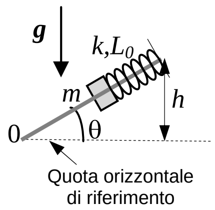
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE – 3/7/2014

Nome e cognome: ……………………………………………………….　　　Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Un manicotto (puntiforme!) di massa m = 2.0 kg può scorrere con **attrito trascurabile** lungo una guida rigida e indeformabile (un tondino), che per il momento si considera fissa su un piano verticale e tale da formare un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Il manicotto è attaccato all'estremo di una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 1.0\times10^2$ N/m e lunghezza di riposo L_0 = 50 cm, il cui altro estremo è vincolato al punto "superiore" della guida, che si trova ad altezza h = 1.0 m rispetto alla quota orizzontale di riferimento (vedi figura). L'asse della molla è parallelo alla guida. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$ e $sin(\pi/6) = 1/2$]



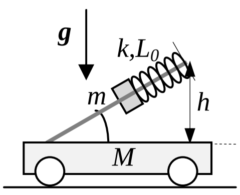
a) Determinate l'altezza h_{EQ} , misurata rispetto alla quota orizzontale, a cui si trova il manicotto nella sua posizione di equilibrio.

h_{EQ} = ………………………………… = ……… m　　$h-(L_0+(mg/k)sin\theta)sin\theta = 0.70$ m　　[all'equilibrio l'accelerazione è nulla, cioè la somma vettoriale delle forze che agiscono sul manicotto deve essere nulla. Limitiamoci a considerare la direzione del tondino, che è quella lungo la quale può avvenire l'eventuale moto (il vincolo esercitato dalla guida impedisce il moto nella direzione ortogonale alla guida stessa!). Sul manicotto agisce la proiezione della forza peso, di modulo $mgsin\theta$, orientata verso il basso. Questa forza deve essere bilanciata dalla forza elastica, il cui modulo è $k\Delta$, con $\Delta = L - L_0$ elongazione della molla, cioè differenza tra lunghezza attuale della molla e lunghezza a riposo (la molla deve essere necessariamente elongata per avere equilibrio!). Bilanciando si ottiene quindi (all'equilibrio) $L_{EQ} = L_0+(mg/k)sin\theta$. Per semplici ragioni geometriche si ha $h_{EQ} = h-L_{EQ}sin\theta$, da cui la risposta]

b) Supponete ora che il manicotto venga spostato (da un operatore esterno, cioè una manina) in una posizione tale che la lunghezza della molla coincida con la lunghezza di riposo e che da qui, a un certo istante, venga lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. Quanto vale l'altezza minima, h_{MIN} , che esso raggiunge nel successivo moto? [L'altezza è sempre misurata rispetto alla quota orizzontale di riferimento]

