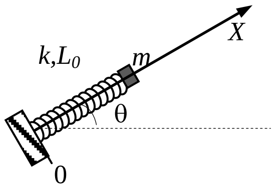
Corso di Laurea Ing. E-A – ESAME DI FISICA GENERALE – 6/6/2017

Nome e cognome: ……………………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Un manicotto (puntiforme!) di massa m = 0.40 kg può scorrere **con attrito trascurabile** lungo una guida rigida e fissa (un tondino) disposta lungo una direzione che forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale. Il manicotto è attaccato all'estremità di una molla di massa trascurabile, costante elastica k = 9.8 N/m e lunghezza di riposo L_0 = 80 cm, il cui altro estremo è inchiodato alla base della guida (vedi figura), in corrispondenza dell'origine di un asse X parallelo alla guida (e all'asse della molla) orientato verso l'alto. [Usate g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/6) = ½$ e $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$]



   a) Qual è la posizione di equilibrio x_{EQ} del manicotto? [**Dovete** esprimerla rispetto all'asse X di figura]

   x_{EQ} = …………………………………… = ………... m L_0-$mgsin\theta/k$ = 0.60 m   [la posizione di equilibrio è quella in cui annullano le componenti delle forze nella direzione X (il tondino provvede ad annullare quelle in direzione ortogonale), che è l'unica in cui può avvenire il moto. Tali forze sono la componente della forza peso $-mg\ sin\theta$, dove il segno negativo tiene in debito conto il verso di tale forza, e la forza elastica $-k(x-L_0)$. Uguagliando a zero la somma algebrica dei due termini si trova la risposta]

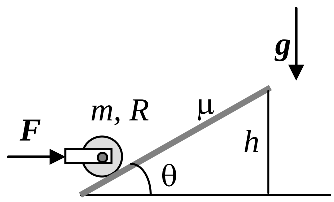
   b) Supponete ora che il manicotto venga spostato da una qualche causa esterna (una manina) nella posizione $x_0 = L_0$ e che da qui esso venga lasciato libero di muoversi senza impartirgli alcuna velocità iniziale. Nel suo movimento, il manicotto si arresterà istantaneamente in una posizione di minima distanza dal muretto, posizione che corrisponde alla coordinata x_{MIN} (rispetto all'asse X di figura). Quanto vale x_{MIN} ?

   x_{MIN} = …………………………………… = ……….. m L_0-mg/k = 0.40 m   [ci sono due modi per rispondere alla domanda. Il primo, più lungo, si basa sulla conservazione dell'energia meccanica, che si applica data l'assenza di attriti. Deve essere $0 = \Delta E_K+\Delta U$. Se si considera come situazione iniziale quella in cui il manicotto viene lasciato partire e come situazione finale quella in cui il manicotto raggiunge x_{MIN} , si ha $\Delta E_K = 0$. Infatti la velocità è nulla sia all'inizio (lo specifica il testo) che alla fine (in x_{MIN} il manicotto si ferma istantaneamente, per cambiare subito dopo il verso del suo moto). La variazione di energia potenziale, che quindi complessivamente deve fare zero, è data dalla somma di due termini, legati rispettivamente alla forza elastica e alla forza peso, entrambi conservative. Ricordando che l'energia elastica si esprime come $U_{ELA} = (k/2)\ \Delta L^2$, con ΔL compressione o estensione della molla, si ha $U_{ELA,IN} = (k/2)(x_0-L_0)^2$ e $U_{ELA,FIN} = (k/2)(x_{MIN}-L_0)^2$, per cui $\Delta U_{ELA} = (k/2)(\ (x_{MIN}-L_0)^2 - (x_0-L_0)^2)$. Inoltre il manicotto subisce una variazione di quota, per cui esiste anche una variazione di energia potenziale dovuta alla forza peso che va sommata alla precedente. Poiché lo spostamento lungo l'asse X è (x_0-x_{MIN}) , si ha una variazione di quota $\Delta h = (x_0-x_{MIN})\ sin\theta = (x_0-x_{MIN})/2$, dove abbiamo esplicitato il valore di $sin\theta$. Si ha quindi $\Delta U_G = mg(x_0-x_{MIN})/2$. Allora deve essere $0 = \Delta U_{ELA} + \Delta U_G = (k/2)(\ (x_{MIN}-L_0)^2 - (x_0-L_0)^2) + mg(x_0-x_{MIN})/2$. Ponendo $x_0 = L_0$ e risolvendo si ottiene la soluzione. Alla stessa soluzione si arriva molto più rapidamente osservando che il moto del manicotto è quello di un'oscillazione armonica attorno alla posizione di equilibrio x_{EQ} . Poiché il manicotto viene fatto partire da fermo da una posizione che si trova "oltre" quella di equilibrio, esso si arresterà istantaneamente quando si troverà in una posizione "al di sotto" di quella di equilibrio, distante da questa (in valore assoluto) quanto distava la posizione iniziale. In altre parole, deve essere $x_{MIN} = x_{EQ} - (x_0 - x_{EQ}) = 2x_{EQ} - x_0$, che conduce in un sol balzo alla stessa risposta]

   c) Quanto vale l'accelerazione a' del manicotto quando esso si arresta istantaneamente alla coordinata x_{MIN} ?

   a' = …………………………………… = ……….. m/s^2 $g/2$ = 4.9 m/s^2 [le forze di componente X che agiscono sul manicotto sono quelle citate nella risposta al punto a). Dunque nell'istante considerato si ha $F' = -mg\ sin\theta - k(x_{MIN} - L_0) = -mg/2 - k(-mg/k) = mg/2$, da cui la risposta]

2. Un rullo, costituito da un cilindro pieno **omogeneo** di massa m = 1.0 kg e raggio R = 10 cm, sale lungo un piano inclinato **scabro**, la cui superficie presenta un coefficiente di attrito statico μ = 0.60, sotto l'azione di una forza uniforme e costante $\boldsymbol{F}$ orizzontale applicata all'asse del cilindro tramite un giogo di massa trascurabile, come rappresentato in figura. Il modulo di questa forza vale F = 20 N, il piano inclinato forma un angolo $\theta = \pi/6$ rispetto all'orizzontale e ha altezza h = 4.1 m. Il rullo parte da fermo dalla base del piano inclinato. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per il modulo dell'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/6) = 1/2$ e $cos(\pi/6) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$; considerate trascurabile l'attrito dovuto alla rotazione del cilindro attorno al proprio asse]



   a) Quanto vale il modulo della reazione vincolare N che il piano inclinato esercita sul rullo?

   N = …………………………………… ~ ……….. N $F\ sin\theta + mgcos\theta \sim 18$ N   [sul rullo, ovvero sul cilindro (il giogo ha massa trascurabile e non partecipa alla dinamica del sistema) agiscono le seguenti forze: $\boldsymbol{F}$, la forza peso $m\boldsymbol{g}$, la reazione vincolare $\boldsymbol{N}$ e la forza di attrito $\boldsymbol{F_A}$. L'attrito, essendo generato al contatto tra rullo e piano inclinato e dovendosi opporre al moto (o moto incipiente) del punto, o generatrice, di contatto, deve avere direzione parallela al piano inclinato. La reazione vincolare serve a impedire che il cilindro penetri nel piano inclinato, cioè a garantire equilibrio nella direzione ortogonale al piano inclinato stesso. Considerando un asse ortogonale al piano inclinato e diretto "verso l'alto", la condizione di equilibrio si scrive: $0 = N - mg\ cos\theta - F\ sin\theta$, dove abbiamo notato che sia la forza $\boldsymbol{F}$ che il peso hanno componenti in questa direzione (orientati in verso opposto rispetto a quello stabilito come positivo), mentre la forza di attrito non ne ha affatto. Da qui la soluzione]

   b) Dimostrate, discutendo per benino in brutta, che il moto del rullo nelle condizioni descritte è di rotolamento puro e determinate il modulo della forza di attrito F_A al contatto tra piano inclinato e rullo.

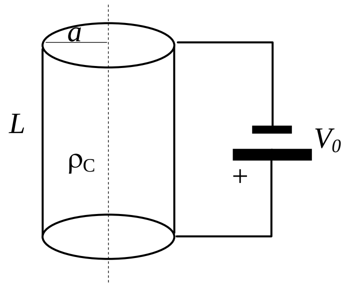
   Discussione: ……………………………………   Il rullo è un corpo rigido esteso che può ruotare e traslare, per cui è necessario tenere conto delle equazioni del moto traslazionale (per il centro di massa) e rotazionale (con polo nel centro di massa). Scegliendo un asse diretto come il piano inclinato e orientato verso l'alto, l'equazione del moto traslazionale si scrive $a_{CM} = (Fcos\theta - mgsin\theta - F_A)/m$, dove abbiamo notato che la forza di attrito, essendo opposta al moto, o moto incipiente, del punto, o generatrice, di contatto, punta verso la base del piano inclinato, e quindi compare con un segno negativo a moltiplicare il suo modulo. Per la rotazione, delle forze che agiscono sul rullo l'unica a non avere braccio nullo rispetto al polo considerato (il centro di massa del cilindro) è la forza di attrito, per cui $\alpha = F_AR/I = 2F_A/(mR)$, dove abbiamo usato il momento di inerzia per il cilindro pieno e omogeneo, $I = mR^2/2$. Supponendo che il moto sia di rotolamento puro, si ha una terza equazione di natura cinematica, $\alpha = a_{CM}/R$, che permette di risolvere il sistema (tre equazioni e tre incognite). Risolvendo per F_A si ottiene $F_A = (Fcos\theta - mgsin\theta)/3$. Questa forza di attrito, che, nel caso di rotolamento puro che si sta supponendo deve avere carattere statico, deve essere compatibile con il contatto tra rullo e piano inclinato, cioè deve essere $F_A = (Fcos\theta - mgsin\theta)/3 \leq \mu N = \mu(mg\ cos\theta + F\ sin\theta)$, dove abbiamo usato il risultato del punto precedente. La disequazione si traduce in una condizione sul coefficiente di attrito: $\mu \geq (Fcos\theta - mgsin\theta)/(3(mg\ cos\theta + F\ sin\theta))$. Inserendo i valori numerici si vede che la condizione è ampiamente verificata, e quindi il moto è effettivamente di rotolamento puro.

   F_A = …………………………………… ~ ……….. N $(F\ cos\theta - mgsin\theta)/3 \sim 4.1$ N   [vedi sopra]

   c) Quanto vale l'intervallo di tempo Δt necessario perché il cilindro, partendo da fermo dalla base del piano inclinato, ne raggiunga la sommità?

   Δt = …………………………………… ~ ……….. s $(hm/(F_Asin\theta))^{1/2} \sim 1.4$ s   [da quanto determinato al punto sopra si ottiene $a_{CM} = F_AR^2/I = 2F_A/m$. Il moto del centro di massa è uniformemente accelerato e la legge oraria recita $L = h/sin\theta = (a_{CM}/2)\Delta t^2$, da cui la soluzione]

3. Un cilindro di materiale conduttore con resistività $\rho_C = 2.5\text{x}10^3$ ohm m è connesso elettricamente a due elettrodi montati sulle facce inferiori e superiori collegati a un generatore ideale di differenza di potenziale $V_0 = 5.0\text{x}10^2$ V , come in figura. Il cilindro, che è **omogeneo**, ha raggio a = 5.0 cm e lunghezza L = 50 cm e le condizioni considerate nel problema sono stazionarie. Supponete che all'interno del cilindro scorra una corrente **uniforme**, in accordo con l'omogeneità del sistema.



a) Quanto vale la potenza P erogata dal generatore?

P = ………………………………= ……… W $V_0^2\pi a^2/(\rho_C L)$ = 1.6 W [all'interno del cilindro scorre una corrente, che, come suggerito dal testo, è distribuita uniformemente. Tale corrente scorre ovviamente in direzione assiale. Essa può essere valutata considerando la resistenza R del cilindro che, vista l'omogeneità del sistema, si scrive semplicemente come $R = \rho_C L/(\pi a^2)$. A questo punto la potenza può essere espressa come $P = V_0^2/R$, da cui la soluzione]

b) Che direzione, verso e modulo ha il campo magnetico $\boldsymbol{B}(r)$ che si misura **all'esterno** del cilindro a una data distanza r dall'asse, con $r > a$? [Per determinare il verso fate riferimento alla figura; per il modulo, notate che dovete scrivere una **funzione** di r, distanza dall'asse, e quindi non usate valori numerici ma servitevi dei simboli dati nel testo; usate μ_0 per indicare la permeabilità magnetica]

Direzione e verso: …………………………………… .Nel cilindro scorre una corrente elettrica in direzione assiale. Questa corrente genera un campo magnetico di direzione **tangenziale** e verso dato dalla regola della mano destra (versione ciao ciao). Rispetto alla figura la corrente va verso l'alto e dunque in una vista "dall'alto" il campo ha verso antiorario.

$B(r)$= …………………………………… $\mu_0 I/(2\pi r) = \mu_0 V_0\, a^2/(2\rho_C L r)$ [per il teorema di Ampere la circuitazione di $\boldsymbol{B}$, fatta lungo una circonferenza coassiale con il cilindro, e dunque di modulo $2\pi r B(r)$, deve essere uguale alla corrente concatenata (moltiplicata per μ_0), che cioè attraversa la sezione delimitata dalla circonferenza di circuitazione. Se la circonferenza di circuitazione ha raggio $r > a$ tutta la corrente che scorre nel cilindro è concatenata, per cui si ha $2\pi r B(r) = \mu_0 I = \mu_0 V_0/R$, con R determinato nella risposta precedente. Sostituendo si ottiene la soluzione]

c) Come si scrive il modulo $B(r)$ che si misura **all'interno** del cilindro, cioè a una data distanza r dall'asse con $0 < r < a$? [Anche qui dovete scrivere una **funzione** di r per cui valgono le avvertenze date sopra]

$B(r)$= …………………………………… $\mu_0 V_0\, r/(2\rho_C L)$ [anche in questo caso si applica il teorema di Ampere per cui la circuitazione di $\boldsymbol{B}$, fatta lungo una circonferenza coassiale con il cilindro, e dunque di modulo $2\pi r B(r)$, deve essere uguale alla corrente concatenata (moltiplicata per μ_0). Stavolta, però, la corrente concatenata non è tutta la $I = V_0/R$ citata prima, ma quella frazione che attraversa la sezione delimitata dalla circonferenza di raggio r usata per la circuitazione. Per trovare l'espressione è sufficiente fare una proporzione: $I_{CONC}/I = r^2/a^2$, dove i quadrati servono per tenere conto che la corrente scorre attraverso superfici circolari, di area proporzionale al quadrato del raggio. Da qui la soluzione]