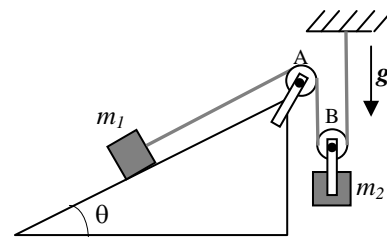


Nome e cognome: .....

Matricola: .....

Istruzioni: **riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegare "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.** Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione

1. Un sistema fatto da due casse, marcate con 1 e 2, una fune, un piano inclinato e due pulegge è realizzato come un figura e descritto qui nel seguito. Una piccola cassa di massa  $m_1 = 2.0$  kg è a contatto con un piano inclinato che forma un angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale; alla cassa 1 è attaccata una fune inestensibile di massa trascurabile, che si mantiene parallela al piano inclinato e quindi passa prima per la gola di una puleggia fissata alla sommità del piano stesso (indicata con A in figura), e quindi per la gola di un'altra puleggia, montata nella configurazione di "carrucola mobile" (indicata con B in figura), cioè non vincolata ma libera di traslare in direzione verticale. L'estremo della fune è attaccata a un soffitto rigido e fisso; all'asse della puleggia che funge da carrucola mobile è attaccata la cassa 2, di massa  $m_2$  **incognita**. Si sa che la fune non slitta sulla gola delle pulegge, che le pulegge hanno massa trascurabile, che **entrambi** i tratti di fune che vanno o vengono alla puleggia B sono verticali e che tutti gli attriti sono **trascurabili**. [Usate il valore  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che  $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.7$  e  $\sin(\pi/6) = 1/2$ ]



a) Quanto vale la massa della cassa 2,  $m_{2EQ}$  affinché il sistema sia in equilibrio (cioè le due casse siano ferme)? [Suggerimento: guardate per bene quali forze agiscono sulla puleggia B]

$m_{2EQ} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ kg}$

b) Immaginate che, a un dato istante, la massa della cassa 2 raddoppi magicamente, diventando  $m_2' = 2m_{2EQ}$ , con  $m_{2EQ}$  calcolato sopra. In conseguenza, si osserva che la cassa 2 comincia a muoversi verso il basso, mentre la cassa 1 risale lungo il piano inclinato. Quanto vale, in modulo, la tensione  $T$  della fune?

$T = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ N}$

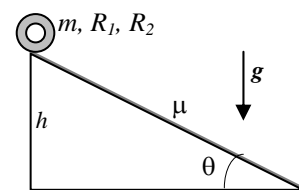
c) Quanto vale l'intervallo di tempo  $\Delta t$  necessario perché la cassa 2 scenda di un tratto  $\Delta h = 0.15$  m partendo dalla posizione di equilibrio, in cui si trovava ferma?

$\Delta t = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ s}$

d) Quanto vale la velocità  $v_2'$  che la cassa 2 possiede nell'istante in cui è scesa del tratto  $\Delta h$  di cui sopra?

$v_2' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ m/s}$

2. Una ruota, modellabile come un cilindro **cavo**, con raggio **esterno**  $R_2 = 20$  cm e raggio **interno**  $R_1 = R_2/2$ , è fatta di materiale **omogeneo** e ha una massa  $m = 1.0$  kg. Questa ruota si trova inizialmente ferma sulla sommità di un piano inclinato, che forma un angolo  $\theta = \pi/6$  rispetto all'orizzontale e ha altezza  $h = 5.0$  m; a un dato istante essa viene lasciata libera di muoversi con velocità iniziale nulla. La superficie del piano inclinato è scabra e presenta un coefficiente di attrito (sia statico che dinamico)  $\mu = 0.40$ . Salvo dove diversamente indicato, supponete che il piano inclinato sia fisso e trascurate altre forme di attrito. [Usate il valore  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che  $\cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$ , con  $3^{1/2} \sim 1.7$  e  $\sin(\pi/6) = 1/2$ ]



a) Determinate il valore del momento di inerzia  $I$  della ruota e discutete per bene, in brutta, se il suo moto è di rotolamento puro o no.

$I = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ kg m}^2$

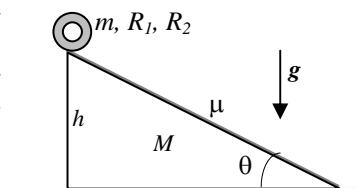
Discussione: .....

b) Quanto vale la velocità angolare  $\omega'$  che la ruota possiede quando giunge alla fine del piano inclinato?

$\omega' = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ rad/s}$

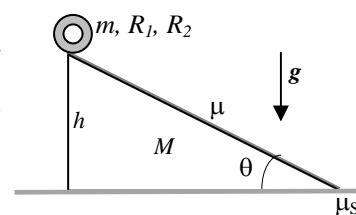
c) Immaginate ora che il piano inclinato sia **libero** di muoversi in direzione orizzontale (l'attrito tra la sua superficie di base e il piano orizzontale su cui appoggia è qui supposto trascurabile). Sapendo che la massa del blocco che costituisce il piano inclinato è  $M = 2m$ , quanto vale la velocità angolare  $\omega''$  della ruota (lasciata libera di scendere sul piano inclinato, come nella domanda precedente) in queste condizioni? [Sia ruota che piano inclinato sono fermi all'inizio; in questo caso imponete tout-court il moto di rotolamento puro per la ruota]

$\omega'' = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ rad/s}$

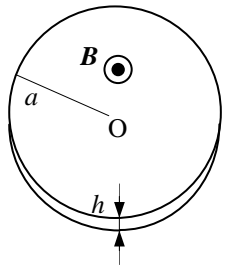


d) Infine immaginate che, invece, ci sia attrito **statico**, con coefficiente  $\mu_s$  **incognito**, tra la superficie di base del piano inclinato e il piano orizzontale di appoggio. Si esegue sempre la stessa operazione di prima, cioè la ruota viene fatta partire da ferma dalla sommità del piano inclinato, lungo il quale discende muovendosi di rotolamento puro. Questa volta la domanda è: quanto deve valere, **al minimo**, il coefficiente di attrito  $\mu_{s,MIN}$  tra superficie di base del piano inclinato e piano orizzontale di appoggio affinché il piano inclinato **non** si muova?

$\mu_{s,MIN} = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots$



3. Un disco omogeneo di raggio  $a = 25$  cm e spessore  $h = 1.0$  cm è fatto di materiale conduttore con resistività  $\rho_C = 1.0 \times 10^{-2}$  ohm m. Il disco si trova fermo e fisso in una regione di spazio in cui insiste un campo magnetico esterno  **$B$  uniforme** su tutta la faccia del disco e diretto ortogonalmente a essa, come rappresentato in figura (“esce dal foglio”). Questo campo magnetico è funzione del tempo: si sa che per  $t < 0$  esso valeva  $B_0 = 5.0 \times 10^{-2}$  T (costante), e che quindi a partire dall’istante  $t = 0$  esso viene spento, diminuendo **linearmente con il tempo** fino ad annullarsi in un intervallo di tempo  $\Delta t = 5.0$  ms.



a) Determinate la funzione  $B(t)$  che stabilisce il valore del modulo di  **$B$**  in funzione del tempo generico  $t$ , limitandovi a considerare l’intervallo  $0 < t < \Delta t$ . [Dovete scrivere una funzione, dunque non usate valori numerici]

$B(t) = \dots\dots\dots$

b) Determinate direzione, verso e modulo del campo elettrico  $E(t)$  indotto dal campo magnetico **in ogni punto** interno al disco, spiegando per bene il ragionamento seguito. [Anche qui limitatevi a considerare l’intervallo  $0 < t < \Delta t$ ; anche qui dovete scrivere una funzione, dunque non usate valori numerici]

Direzione e verso (e spiegazione):  $\dots\dots\dots$

$E(t) = \dots\dots\dots$

c) Quanto vale l’intensità di corrente indotta  $I$  che scorre all’interno del disco?

$I = \dots\dots\dots = \dots\dots$  A

---

**Nota:** l’esito della prova sarà pubblicato sul sito web del docente, <http://www.df.unipi.it/~fuso/dida>, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | (4 caratteri alfanumerici).