h_{MIN} = …………………………………… = ……….. m　　$h-(L_0+2(mg/k)sin\theta)sin\theta = h-(L_0+(mg/k))/2$ = 0.66 m　　[per la soluzione conviene riferirsi al moto del moto lungo la direzione della guida. Si può dimostrare facilmente che questo moto è fatto di oscillazioni armoniche attorno alla posizione di equilibrio. Scegliendo un asse diretto lungo la guida, alla posizione di equilibrio la distanza D_{EQ} rispetto al punto più alto della guida, dove la molla è vincolata, vale $D_{EQ} = L_{EQ} = L_0+(mg/k)sin\theta$, come determinato sopra. La posizione "iniziale" del moto, nelle condizioni che stiamo considerando, corrisponde a una distanza $D_0 = L_0$. Pertanto l'ampiezza dell'oscillazione armonica è $A = D_0-D_{EQ} = (mg/k)sin\theta$. La posizione di arresto (**istantaneo**) del moto sarà allora $D' = D_{EQ}+A = L_0+2(mg/k)sin\theta = L_0+mg/k$, dove abbiamo tenuto conto del valore di $sin\theta$. In questa posizione l'altezza del manicotto sarà $h_{MIN} = h-D'sin\theta = h-(L_0+(mg/k))/2$, da cui la soluzione. Alla soluzione si può arrivare anche ragionando in termini di conservazione dell'energia meccanica. Dato che consideriamo trascurabili gli attriti, abbiamo infatti $0 = \Delta E_k+\Delta U$. Considerando come "finale" la configurazione in cui il manicotto si ferma, **istantaneamente**, nella posizione che corrisponde all'altezza minima e come "iniziale" quella in cui il manicotto viene lasciato libero di muoversi (con velocità nulla!), si $\Delta E_k = 0$. La variazione di energia potenziale è dovuta alla forza peso e alla variazione dell'energia elastica. Per la forza peso si ha $\Delta U_G = mg(h_{MIN}-h_0)$, dove l'altezza iniziale h_0 si trova con semplici ragionamenti geometrici. Essa è infatti $h_0 = h-L_0sin\theta = h-L_0/2$. Ricordando che l'**energia** elastica ha espressione generica $U_{ELA} = (k/2)\Delta^2$, con Δ elongazione o compressione della molla, si ha $\Delta U_{ELA} = U_{ELA}' = (k/2)\Delta'^2$, dato che l'energia elastica iniziale è nulla (la molla è a riposo!). L'elongazione finale della molla equivale allo spostamento, nella direzione della guida, che il manicotto compie nel processo. Con semplici considerazioni geometriche si ha $\Delta' = (h_0-h_{MIN})/sin\theta = 2(h_0-h_{MIN})$. Pertanto la conservazione dell'energia implica $0 = mg(h_{MIN}-h_0)+(k/2)(2(h_0-h_{MIN}))^2$, che è un'equazione algebrica di secondo grado nell'incognita h_{MIN} . Una soluzione di questa equazione è $h_{MIN} = h_0$, che però è da scartare perché fisicamente priva di significato (il manicotto si arresta anche quando, nella sua oscillazione, l'altezza torna a coincidere con quella iniziale!). L'altra soluzione è $h_{MN} = h_0-(mg/(2k)) = h-(L_0+(mg/k))/2$, che coincide con quanto già determinato]

c) Immaginate a questo punto di montare tutto l'ambaradan (guida, manicotto, molla) su un carrello che **può muoversi** con **attrito trascurabile** in direzione orizzontale: la situazione diventa quindi quella di figura. Chiamate $M = 5m$ = 10 kg la massa complessiva del carrello con tanto di ruote e guida (**escluso il manicotto**!). Ripetete l'operazione descritta al punto precedente, cioè supponete che il manicotto venga spostato nella posizione corrispondente alla lunghezza di riposo della molla e di qui lasciato andare. Sapendo che la velocità iniziale del carrello è nulla, quanto vale la velocità V' **del carrello** nell'istante in cui il manicotto raggiunge la sua altezza minima rispetto alla quota orizzontale di riferimento? [Attenti ai trabocchetti e **spiegate meglio che potete** in brutta!]

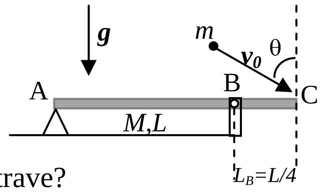


V' = …………………………………… = ……….. m/s　　0　　[abbiamo un sistema costituito dal manicotto e dal carrello con tutti gli accessori (ruote, guida e molla). Supponendo trascurabili gli attriti, questo sistema è isolato in direzione orizzontale. Di conseguenza si conserva la quantità di moto totale in questa direzione, cioè in ogni istante deve essere $MV + mv_x$ = costante, con ovvio significato dei simboli. Inizialmente tutto è fermo, e quindi la quantità di moto totale lungo la direzione orizzontale deve essere sempre nulla. Nell'istante in cui il manicotto si arresta, per esempio al raggiungimento di h_{MIN} , il manicotto ha velocità nulla in direzione verticale e velocità pari a quella del carrello in direzione orizzontale. Si ha quindi $v'_x = V'$. Combinata con la conservazione della quantità di moto, questa condizione comporta $v'_x = V' = 0$, da cui la risposta (che andava spiegata per bene!)]

d) Quanto vale lo spostamento ΔX che il carrello compie mentre il manicotto passa dalla posizione iniziale a quella di altezza minima?

