ .... = ……… C $2CV_0/3 = 2.0\text{x}10^{-2}$ C [vedi sopra]

b) Quanto vale l'energia E che viene "dissipata" per effetto Joule dal resistore nel corso dell'**intero** processo? [Per "intero processo" si intende quello che ha inizio nell'istante in cui i condensatori vengono collegati tra loro attraverso il resistore e ha termine quando si raggiungono le nuove condizioni stazionarie di cui al quesito precedente]

$E =$ .... = ……. J $-5CV_0^2/18 = -25$ J [si può ragionare in termini di bilancio energetico: E allora rappresenterà la differenza tra l'energia inizialmente accumulata nel condensatore 1 e la somma di quella che alla fine si trova nei due condensatori, Ricordando che l'energia di un condensatore è $U_E = Q^2/(2C)$, si avrà: $E = Q_1^2/(2C_1)+ Q_2^2/(2C_2)-Q_{10}^2/(2C_1)$. Usando i risultati precedenti si ottiene la soluzione, dove il segno negativo sta a indicare che questa energia è stata "dissipata"]

--- *TERMODINAMICA (opzionale)*

Una certa quantità (incognita) di Elio, un gas monoatomico che può essere considerato perfetto, partecipa ad un ciclo termico composto dalla sequenza di trasformazioni **reversibili**: compressione isoterma A → B, compressione isobara B → C, espansione isoterma C → D, compressione adiabatica D → A. I dati noti del ciclo sono: $V_A = 9.00$ litri, $V_B = 2V_A/3$ e $V_C = V_B/4$. Si sa inoltre che l'espansione isoterma C → D avviene mantenendo il gas a contatto termico con un termostato costituito da un'enorme massa di acqua e ghiaccio fondente mescolati ed in equilibrio termico fra loro. [Usate $R = 8.31$ J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto vale il volume V_D occupato dal gas nel punto D del ciclo?

V_D = …………………………………… = …….. m^3 $V_A(T_A/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A(T_B/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A((T_D V_B/V_C)/T_D)^{1/(\gamma-1)} = V_A(V_B/V_C)^{3/2} = 8V_A = 8.00\mathrm{x}10^{-2}$ m^3 [si usano le leggi di isobara e adiabatica reversibile, notando che $T_A = T_B$ e $T_C = T_D$ e che, per un gas perfetto monoatomico, è $\gamma = c_P/c_V = 5/3$]

b) Sapendo che nell'espansione isoterma C → D viene solidificata una massa m = 100 g di acqua (calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_F = 3.33\mathrm{x}10^5$ J/kg), quanto vale il numero di moli n del gas Elio che partecipa alla trasformazione? [Può farvi comodo sapere che $ln(48) \sim 3.87$]

n = …………………………………… ~ …….. moli $m\,\lambda_F/(RT_F ln(V_D/V_C)) \sim 3.79$ moli [il calore ceduto dal gas nell'espansione serve per far passare alla fase solida la massa m d'acqua, operazione che richiede una quantità $Q = m\lambda_F$ di calore; si noti che la trasformazione avviene, come stabilito nel testo, mantenendo il gas alla temperatura di fusione dell'acqua T_F = 273 K]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 31/1/2013 Firma: