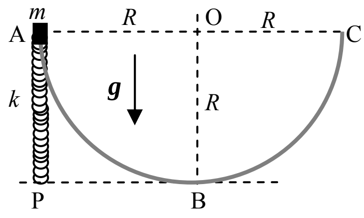
Corso di Laurea Ing. E-A – ESAME DI FISICA GENERALE - 7/9/2015

Nome e cognome: ……………………………………………………………… **Matricola: ……………**

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Un manicotto (**puntiforme**) di massa m = 1.0 kg può muoversi con **attrito trascurabile** su una guida rigida e fissa in cui è infilato. La guida ha la forma di una semicirconferenza di raggio R = 50 cm e si trova su un piano verticale, come rappresentato in figura. Al manicotto è attaccato l'estremo di una molla di massa trascurabile e costante elastica k = 20 N/m, il cui altro estremo è fissato nel punto P di figura. Tale punto si trova all'intersezione tra le tangenti alla semicirconferenza nel punto più alto e nel punto più basso, indicati rispettivamente come A e B in figura. La molla ha lunghezza di riposo **trascurabile** (in pratica, L_0 = 0). Inizialmente il manicotto si trova in quiete nel punto A. A un dato istante esso viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità]

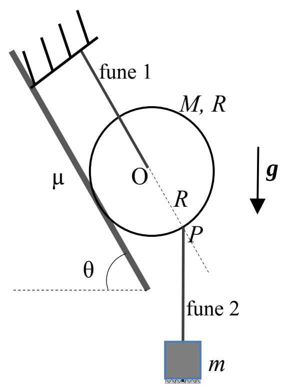


a) Discutete nel modo più chiaro e convincente possibile se il manicotto, nel suo moto, raggiunge, o no, il punto C di figura. [Il punto C è il punto diametralmente opposto rispetto al punto A di partenza]
Discussione: …………………………………….. il manicotto non può raggiungere il punto C. Per dimostrarlo in modo immediato e convincente si deve impiegare la conservazione dell'energia meccanica, che vale in quanto gli attriti sono considerati trascurabili. Si ha dunque: $0 = \Delta E_K + \Delta U$, con $\Delta U = \Delta U_G + \Delta U_{ELA}$ per tenere conto delle due forze conservative (peso e forza elastica) che agiscono sul manicotto (la reazione vincolare non fa ovviamente lavoro e quindi non deve essere considerata). Poiché il manicotto parte da fermo, si ha $\Delta E_K \geq 0$. Inoltre, essendo la quota di arrivo pari a quella di partenza, si ha $\Delta U_G = 0$. Infine, poiché nella posizione finale la lunghezza della molla (che coincide con la sua elongazione, in questo caso) è maggiore che all'inizio, si ha $\Delta U_{ELA} > 0$. La somma di due termini positivi (per la precisione, il termine della variazione di energia cinetica potrebbe anche essere nullo) non può mai annullarsi, per cui il manicotto non può giungere al punto C.

b) Quanto valgono, **in modulo**, la velocità v_B con cui il manicotto **passa**, se ci passa, per il punto più basso della guida (B in figura) e l'accelerazione a_B nello stesso punto? [Ricordate che l'accelerazione, in particolare, è un vettore!]
v_B = …………………………………… ~ ………. m/s $(2gR)^{1/2} \sim$ 3.1 m/s [si usa anche qui la conservazione dell'energia meccanica: $0 = \Delta E_k + \Delta U$. La variazione di energia cinetica è $\Delta E_k = (m/2)v_B^2$. La variazione di energia potenziale dovuta alla forza peso è semplicemente $\Delta U_G = -mgR$, dato che il manicotto abbassa la sua quota di un tratto pari a R . A causa della geometria del problema, in questo processo non c'è variazione di energia potenziale elastica, poiché la molla non cambia la sua lunghezza (ovvero elongazione, essendo la lunghezza di riposo nulla), che è pari a R sia all'inizio che alla fine, per cui $\Delta U_{ELA} = 0$. Da qui la risposta. Notate che il fatto che l'argomento della radice quadrata sia positivo, e che quindi la sua soluzione sia reale, garantisce che il manicotto passi effettivamente per la posizione considerata]
a_B = …………………………………… ~ ………. m/s^2 $(4g^2 + (k/m)^2R^2)^{1/2} \sim$ 22 m/s^2 [come ricordato dalla nota, l'accelerazione è un vettore che, nel punto considerato, ha componente tangenziale e radiale. Il modulo è quindi dato dalla radice della somma dei quadrati di tali componenti, ortogonali fra loro. L'accelerazione radiale, essendo il moto vincolato su una circonferenza, è pari alla accelerazione centripeta, $a_C = v_B^2/R = 2g$, dove nell'ultimo passaggio abbiamo usato la risposta al quesito precedente. L'accelerazione tangenziale è invece dovuta alla forza elastica, che è l'unica ad avere componente in questa direzione. Si ha dunque in modulo: $a_t = (k/m)R$, essendo kR il modulo della forza elastica quando il manicotto passa nel punto B (e la molla ha lunghezza pari a R). Mettendo tutto assieme si ottiene la risposta]

c) Quanto vale, in modulo, la reazione vincolare N_B esercitata dalla guida sul manicotto nell'istante in cui esso **passa** per il punto B?
N_B = …………………………………… = ………. N $3mg$ = 29 N [la reazione vincolare contribuisce, assieme alle altre eventuali forze con componenti radiali (cioè verticali, nella posizione considerata) a produrre l'accelerazione centripeta $a_C = v_B^2/R = 2g$, diretta verso il centro di curvatura della circonferenza, cioè verso l'alto di figura. Tra le altre forze che agiscono sul manicotto, l'unica che ha componenti nella direzione radiale è la forza peso mg , che è diretta verso il basso. Dunque deve essere $a_C = (N_B - mg)/m$, da cui la soluzione. Il segno positivo che esce per N_B indica che la reazione vincolare è diretta verso l'alto di figura]

2. Un cilindro pieno e omogeneo di massa M = 2.0 kg e raggio R = 10 cm è appoggiato su un piano inclinato **scabro** (coefficiente di attrito μ incognito, ma tale da permettere quanto descritto nel testo) che forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale. Al cilindro sono agganciate due funi inestensibili e di massa trascurabile: la fune 1, come rappresentato in figura, ha un estremo vincolato all'asse del cilindro e l'altro a un muretto che sorge sulla sommità del piano inclinato. La fune 2, invece, ha un estremo vincolato al punto P che si trova sulla superficie laterale del cilindro e l'altro estremo attaccato a un blocco di massa $m = M/2$ = 1.0 kg libero di muoversi in direzione verticale. Nella configurazione indicata in figura, dove si osserva come la fune 1 sia parallela al piano inclinato e la congiungente tra l'asse del cilindro e il punto P abbia direzione parallela al piano (mentre la fune 2 è ovviamente diretta verticalmente), il sistema si trova in **equilibrio**. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità; ricordate che $cos(\pi/3)$ = ½ e $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$]



a) Stabilite se la forza di attrito tra cilindro e piano inclinato è diretta verso l'alto o verso il basso del piano, discutendo per bene, in brutta, le motivazioni della vostra risposta.
Discussione: …………………… Viste le condizioni di equilibrio, la forza di attrito deve avere carattere statico (tutto è fermo!). Essa deve dunque opporsi al moto "incipiente" del punto (o generatrice) di contatto tra cilindro e piano. Il verso della forza di attrito si può stabilire in maniera immediata andando a vedere in quale verso si muoverebbe il punto di contatto se l'attrito non ci fosse. Si vede che l'unico movimento possibile sarebbe quello di rotazione dovuto alla tensione della fune 2. Questo movimento avrebbe verso orario, cioè il punto (o generatrice) di contatto del cilindro tenderebbe a muoversi **verso l'alto** del piano inclinato. Pertanto la forza di attrito deve essere diretta **verso il basso** del piano inclinato.

b) Quanto valgono, nelle condizioni appena descritte, i moduli della forza di attrito F_A che il piano inclinato esercita sul cilindro e della tensione T_1 della fune 1 sul cilindro?
F_A = ……………………….. = ……….. N $(Mg\cos\theta)/2$ = 4.9 N [il cilindro è in equilibrio, dunque su di esso deve essere nulla sia l'accelerazione del centro di massa che l'accelerazione angolare rispetto a un qualche polo. Cominciamo con l'esaminare quest'ultima, scegliendo come polo il punto O (asse del cilindro – in ogni caso la scelta del polo non modifica i risultati vista la situazione di equilibrio). Rispetto a tale

polo si vede subito che la tensione $\boldsymbol{T_1}$, la forza peso del cilindro e la reazione vincolare del piano inclinato non generano momento, essendo nullo il loro braccio. Invece la forza di attrito e la tensione $\boldsymbol{T_2}$ (quella della fune 2!) fanno momento. Il braccio della forza di attrito, che è sicuramente parallela al piano inclinato, è R. Il braccio della tensione della fune 2, cioè la distanza tra il polo e la direzione della tensione, si calcola agevolmente con la trigonometria e risulta pari a $R\cos\theta$. Inoltre, essendo il cilindro in equilibrio, anche il blocco è in equilibrio e dunque la tensione della fune 2 ha modulo $mg = Mg/2$. Allora i due momenti hanno modulo rispettivamente $F_A R$ e $Mg(R/2)\cos\theta$. Poiché deve esserci equilibrio, è evidente che le componenti assiali di tali momenti devono avere verso opposto. Questo significa che i due momenti devono tendere a far ruotare il cilindro in versi opposti, come effettivamente si verifica se l'attrito è diretto verso il basso. Da qui la soluzione]

T_1 = ……………………….. ~ ……….. N $(Mg/2)(\cos\theta + 3\sin\theta) \sim 30$ N [per rispondere a questa domanda occorre considerare l'equilibrio traslazionale del centro di massa del cilindro. Data la presenza del vincolo costituito dal piano inclinato, che permette il movimento solo lungo la sua direzione, l'equilibrio deve essere cercato lungo la direzione del piano inclinato. Facciamo riferimento a un asse diretto come il piano e orientato verso il basso. Tutte le forze che agiscono sul cilindro come citate prima, eccetto la reazione vincolare, hanno componenti in tale direzione. Per l'equilibrio deve essere: $0 = -T_1 + F_A + (Mg+T_2)\sin\theta$, dove abbiamo notato che la forza di attrito è orientata verso il basso del piano (vedi sopra) e le forze peso del cilindro e tensione della fune 2 hanno entrambi componenti che puntano verso il basso e che si ottengono moltiplicando per $\sin\theta$. Usando l'espressione di F_A determinata sopra e osservando ancora che all'equilibrio $T_2 = mg = Mg/2$ si ottiene la soluzione]

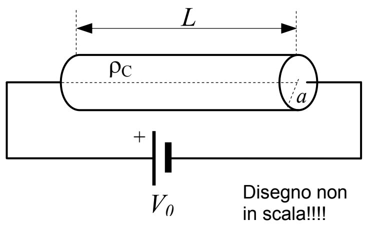
c) Supponete che, a un dato istante, la fune 1 venga tagliata. Di conseguenza si osserva che sia il cilindro che il blocco cominciano a muoversi. Scrivete (meglio che potete!) le equazioni del moto rilevanti per il problema nell'istante immediatamente successivo al taglio della fune 1, cioè le espressioni per l'accelerazione di traslazione del centro di massa del cilindro, a_{CM} , per l'accelerazione angolare del cilindro attorno al suo asse, α , e per l'accelerazione (in direzione verticale) del blocco, a_2 . **Per questa risposta**, considerate che la forza di attrito sia diretta verso l'alto del piano inclinato. [**Non** usate valori numerici, ma indicate le forze rilevanti attraverso i loro simboli. Notate che non si richiede di risolvere il sistema delle equazioni del moto, cosa piuttosto complicata, ma solo di scriverle. Pertanto è irrilevante sapere se il moto del cilindro è di rotolamento puro, o no]

a_{CM} =……………………….. $(g + T_2/M)\sin\theta - F_A/M$ [la traslazione del centro di massa, che avviene in direzione del piano inclinato, dipende dalle forze applicate al cilindro che hanno componente orizzontale. Queste forze sono la componente orizzontale del peso Mg , quella della tensione T_2 (che non è più pari a mg!!) e la forza di attrito. La soluzione è scritta rispetto a un asse orientato verso il basso del piano inclinato]

α =……………………….. $2(F_A+T_2\cos\theta)/(MR)$ [la rotazione è dovuta alle sole forze che fanno momento, cioè l'attrito e la tensione T_2 . Entrambi queste forze producono momenti che tendono a far ruotare il cilindro in senso orario, che prendiamo convenzionalmente come positivo. Per quanto riguarda i bracci, l'attrito ha braccio R , mentre la tensione della fune 2 ha braccio $R\cos\theta$ come nella risposta al quesito precedente. Infatti subito dopo il taglio della fune il cilindro non si è praticamente mosso dalla posizione di equilibrio, per cui la geometria è la stessa del quesito precedente. Si ha quindi $\alpha = (F_A R+T_2 R\cos\theta)/I$, con $I = MR^2/2$ (cilindro pieno omogeneo)]

a_2 =……………………….. $g-T_2/m = g-2T_2/M$ [il blocco si muove in direzione verticale (almeno inizialmente questa è l'unica direzione di moto) per effetto della sua forza peso mg e della tensione della fune T_2 . Queste due forze sono dirette in verso opposto e la risposta suppone di usare un asse orientato verso il basso, in modo che questa accelerazione sia positiva quando anche le altre due accelerazioni rilevanti sono positive. Da qui la risposta]

3. Avete un lungo cilindro di materiale omogeneo debolmente conduttore. La resistività del materiale è $\rho_C = 1.0\times10^{-3}$ ohm m, il suo raggio è a = 1.0 cm e la sua lunghezza è L = 1.0 m. Sulle superfici di base sono applicati due "elettrodi" di materiale ottimo conduttore, che sono collegati ai poli di un generatore ideale di differenza di potenziale V_0 = 50 V come rappresentato in figura. In questo modo nel cilindro scorre una corrente elettrica. Nella soluzione supponete che le condizioni siano stazionarie e che il campo elettrico all'interno del cilindro sia uniforme. [Usate $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ Tm/A per la permeabilità magnetica del materiale di cui è fatto il cilindro]



a) Quanto vale, in modulo, la **densità di corrente** j all'interno del cilindro? [Se, avendo studiato poco, non vi ricordate cosa è questa grandezza, osservate l'unità di misura…]

j = ………………………………… = ……….. A/m^2 $V_0/(\rho_C L) = 5.0\times10^4$ A/m^2 [la densità di corrente è quella grandezza vettoriale tale che il suo flusso è pari alla intensità di corrente. Ci sono due modi equivalenti per rispondere alla domanda, che sviluppiamo entrambi perché possono essere utili a dare le risposte ai quesiti successivi. Nel primo si parte dall'intensità di corrente I che fluisce nel cilindro. Essa è pari a V_0/R , con $R = \rho_C L/(\pi a^2)$, visto che il campo elettrico è uniforme (cioè si tratta delle stesse condizioni che si verificano per un filo di materiale conduttore, e il cilindro è in effetti un pezzo di filo che ha spessore non trascurabile!). Inoltre, per l'omogeneità del materiale e l'uniformità del campo elettrico, anche $\boldsymbol{j}$ è uniforme, per cui $I = (\pi a^2)j$. Si ottiene allora $j = V_0/(\rho_C L)$. L'altro modo (si ripete, equivalente!) consiste nel partire dall'espressione del campo elettrico $E = V_0/L$ che, nelle condizioni (di simmetria piana!) considerate, è presente in condizioni stazionarie all'interno del cilindro. Ricordando che è $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{E}/\rho_C$ si ottiene la stessa soluzione]

b) Quanto vale, in modulo, il campo magnetico B_1 che si misura in un punto collocato all'**interno del cilindro**, a distanza $r_1 = a/2$ = 5.0 mm dal suo asse? [Spiegate per bene, in brutta, il procedimento usato]

B_1 = ………………………………… = ……….. T $\mu_0 j r_1/2 = \mu_0 j a/4 = \mu_0 V_0 a/(4\rho_C L) = 7.9\times10^{-5}$ T [visto che il cilindro è molto lungo, possiamo supporre che esso abbia la stessa "simmetria" di un lungo filo rettilineo percorso da corrente. In queste condizioni le linee di campo sono circonferenze coassiali con l'asse del filo, ovvero del cilindro. Si può quindi applicare il teorema di Ampere, che stabilisce che la circuitazione del campo (ovviamente da fare su una circonferenza coassiale con l'asse del cilindro e di raggio pari a r_1) è proporzionale alla corrente **concatenata** con il percorso di circuitazione. La corrente concatenata non è tutta quella che viene erogata dal generatore, ma solo quella parte che attraversa il cerchio di raggio r_2 . Avendo espresso prima la densità di corrente, la corrente concatenata si può facilmente ottenere come flusso di $\boldsymbol{j}$ attraverso il cerchio considerato, che, per l'omogeneità/uniformità del problema, è pari a $j\pi r_1^2$. D'altra parte la circuitazione che compare al primo membro si esprime come $B_1 2\pi r_1$. Mettendo tutto insieme e considerando anche la permeabilità magnetica si ottiene la risposta]

c) Quanto vale la potenza P erogata dal generatore? [Dovete determinarne **anche il valore numerico**, non basta una generica espressione!]

P = ………………………………… = ……….. W $V_0^2\pi a^2/(\rho_C L) = 7.9\times10^2$ W [la potenza erogata da generatore è pari a quella "dissipata" per effetto Joule dal cilindro, che si può esprimere come V_0^2/R . In questa espressione R è la resistenza del cilindro determinata sopra, che si esprime come $R = \rho_C L/(\pi a^2)$. Da qui la soluzione]