ΔX = …………………………………… = ……….. m *-mg/(6k)* = -3.3x10^{-2} m (il segno meno indica uno spostamento verso la destra di figura!) [cominciamo con il notare che l'altezza minima raggiunta dal manicotto in queste nuove condizioni (ambaradan montato su carrello) è la stessa che abbiamo individuato prima. Infatti, essendo nulla la velocità del carrello, la conservazione dell'energia meccanica porta esattamente alla stessa equazione che abbiamo già scritto, per cui la soluzione deve essere la stessa. Inoltre, essendo il sistema isolato lungo la direzione orizzontale, in questa direzione il suo centro di massa ha accelerazione nulla. Essendo nulla la velocità inziale del centro di massa (all'inizio tutto è fermo!), il centro di massa non si sposta. Dunque $0 = \Delta x_{CM}$. Ricordando la definizione di posizione del centro di massa, lo spostamento del centro di massa in direzione orizzontale può essere espresso a partire dagli spostamenti dei componenti del sistema, ovvero manicotto e carrello: $\Delta x_{CM} = (m\Delta x + M\Delta X)/(m+M)$. Da qui si ottiene $\Delta X =- (m/M)\Delta x =- \Delta x/5$, dove il segno meno significa che i due spostamenti hanno verso opposto, e abbiamo usato la relazione tra le masse data nel testo. Sappiamo inoltre quanto vale lo spostamento (orizzontale) **relativo** Δx_{REL} del manicotto rispetto al carrello: per motivi geometrici esso è dato da $\Delta x_{REL} = (h_0-h_{MIN})/tg\theta$ Usando le banalissime regole di composizione degli spostamenti, lo spostamento del manicotto rispetto alla strada risulta $\Delta x = \Delta x_{REL}+\Delta X = (mg/k)+\Delta X$, dove abbiamo recuperato le espressioni di h_0 e h_{MIN} trovate in precedenza. Alla fine si ottiene $\Delta X = -((mg/(5k))+\Delta X/5)$, da cui la risposta]

2. Una sottile trave **omogenea** di massa M = 3.0 kg e lunghezza L = 2.0 m è imperniata in modo da poter ruotare con **attriti trascurabili** attorno al perno B di figura, che si trova a distanza $L_B = L/4$ da un suo estremo. Essa è inoltre appoggiata sul punto A, coincidente con l'altro suo estremo, in modo da trovarsi in equilibrio nella configurazione di figura (l'asse della trave è orizzontale). [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]



a) Quanto valgono, in **modulo,** le forze F_A e F_B che l'appoggio A e il perno B esercitano sulla trave?

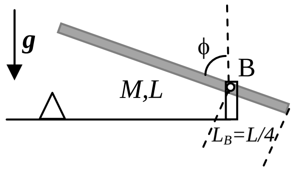
F_A = ……………………………..=.......... N *Mg/3* = 9.8 N [la trave è in equilibrio traslazionale e rotazionale. L'equilibrio traslazionale implica, per i moduli: $F_A+F_B = Mg$. L'equilibrio rotazionale, scritto rispetto al polo A, implica: $MgL/2 = F_B3L/4$, dove abbiamo usato la circostanza che il centro di massa si trova a metà della lunghezza della trave omogenea, mentre la forza F_B ha braccio $3L/4$ rispetto al polo considerato. Si ha dunque un sistema di due equazioni e due incognite che, risolto, fornisce le soluzioni. La stessa soluzione si ha ovviamente considerando qualsiasi altro polo (la scelta del polo non influisce sull'equilibrio!), per esempio un polo collocato in B o nel centro di massa]

F_B = ……………………………..=.......... N *2Mg/3* = 20 N [vedi sopra]

b) Ad un certo istante l'estremo C della trave (vedi figura) viene colpito da un piccolo e **leggero** proiettile di massa $m = M/30$ = 0.10 kg che si conficca nella trave. Subito prima dell'urto, il proiettile viaggia con velocità di modulo v_0 = 70 m/s e direzione come in figura (l'angolo indicato, misurato rispetto alla verticale, vale $\theta = \pi/3$). In seguito all'urto la trave comincia a ruotare attorno al perno B. Quanto vale, in modulo, la velocità angolare ω con cui la trave inizia la sua rotazione? [Ricordate che $cos(\pi/3)$ = ½ e $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.7$. Nella soluzione potete fare buon uso del fatto che **il proiettile ha una massa molto minore della trave** (approssimate, se e quando potete!)]

ω ~ ……………………………..= .... rad/s $\sim(6/7)(m/M)v_0/L = v_0/(35L)$ = 1.0 rad/s [il processo considerato è sostanzialmente un urto anelastico tra un oggetto puntiforme (il proiettile) e un corpo rigido esteso che, secondo quanto stabilito nel testo, può solo ruotare attorno al polo B. Nel processo non si conserva l'energia cinetica totale per il carattere anelastico dell'urto, né la quantità di moto totale, a causa della presenza di forze impulsive sul perno. Notate che le forze impulsive eventualmente sviluppate sull'appoggio A si annullano immediatamente appena la rotazione ha inizio, non essendoci più contatto tra trave a punto A. Si conserva invece il momento angolare totale rispetto al polo B, dato che le forze impulsive agenti sul perno hanno braccio nullo (le altre forze esterne a braccio non nullo, per esempio il peso, si considerano non impulsive e quindi non riescono a modificare il momento angolare nella breve durata dell'urto). Subito prima dell'urto il momento angolare rispetto al polo B è dato dal movimento di traslazione del solo proiettile. Ricordando la definizione di momento angolare, si ha $\mathbf{L_0} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v_0}$. Il modulo (ovvero la componente assiale) di questo vettore si trova moltiplicando il modulo della quantità di moto del proiettile, mv_0 , per il "braccio" b, ovvero la distanza tra il polo e la retta su cui giace il momento angolare. Semplici considerazioni geometriche permettono di determinare $b = L_Bcos\theta = L/8$, per cui $L_0 = mv_0L/8$. Subito dopo l'urto si è in presenza di un moto di rotazione della trave con proiettile conficcato, per cui il momento angolare si può esprimere come $L' = I\omega$, con ω velocità angolare da determinare. Il momento di inerzia complessivo rispetto al polo B è dato dalla somma di quello della trave e di quello del proiettile. Il momento di inerzia della trave si trova ad esempio usando il teorema degli assi paralleli: $I_T = I_{CM} + Md^2$, con $I_{CM} = ML^2/12$ (trave sottile omogenea) e $d = L/4$ (distanza tra centro di massa e polo B), per cui $I_T = (7/48)ML^2$. Il momento di inerzia del proiettile è $I_P = mL_B^2 = mL^2/16$. Poiché $M/m = 30$, il contributo del proiettile al momento di inerzia è trascurabile e **verrà trascurato** nella prosecuzione, cioè si porrà $I = I_T$. Dunque per la conservazione del momento angolare rispetto al polo B si ha $mv_0L/8 \sim (7/48)ML^2\omega$, da cui la soluzione]

c) Determinate quanto vale l'angolo ϕ_{MAX} a cui la trave si arresta (istantaneamente) dopo essere stata messa in rotazione in seguito all'urto. [Come rappresentato in figura, l'angolo ϕ è quello compreso tra asse della trave e verticale]

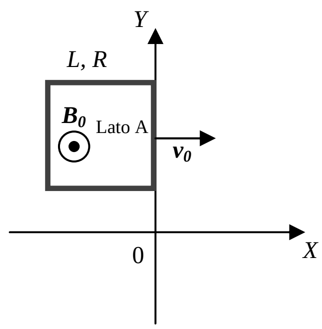


ϕ_{MAX} ~ ……………………………..~ .... gradi $\sim arccos((1/24)v_0^2/(175gL)) \sim$ 87 gradi [nella rotazione successiva all'urto, supponendo trascurabili gli attriti, si conserva l'energia meccanica, cioè $0 = \Delta E_k + \Delta U$. <u>La variazione di energia cinetica è</u> $\Delta E_k \sim -(I/2)\omega^2$, con ω e I determinati sopra (si continua a supporre trascurabile il contributo del proiettile conficcato). La variazione di energia potenziale è dovuta alla variazione di quota del centro di massa della trave (anche qui, a rigore, occorrerebbe considerare la trave con il proiettile conficcato, ma possiamo ancora trascurare il ruolo del proiettile vista la sua piccola massa – questo permette di semplificare parecchio le espressioni!). Si ha quindi $\Delta U \sim Mg\Delta h$, con $\Delta h \sim (L/4)cos\phi_{MAX}$, come suggerito da semplici considerazioni geometriche (il simbolo di circa uguale dipende dal fatto che il centro di massa si trova approssimativamente a distanza $L/4$ dal perno per la presenza del proiettile, che però abbiamo stabilito di trascurare). Si ottiene quindi $cos\phi_{MAX} \sim 2I\omega^2/(MgL) = (1/24)v_0^2/(175gL)$, dove abbiamo usato le espressioni di $I = I_T$ e ω determinate prima. Usando i valori numerici delle varie grandezze si ottiene $0 < cos\phi_{MAX} < 1$, cioè la soluzione esiste e la trave si arresta istantaneamente al previsto valore ϕ_{MAX} (per altro molto vicino a 90 gradi, cioè la trave ruota di assai poco!)]

d) Quanto dovrebbe valere, al minimo, la velocità $v_{0,MIN}$ del proiettile necessaria affinché la trave non si arresti "mai"? [Potete limitarvi a dare una stima. Spiegate **per bene** in brutta come ragionate e tenete conto che il "mai" si realizza solo se gli attriti sono nulli e se non ci sono impedimenti fisici, cioè ostacoli, alla rotazione della trave, come stiamo in pratica supponendo]

$v_{0,MIN}$ ~ ……………………………..~ .... m/s $\sim 35((24/7)gL)^{1/2} \sim 2.9\text{x}10^2$ m/s [riprendendo il ragionamento svolto sopra e basato sulla conservazione dell'energia, la rotazione non si arresta se, per $\phi = 0$ (cioè quando la trave si trova con il proprio asse sulla verticale), c'è ancora dell'energia cinetica. La situazione limite è quella per cui a $\phi = 0$ è nulla. Questa situazione limite richiede che la velocità angolare iniziale sia ω_C tale che $(I/2)\omega_C^2 = MgL/4$ (infatti quando $\phi = 0$ il centro di massa della trave si è alzato di $L/4$ rispetto alla situazione iniziale). Si ottiene $\omega_C \sim (MgL/(2I))^{1/2} = ((24/7)(g/L))^{1/2}$. A questa velocità angolare critica corrisponde una velocità critica del proiettile: $v_{0C} \sim 35L\omega_C = 35((24/7)gL)^{1/2}$. Per una velocità **appena superiore** a questo valore si ha rotazione completa, e quindi, supponendo nulli gli attriti, la trave non si ferma "mai". Possiamo quindi porre $v_{0,MIN} = v_{0C}$. Notate che tutte le approssimazioni che abbiamo fatto trascurando la presenza del proiettile conficcato nella trave potrebbero avere un ruolo nel modificare (di pochino!) questo risultato, ma nell'ottica di dare una stima ci disinteressiamo di tali eventuali effetti!]

3. Una spira quadrata (indeformabile) di lato L è realizzata con un sottile filo conduttore che ha resistenza elettrica complessiva R. La spira può muoversi con attrito trascurabile nella direzione X di un sistema di riferimento cartesiano (essa si muove essendo vincolata sul piano orizzontale XY, con i lati paralleli alle due direzioni cartesiane, come rappresentato in figura) in cui, **solo** nel semispazio $x < 0$, insiste un campo magnetico esterno **uniforme e costante** di modulo B_0 diretto lungo l'asse Z (esso, in pratica, esce dal foglio se guardate le figura). Supponete che un operatore esterno (una manina) mantenga la spira in movimento lungo la direzione X con velocità costante di modulo v_0 orientata nel verso positivo dell'asse e che all'istante $t_0 = 0$ il lato della spira marcato con A si venga a trovare nella posizione $x = 0$ (come rappresentato in figura). In buona sostanza, per $t > t_0 = 0$ la spira comincia a "uscire" dalla regione in cui insiste il campo magnetico. Supponete anche che per $t < t_0 = 0$ la corrente nella spira sia nulla. [In questo esercizio non ci sono valori numerici!]



a) Come si esprime l'intensità $I(t)$ della corrente che scorre nella spira? Che verso ha? [Fate attenzione a considerare per bene il problema e trovate una o più espressioni che valgano per **qualsiasi** istante $t > t_0 = 0$. Per determinare il verso fate riferimento alla figura e spiegate **bene** i ragionamenti!]

$I(t)$= ……………………………. B_0Lv_0/R per $0 < t < t' = v_0/L$; 0 per $t > t' = v_0/L$ [ci sono due metodi per determinare cosa succede in questo esercizio. Il primo si basa sulla forza di Lorentz che agisce sulle cariche presenti nel conduttore di cui è fatta la spira. Queste cariche sono "trascinate" dal movimento della spira, cioè esse hanno (approssimativamente) la stessa velocità della spira. In presenza di un campo magnetico ortogonale alla spira, come in questo problema, la forza di Lorentz per una carica positiva ha direzione Y (riferendosi alla figura) e segno negativo (verso il basso), tenendo conto del verso della velocità e della regola della mano destra. Finché la spira si trova tutta immersa nel campo magnetico, le cariche positive sul lato A saranno spinte verso il basso, ma nella stessa direzione saranno spinte anche le cariche che si trovano sul lato opposto ad A. Sugli altri due lati la forza di Lorentz non produce effetto, dato che le cariche non possono essere spinte fuori dal filo elettrico (sottile!). La corrente netta potrà quindi essere nulla. Non appena il lato A penetra nella regione senza campo magnetico le cariche che sono al suo interno non risentiranno più di alcuna forza, mentre quelle sul lato opposto continueranno a sentire la stessa forza di prima. Dunque si crea una corrente (fatta, convenzionalmente, di cariche positive) che scorre in verso **antiorario** rispetto alla figura. Ai fini del moto delle cariche, la forza di Lorentz equivale all'applicazione di un campo elettrico (si chiama talvolta campo impresso) che vale in modulo $E^* = F_M/q = v_0B_0$ ed è uniforme lungo tutta la spira. Ad esso corrisponde una differenza di potenziale $\Delta V^* = E^*L = v_0B_0L$ che è responsabile per il moto delle cariche, cioè per la determinazione della corrente, che quindi vale $I = \Delta V^*/R = v_0B_0L/R$. Come si vede, l'intensità di questa corrente è, nell'intervallo considerato, **costante**. Per $t > t' = L/v_0$ la spira si trova tutta fuori dal campo magnetico. La forza di Lorentz si annullerà e, di conseguenza, la corrente passerà a zero (il passaggio richiede in realtà del tempo, ma, in assenza di dati numerici e delle conoscenze necessarie a determinarlo, qui possiamo considerarlo trascurabile). Tutto questo può essere trovato in modo ancora pi immediato usando la cosiddetta legge di Faraday che stabilisce che la forza elettromotrice, ovvero la differenza di potenziale indotta sulla spira (chiusa) vale $\Delta V = -d\Phi(\mathbf{B})/dt$. Il flusso del campo magnetico attraverso la spira tende infatti a diminuire nel tempo. Tenendo conto che il campo magnetico interessa solo una porzione dell'area della spira che si può esprimere come L^2-Lv_0t , si ha $\Phi(\mathbf{B}) = B_0(L^2-Lv_0t)$. Derivando rispetto al tempo si ottiene $\Delta V = B_0v_0L$ (e, di conseguenza, $I = v_0B_0LR$). Il segno positivo che abbiamo trovato significa che tale corrente (indotta) circola in modo tale che la variazione di flusso del campo magnetico da essa prodotto si oppone alla variazione di flusso del campo magnetico esterno. Poiché questo flusso tende a diminuire (diamo un segno positivo al flusso associato al campo magnetico che esce dal foglio), la corrente indotta creerà un campo indotto che si somma al campo esterno, cioè è concorde a questo, in modo da "rinforzarne" il flusso. Ovviamente anche per Faraday la corrente si annulla quando la spira è tutta entrata nella regione in cui non c'è campo]

Verso della corrente: ……………………………. Antiorario rispetto alla figura [per la spiegazione vedi sopra]

b) Come si esprime l'**energia** E_J "dissipata" per effetto Joule dalla spira nell'intervallo di tempo necessario perché essa penetri completamente nel semispazio in cui il campo magnetico è assente? [Occhio, si chiede un'energia, non una potenza!]

E_J = ……………………………. $B_0^2L^3v_0/R$ [la potenza dissipata per effetto Joule dalla resistenza che costituisce la spira si esprime come $P_J = RI^2 = (B_0v_0L)^2/R$. Poiché questa potenza è **costante** è sufficiente moltiplicarla per il tempo necessario alla penetrazione, che vale $t' = L/v_0$ (cinematica!), per ottenere la risposta]

c) Come si esprime (in modulo) la **forza** F_{OP} che l'operatore deve applicare alla spira affinché la velocità resti costante? [Anche in questo caso considerate solo l'intervallo di tempo necessario alla penetrazione della spira nel semispazio in cui il campo magnetico è assente]

F_{OP} = ... $B_0^2L^3v_0/R$ [ci sono due modi per rispondere. Il primo è più stupido, ma conviene partire da questo per rendersi conto di cosa succede. Affinché la velocità della spira sia costante è necessario che la sua accelerazione sia nulla, ovvero che siano nulle le forze a essa applicate. Oltre alla forza esterna, quella dell'operatore, sulla spira agisce anche la forza dovuta all'interazione tra la corrente che vi circola e il campo magnetico. Ricordando la relazione $d\mathbf{F} = Id\mathbf{l}\times\mathbf{B}$ che esprime la forza che agisce su un elemento di filo (di lunghezza dl e orientazione come la corrente) immerso in un campo magnetico,tenendo conto di come la corrente circola nella spira possiamo facilmente dedurre che la forza agisce solo sul lato opposto ad A. Infatti sul lato A non c'è campo magnetico mentre sugli altri due lati le forze, che sono dirette lungo Y, si annullano a vicenda. Inoltre su ogni elemento del lato opposto ad A la forza è uniforme, e vale $IB_0dl = (B_0^2v_0L)/R$. La forza complessiva, che si ottiene sommando questi contributi infinitesimi su tutta la lunghezza del lato, vale $B_0^2v_0L^2/R$. L'operatore deve bilanciare questa forza e quindi esercitare una forza che, in modulo, è pari a questa. Il modo più furbo fa riferimento al bilancio di energia che, applicato istante per istante, implica che l'operatore applichi una forza di potenza pari, in modulo, alla potenza dissipata per effetto Joule. Quindi, in modulo, $P_{OP} = P_J = (B_0v_0L)^2/R$. Ricordando che, per una forza costante (e abbiamo verificato che questa forza è costante), si ha $P = Fv$, si ottiene $F_{OP} = P_{OP}/v_0 = B_0^2v_0L^2/R$]

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).

Pisa, 3/7/2014 Firma: