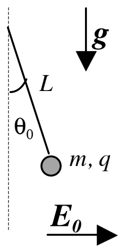
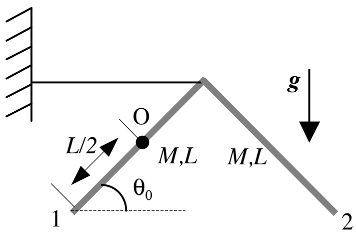
Corso di Laurea Ing. E-A – ESAME DI FISICA GENERALE - 31/1/2014

Nome e cognome: ……………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*



1. Un pendolino è realizzato con una pallina (puntiforme!) di massa m = 300 g attaccata all'estremità di una fune inestensibile e di massa trascurabile che ha lunghezza L = 1.0 m, il cui altro estremo è inchiodato su un solaio rigido e fisso. Il pendolino così realizzato può muoversi con **attrito trascurabile** su un piano verticale. L'unica differenza rispetto alla situazione ordinaria è che la pallina è caricata elettricamente, cioè porta una carica elettrica $q = 1.0\text{x}10^{-3}$ C, e che nella regione di interesse può essere presente un campo elettrico **uniforme e costante,** di modulo E_0, direzione orizzontale e verso come in figura (si ricorda ai distratti cronici che la presenza di un campo elettrico $\boldsymbol{E}$ su una carica q determina una forza $\boldsymbol{F_E} = q\boldsymbol{E}$). Inizialmente il pendolino è in equilibrio nella posizione di figura (l'angolo vale $\theta_0 = \pi/6$). [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = ½$]
   a) Quanto vale il modulo del campo E_0 che garantisce l'equilibrio? E quanto vale, in queste condizioni di equilibrio, il modulo della tensione T della fune?
   E_0 = …………………………………… ~ ……… V/m $(mg/q)tg\,\theta_0 \sim 1.7\text{x}10^3$ V/m [la pallina può muoversi solo in direzione tangenziale. All'equilibrio l'accelerazione in questa direzione deve essere nulla, cioè devono bilanciarsi le componenti tangenziali delle forze peso e elettrica (la tensione della fune non ha componenti tangenziali!). Lavorando con i moduli, deve essere allora: $mgsin\theta_0 = qE_0cos\theta_0$, da cui la soluzione]
   T = …………………………………… ~ ……… N $mg(tg\,\theta_0\, sin\theta_0 + cos\theta_0) = mg/cos\theta_0 \sim 3.4$ N [la tensione della fune garantisce l'equilibrio in direzione radiale, dove, usando i moduli, deve verificarsi che: $T = mgcos\theta_0 + qE_0sin\theta_0$, da cui, sostituendo l'espressione di E_0 trovata prima, la soluzione]
   b) Ad un dato istante il campo elettrico viene improvvisamente spento e il pendolino si mette in movimento. Quanto vale, in modulo, tensione della fune T' quando essa si trova a passare per la direzione verticale (cioè quando la pallina passa per il punto più basso della sua traiettoria)? [Il campo elettrico è spento, dunque non c'è più nulla che abbia a che fare con l'elettrostatica! Però non trascurate il fatto che la pallina si sta muovendo!]
   T' = …………………………………… ~ ……… N $mg(3\text{-}2cos\theta_0) \sim 3.7$ N [si deve conservare l'energia meccanica, per cui la variazione di energia cinetica, $(m/2)v^2$, deve essere uguagliata dal modulo della variazione dell'energia potenziale gravitazionale, $mgL(1\text{-}cos\theta_0)$. Dunque la pallina passa per la posizione richiesta avendo una velocità di modulo $v = (2gL(1\text{-}cos\theta_0))^{1/2}$. Poiché essa compie un moto circolare, deve agire un'accelerazione centripeta diretta radialmente verso il centro dell'orbita (l'estremo vincolato della fune) di modulo $a_C = v^2/L = 2g(1\text{-}cos\theta_0)$. Questa accelerazione deve essere fornita dalle componenti delle forze lungo la direzione considerata, che corrisponde incidentalmente alla direzione verticale. Tali forze sono la tensione della fune (tutta, diretta in verso centripeto) e la forza peso (tutta, diretta in verso opposto). Dunque deve essere: $ma_C = T\text{-}mg$, da cui, sostituendo il sostituibile, la soluzione]
   c) **Assumendo valida** l'approssimazione delle "piccole oscillazioni", quanto vale l'intervallo di tempo Δt tra l'istante in cui il campo $\boldsymbol{E_0}$ viene spento e quello in cui la pallina passa per la posizione di cui al punto b)?
   Δt = …………………………………… ~ ……… s $\pi/(2\omega)=\pi/(2(g/L)^{1/2}) \sim 1.0$ s [nelle ipotesi di piccole oscillazioni il moto del pendolo è armonico con pulsazione $\omega = (g/L)^{1/2}$. Questo si può facilmente verificare partendo dall'equazione del moto tangenziale: $a = -gsin\theta$ (la forza peso è la sola ad avere componenti in direzione tangenziale e il segno meno è necessario per la convenzione con cui misuriamo l'angolo per evitare che l'accelerazione abbia valore positivo, e dunque che la pallina si allontani spontaneamente dalla posizione di equilibrio) e quindi notando che $\alpha = d^2\theta/dt^2 = a/L$. Dunque si ottiene l'equazione del moto (angolare) $d^2\theta/dt^2 = -(g/L)sin\theta \sim -(g/L)\theta$, dove l'ultimo passaggio presuppone che le oscillazioni abbiano una piccola ampiezza, dunque corrispondano a valori di θ tali che $sin\theta \sim \theta$ (occhio: questo non è vero se $\theta_0 = \pi/6$, ma il testo dell'esercizio invita a considerare accettabile l'approssimazione). L'equazione differenziale così scritta è proprio quella di un moto armonico con $\omega = (g/L)^{1/2}$. Ora, in questa ipotesi il tempo necessario a percorrere il tratto avviene in un intervallo di tempo pari a $\tau/4$, dove $\tau = \omega/(2\pi)$ è il periodo dell'oscillazione. Da qui la risposta. Notate che, a rigore, l'approssimazione considerata non è un granché valida…]



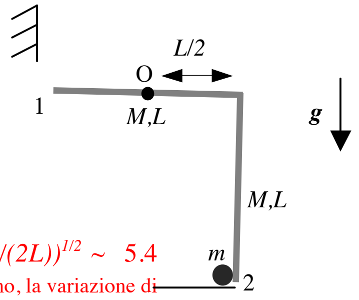
2. Un componente meccanico per costruzioni è formato da due sottili sbarrette **omogenee** identiche, ciascuna di massa M = 1.0 kg e lunghezza L = 50 cm, saldate insieme ad una estremità a formare una "elle" (l'angolo tra i loro assi vale $\pi/2$). Nel punto di mezzo di una delle due sbarrette (la numero 1 di figura) si trova un piccolo foro passante: un perno rigido, fissato ad una parete verticale, passa per il foro in modo tale che l'intero sistema possa compiere rotazioni con **attrito trascurabile** su un piano verticale attorno ad un asse che passa per questo perno (il polo di rotazione è indicato con la lettera O in figura). Inizialmente il sistema è mantenuto in equilibrio da una fune disposta come rappresentato in figura: la fune è orizzontale e collega il vertice della "elle" ad una parete rigida verticale; l'angolo indicato è $\theta_0 = \pi/4$. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/4) = sin(\pi/4) = 1/2^{1/2}$, con $2^{1/2} \sim 1.4$]
   a) Quanto vale, **in modulo**, la tensione T della fune? [Fate attenzione a considerare bene la geometria e la trigonometria!]
   T = …………………………………… = ……… N $(MgLcos\theta_0)/((L/2)sin\theta_0) = 2Mg\, cos\theta_0/sin\theta_0 = 2Mg = 20$ N [per l'equilibrio rotazionale del sistema per rotazioni attorno ad un asse passante per il perno occorre che siano bilanciati i momenti delle forze. Le sole forze esterne che fanno momento sono la forza peso della sbarretta 2, applicata al centro di massa della sbarretta stessa, cioè a metà della sua lunghezza (la sbarretta è omogenea!) e la tensione della fune. Questi due momenti conducono a rotazioni in versi opposti, dunque è sufficiente uguagliarne i moduli. La risposta si ottiene notando che il braccio della forza peso agente sulla sbarretta 2 è $2(L/2)cos\theta_0$ mentre il braccio della tensione della fune è $(L/2)sin\theta_0$. Notate anche che lo stesso risultato si deve ottenere considerando la forza peso dell'intero sistema applicata al centro di massa dell'intero sistema (c'è un po' più di geometria da fare…)]
   b) Supponete ora che, ad un dato istante, la fune venga improvvisamente tagliata: di conseguenza, la "elle" si mette a ruotare attorno all'asse passante per il perno. Quanto vale l'accelerazione angolare α con cui essa **inizia** a ruotare? [Può esservi utile

ricordare il "teorema degli assi paralleli", che recita $I' = I_{CM} + Md^2$, con M massa dell'oggetto considerato e d distanza tra i due assi paralleli considerati, uno dei quali passa per il centro di massa]

α = ... ~ .... rad/s^2 $(MgL\cos\theta_0)/(2ML^2/3) = 3g\cos\theta_0/(2L) \sim 10$ rad/s^2

[la rotazione avviene sotto l'effetto delle forze che hanno momento non nullo rispetto al polo O. Avendo tagliato la fune,ed essendo la barretta 1 imperniata nel proprio centro di massa, tali forze sono solo quelle dovute al peso della barretta 2. Pertanto il modulo del momento della forza è $\tau = MgL\cos\theta_0$, secondo quanto già affermato alla risposta al quesito precedente. L'equazione del moto rotazionale recita $\alpha = \tau/I_{TOT}$, con I_{TOT} momento di inerzia complessivo del sistema. Poiché i momenti di inerzia si sommano, si ha $I_{TOT}=I_1+I_2$. D'altra parte, applicando il teorema degli assi paralleli e ricordando che, per una sbarretta sottile ed omogenea, è $I_{CM} = (ML^2)/12 = I_1$, si ha $I_2=(ML^2)/12+MD^2$, dove la distanza tra gli assi (paralleli) è $2(L/2)\cos\theta_0$ (il centro di massa della sbarretta 2 percorre un arco di circonferenza che ha raggio D). Dunque $I_2=(ML^2/12)+(ML^2/2)=7ML^2/12$ e $I_{TOT}=8ML^2/12=2ML^2/3$. Da qui la soluzione.]

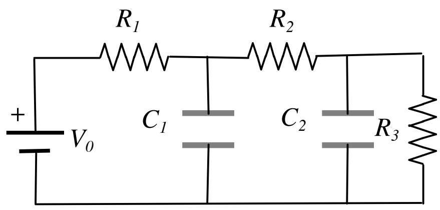
c) Nella sua rotazione, ad un dato istante la "elle" si viene a trovare nella configurazione di figura, in cui la barretta 1 viene a trovarsi con il proprio asse in direzione orizzontale. Quanto vale la velocità angolare ω del sistema in questo istante? Supponete poi che in questo preciso istante l'estremo della barretta 2 compia un urto totalmente **anelastico** con una pallina (**puntiforme**) di massa $m = M/5$, inizialmente ferma, che in seguito all'urto rimane attaccata al punto di impatto. Quanto vale la velocità angolare ω' **subito dopo** l'urto? [Notate che si tratta di due processi distinti: la rotazione della "elle" e l'urto con la pallina. Non fate confusione!]



ω = ... ~ .... rad/s $(2Mg(L/2)/I_{TOT})^{1/2} = (3g/(2L))^{1/2} \sim 5.4$ rad/s [nella rotazione si conserva l'energia meccanica del sistema: $\Delta E_k+\Delta U_G = 0$. Essendo tutto inizialmente fermo, la variazione di energia cinetica si scrive $I_{TOT}\omega^2/2$, con I_{TOT} momento di inerzia complessivo del sistema calcolato alla risposta precedente. La variazione di energia potenziale (della forza peso) è dovuta al fatto che il centro di massa della sbarretta 2 diminuisce la sua quota di un tratto che, in modulo, vale $(L/2)$. Da qui la soluzione. Notate che lo stesso risultato si ottiene anche considerando la variazione di quota del centro di massa dell'intero sistema, che vale $(L/2)\sin\theta_0\cos\theta_0$, ma per il quale occorre considerare la massa $2M$ dell'intero sistema]

ω' = ... ~ .... rad/s $(8/11)(3g/(2L))^{1/2} \sim 3.9$ rad/s [Nell'urto anelastico non si conserva l'energia cinetica, e non si conserva neanche la quantità di moto, essendo la "elle" vincolata a ruotare dal perno, il quale produce forze esterne eventualmente impulsive sul sistema. Tuttavia tali forze hanno braccio evidentemente nullo rispetto al polo O, per cui si conserva il momento angolare complessivo del sistema rispetto a questo polo. Subito prima dell'urto, esso vale $I_{TOT}\omega$; subito dopo l'urto esso varrà $I'\omega'$, dove I' è il momento di inerzia del sistema formato dalla "elle" e dalla pallina attaccata all'estremo: $I' = I_{TOT} + I_m$. Essendo la pallina puntiforme, il momento di inerzia si esprime come $I_m = mr^2$, dove r è il "braccio", ovvero la distanza tra pallina (cioè estremo della barretta 2) e polo, ovvero il raggio della traiettoria circolare che la pallina comincia ad eseguire. La geometria del sistema (e il teorema di Pitagora!) mostrano che $r^2 = (L^2+(L/2)^2) = (5/4) L^2$ per cui $I'=(5/4)mL^2= ML^2/4$ Si ha quindi $I' = (11/12)ML^2$, da cui $\omega' = \omega(I_{TOT}/I') = \omega(8/11)$. Sostituendo il valore di ω appena trovato si ottiene la risposta]

3. Un circuito elettrico è costituito da tre resistori (R_1 = 100 ohm, R_2 = 400 ohm, R_3 = 500 ohm) e due condensatori (C_1 = 200 nF, C_2 = 1.00 µF) collegati come in figura ad un generatore ideale di differenza di potenziale V_0 = 10.0 V.



a) Quanto vale la corrente I erogata dal generatore in condizioni stazionarie?

I = ... = ... mA $V_0/(R_1+R_2+R_3)$ = 10.0 mA [in condizioni stazionarie la corrente passa attraverso la serie delle tre resistenze]

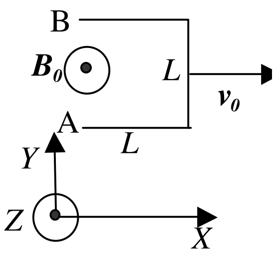
b) Quanto vale l'"energia elettrostatica" U_E totale accumulata nei due condensatori in condizioni stazionarie?

U_E = ... = ... J $(C_1/2)V_1^2 + (C_2/2)V_2^2 = (C_1/2)(V_0-R_1I)^2 + (C_2/2)(V_0-(R_1+R_2)I)^2 = 2.06\text{x}10^{-5}$ J [ogni condensatore accumula un'energia $(C/2)V^2$; le differenze di potenziale ai capi dei due condensatori si calcolano tenendo conto della caduta di potenziale sulle resistenze R_1 ed R_1+R_2]

c) Supponete che, ad un dato istante, la resistenza R_3 venga scollegata dal circuito (in pratica interompendo il collegamento nel punto A di figura). Dopo aver atteso un tempo sufficientemente lungo affinché sia raggiunta **una nuova condizione stazionaria**, quanto vale la carica Q_2 accumulata nel condensatore C_2?

Q_2 = ... = ... C $C_2V_0 = 1.00\text{x}10^{-5}$ C [nelle nuove condizioni stazionarie non c'è flusso di corrente nel circuito, per cui non c'è alcuna caduta di tensione nelle resistenze e la differenza di potenziale ai capi di C_2 uguaglia V_0, da cui la soluzione]

4. Un pezzo di filo elettrico **sottile** di materiale conduttore è ripiegato ad "U" come rappresentato in figura; la lunghezza di tutti e tre i suoi lati è L = 10 cm. Questo filo viene mosso da un operatore esterno in modo da avere una velocità **costante** di modulo v_0 = 10 m/s diretta nel verso positivo dell'asse X di figura; in tutto lo spazio in cui si muove il filo insiste un campo magnetico **uniforme e costante** di modulo $B_0 = 1.0\text{x}10^{-2}$ T diretto nel verso positivo dell'asse Z.



a) Quanto vale la differenza di potenziale $\Delta V = V_B-V_A$ tra i capi B ed A del filo (indicati in figura)? [Indicate anche il segno]

ΔV = ... = ... V. $-v_0B_0L = -1.0\text{x}10^{-2}$ V [il modulo del campo impresso è $E^* = v_0B_0$; questo campo è diretto lungo Y ed è uniforme nel tratto verticale del filo; i tratti orizzontali, invece, non contribuiscono dato che in essi non c`è spostamento di carica (la forza è ortogonale al loro asse ed il filo è sottile), da cui la soluzione; il segno negativo tiene conto della particolare distribuzione delle cariche (quelle positive sono spinte verso il basso, in accordo con la regola della mano destra)]

-- *TERMODINAMICA (OPZIONALE E SOLO PER STUDENTI MOLTO ANZIANI)*

4. Un campione di $n = 9.8\text{x}10^{-3}$ moli di gas perfetto monoatomico si trova all'interno di un recipiente cilindrico che ha area di base S = 0.98 cm^2 ed è dotato di pareti indeformabili che formano un'intercapedine riempita con una grande quantità di acqua e ghiaccio fondente. In particolare, la parete "interna" è perfettamente trasparente al calore, mentre quella esterna è praticamente impermeabile al calore: in questo modo si ottiene che il gas è a contatto termico con il ghiaccio fondente e lo scambio di calore con il "mondo esterno" può essere considerato trascurabile. Nel recipiente può scorrere, in direzione verticale (la direzione

dell'asse del cilindro) e con attrito trascurabile, un tappo di massa m (incognita) che suddivide il volume del recipiente in due regioni: in quella "di sotto" si trova il gas, mentre in quella "di sopra" è fatto il vuoto pneumatico. Inizialmente la regione occupata dal gas ha altezza h_0 = 10 cm e le condizioni sono di **equilibrio**. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e R = 8.3 J/(K mole) per la costante dei gas perfetti]

a) Quanto deve valere la massa m del tappo?

m = ………………………………… = ...…. kg $nRT_0h_0/g = 23$ kg [il gas è all'equilibrio con una grande massa di ghiaccio fondente, pertanto esso si trova alla temperatura T_0 = 273 K. Inoltre, essendo all'equilibrio, la sua pressione deve uguagliare la pressione esercitata dal tappo, che vale $P_0 = mg/S$. Dalla legge dei gas perfetti si trova $P_0V_0 = P_0Sh_0 = mgh_0 = nRT_0$, da cui la soluzione]

b) Supponete ora che, all'interno del gas, avvenga a un certo istante una qualche reazione chimica che comporta un'esplosione in cui viene liberata una certa quantità di calore Q_{ESPL} (incognita). Dopo un certo tempo, necessario perché il gas raggiunga una nuova condizione di equilibrio, si osserva che una quantità ΔM = 20 g di ghiaccio si è fusa all'interno dell'intercapedine. Quanto vale la nuova altezza h' della regione occupata dal gas dopo che il sistema ha nuovamente raggiunto l'equilibrio? Quanto vale il calore Q_{ESPL}? [Supponete che l'esplosione **non** modifichi il numero di moli del gas; usate il valore λ_F = 3.0x10^5 J/kg per il calore latente di fusione del ghiaccio e considerate che la massa iniziale di ghiaccio fondente è molto maggiore di ΔM; state attenti ai trabocchetti e discutete per benino in brutta!]

h' = …………………………………… = …….. m $h_0 = 0.10$ m

Q_{ESPL} = …………………………………… = …….. J $\Delta M\lambda_F = 6.0\text{x}10^3$ J [il gas subisce una trasfomazione presumibilmente non reversibile, dato che l'esplosione è un fenomeno violento che difficilmente può dare luogo a trasformazioni che passano per stati di equilibrio. Alla fine del processo, però, il gas si troverà in una nuova condizione di equilibrio in cui sia la pressione (la massa del tappo non cambia) che la temperatura (il ghiaccio fondente si comporta da termostato) non sono variate rispetto alle condizioni iniziali. Dunque il volume del gas resterà lo stesso che era occupato inizialmente. Allora il gas complessivamente non compie lavoro, e nulla è la variazione di energia interna, essendo nulla la variazione di temperatura. Di conseguenza il gas non scambia calore e **tutto** il calore ceduto dall'esplosione viene impiegato per fondere la quantità ΔM di ghiaccio, da cui la soluzione]

c) Quanto vale la variazione di entropia ΔS dell'intero sistema (gas + acqua e ghiaccio fondente) nel processo sopra considerato?

ΔS = …………………………………… = …….. J/K $\Delta M\lambda_F/T_0$=22 J/K $\Delta M\lambda_F = 6.0\text{x}10^3$ J [il gas non modifica il suo stato ed essendo la variazione di entropia di un gas esprimibile come la variazione di entropia per una trasformazione reversibile che connette lo stato iniziale con quello finale (dunque una trasformazione "nulla",in questo caso), si ha che il gas non muta l'entropia. Invece la miscela acqua e ghiaccio fondente subisce una trasformazione irreversibile consistente nella fusione di una sua parte. Essendo questa trasformazione isoterma (la temperatura non varia, mantenendosi sempre pari alla temperatura di fusione del ghiaccio, T_0 = 273 K), la variazione di entropia si ottiene dividendo il calore necessario per la fusione per questa temperatura, da cui il risultato]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 31/1/2014 Firma: