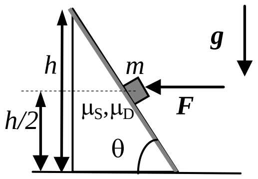
Corso di Laurea Ing. E-A – ESAME DI FISICA GENERALE – 8/9/2017

Nome e cognome: …………………………………………………………… Matricola: ……………

Istruzioni: ***riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.*** *Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione*

1. Una piccola cassa di massa m = 2.0 kg è appoggiata su un piano inclinato di altezza h = 0.80 m che forma un angolo $\theta = \pi/3$ rispetto all'orizzontale (il piano è rigido, indeformabile e fisso nello spazio). Sulla cassa agisce una forza esterna $\boldsymbol{F}$ applicata in direzione orizzontale, come in figura, il cui modulo è $F = 1.0\times10^2$ N. Il piano inclinato è scabro e presenta coefficienti di attrito **statico** $\mu_S = 0.50$ e di attrito **dinamico** $\mu_D = \mu_S/2$. [Considerate la cassa come un oggetto puntiforme, usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = 1/2$]



a) Si osserva che, nelle condizioni descritte, la cassa si trova ferma in equilibrio. Quanto vale, in modulo, la forza di attrito F_A al contatto tra cassa e piano? [Siete invitati a pensare per bene alla situazione descritta!]

F = …………………………………… = ... N $|mgsin\theta - Fcos\theta| = 33$ N [la forza di attrito, che evidentemente ha carattere statico essendo tutto fermo, impedisce il moto della cassa lungo il piano inclinato. Dunque in tale direzione deve sussistere equilibrio, ovvero le componenti delle forze in tale direzione devono equilibrarsi. Supponendo di prendere un riferimento parallelo al piano e diretto verso l'alto, le componenti delle forze sono: la forza peso, con componente $-mg\ sin\theta$, la forza esterna, con componente $Fcos\theta$, e la forza di attrito F_A , che ovviamente ha solo componente nella direzione considerata. Per l'equilibrio deve dunque essere $0 = F_A - mg\ sin\theta + Fcos\theta$, da cui la soluzione. Notate che il segno negativo che si ottiene per F_A , irrilevante ai fini del calcolo del modulo della forza, significa che la forza di attrito è diretta verso il basso. A questo punto è operazione altamente raccomandabile verificare che la situazione descritta sia effettivamente realizzabile nella realtà. A questo scopo occorre verificare, per i moduli, che la forza di attrito generata al contatto sia quantitativamente sufficiente per tenere ferma la cassa, ovvero che sia $F_A \le F_{A,max} = \mu_S|N| = \mu_S(mgcos\theta+Fsin\theta)$, dove per il calcolo del modulo della reazione vincolare che il piano inclinato esercita sulla cassa abbiamo proiettato le forze rilevanti (cioè con componenti non nulle) nella direzione ortogonale al piano inclinato. Poiché la relazione è numericamente verificata, allora l'equilibrio può effettivamente aveer luogo]

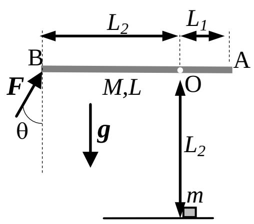
b) Per magia, a un dato istante la forza F quintuplica, cioè assume modulo $F' = 5.0\times10^2$ N . Sotto l'azione di questa forza quintuplicata, la cassa prende a muoversi verso la sommità del piano inclinato. Supponendo che essa parta da una posizione corrispondente a "mezza altezza" (vedi figura, dove la cassa si trova alla quota $h/2$ rispetto alla base del piano), quanto vale il lavoro $L_{F'}$ **esercitato dalla sola forza esterna** di modulo F' sulla cassa quando essa ha raggiunto la sommità del piano inclinato? [Si intende che la forza di modulo F' resta costante e costantemente applicata alla cassa per l'intero processo considerato di risalita del piano inclinato]

$L_{F'}$ = …………………………………… ~ ……… J $F'h/(2tg\theta) \sim 1.2\times10^2$ J [poiché la forza è costante, il lavoro può essere determinato dal prodotto tra modulo della forza e spostamento **nella direzione** della forza. Tale spostamento è quello che la cassa fa in direzione orizzontale quando passa dalla posizione iniziale (a "mezza altezza") a quella finale (la sommità del piano inclinato) e per la trigonometria vale $(h/2)/tg\theta$, da cui la soluzione]

c) Quanto vale il lavoro della forza di attrito L_{FA} sviluppato nello stesso processo (la salita della cassa da "mezza altezza" alla sommità del piano inclinato)?

L_{FA} = …………………………………… ~ ……… J $\mu_D(h/2)(mg/tg\theta+F') \sim 53$ J [poiché anche la forza di attrito, che in questo caso è ovviamente **dinamica**, è costante, il lavoro può anche in questo caso essere determinato dal prodotto tra modulo della forza e spostamento **nella direzione** della forza. La forza di attrito è antiparallela allo spostamento sul piano inclinato, cosa che determina la presenza di un segno negativo nell'espressione. Lo spostamento sul piano è, dalla trigonometria, pari a $(h/2)/sin\theta$, mentre il modulo della forza di attrito vale $F_A = \mu_D|N| = \mu_D(mgcos\theta+F'sin\theta)$, da cui la soluzione]

2. Un'asta sottile omogenea, di lunghezza L = 24 cm e massa M = 1.8 kg, è imperniata nel punto O , che dista $L_1 = L/4$ da un suo estremo (indicato con A in figura), in modo da poter ruotare con attrito trascurabile su un piano verticale. Inizialmente l'asta è mantenuta in direzione orizzontale, come rappresentato in figura, da una forza esterna $\boldsymbol{F}$, di modulo incognito e direzione come in figura (l'angolo rispetto alla verticale è $\theta = \pi/3$), applicata all'estremo dell'asta indicato con B in figura. [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità e ricordate che $sin(\pi/3) = 3^{1/2}/2$, con $3^{1/2} \sim 1.73$ e $cos(\pi/3) = 1/2$]



a) Quanto vale il modulo della forza F ?

F = …………………………………… = ……… N $2Mg/3 = 12$ N [la condizione di equilibrio rotazionale impone che la somma complessiva dei momenti delle forze rispetto a un polo, che prendiamo in O , sia nulla. Le uniche forze che fanno momento rispetto a questo polo sono il peso, applicato al centro di massa dell'asta, che tende a farla ruotare nel verso orario di figura, e la forza esterna $\boldsymbol{F}$, applicata in B e che tende a farla ruotare in senso antiorario. Per l'equilibrio è sufficiente uguagliare i moduli dei due momenti di forza, che sono dati dal prodotto dei moduli delle forze, rispettivamente Mg e F , per i rispettivi bracci. Tenendo conto che la forza peso è verticale e che il centro di massa si trova a metà della lunghezza dell'asta, il braccio della forza peso è $L/4$. Il braccio della forza esterna, invece, si ottiene facilmente ricordando che, dal pnto di vista geometrico, esso è dato dalla distanza tra il polo e la retta di applicazione della forza. Semplici considerazioni trigonometriche portano a individuare in $L_2cos\theta = 3L\ cos\theta\ /4 = 3L/8$ tale braccio. Deve quindi essere $MgL/4 = 3FL/8$, da cui la soluzione]

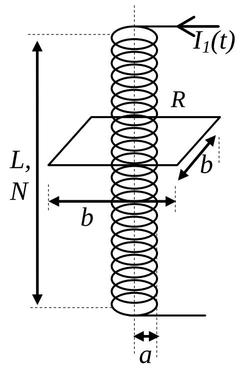
b) Ad un dato istante la forza $\boldsymbol{F}$ viene improvvisamente rimossa: l'asta comincia allora a ruotare in verso antiorario (rispetto alla figura) partendo da ferma. Quando si trova in direzione verticale, il suo estremo B urta in modo **completamente anelastico** un oggetto puntiforme di massa $m = M/9 = 0.20$ kg , che si trovava inizialmente fermo a distanza L_2 "sotto" il punto O . Quanto vale la velocità angolare ω_0 che l'asta possiede quando si trova in direzione verticale, cioè **subito prima** dell'urto con l'oggetto puntiforme? [Ricordate che la rotazione dell'asta avviene con attrito trascurabile!]

ω_0 = …………………………………… ~ ……… rad/s $(MgL/(2I))^{1/2} = (24g/(7L))^{1/2} \sim 12$ rad/s [si conserva l'energia meccanica, per cui $\Delta E_K=(I/2)\omega_0^2=-\Delta U_G = Mg(L_2-L/2) = MgL/4$, dove si è tenuto conto del fatto che l'energia potenziale gravitazionale varia a causa della variazione di quota del centro di massa dell'asta, il quale scende verso il basso per un tratto $L/4$. Il momento di inerzia dell'asta per una rotaziona ttorno al polo O può essere calcolato usando il teorema degli assi paralleli, $I = I_{CM} + MD^2$, con $I_{CM} = ML^2/12$ e $D = L/4$ (distanza tra un ipotetico asse che passa per il CM e quello che passa in O), ottenendo $I = 7ML^2/48$, da cui la soluzione]

c) Quanto vale la velocità angolare ω dell'asta **subito dopo** l'urto con l'oggetto puntiforme (che rimane "agganciato" all'estremo B , vista la natura anelastica dell'urto)?

ω = …………………………………… ~ …….. rad/s $7\omega_0/10 = (42g/(25L))^{1/2} \sim 8.3$ rad/s [l'urto è dichiarato anelastico, per cui non si conserva l'energia cinetica totale del sistema. Inoltre non si conserva neanche la quantità di moto totale, poiché sul perno possono agire (agiscono!) delle forze impulsive esterne. Poiché tali forze impulsive hanno braccio nullo rispetto al polo O , si conserva il momento angolare totale del sistema. Subito prima dell'urto esso è dato da $I\omega_0$; subito dopo l'urto il momento di inerzia dell'asta cambia per la presenza della massa *m* all'estremo B, e il momento angolare è dato da $I'\omega$. Per il calcolo di I' si può notare che esso è espresso come somma del momento di inerzia *I* già determinato e del momento di inerzia della massa puntiforme *m* che si trova a distanza $3L/4$ dal polo. Si ha quindi $I' = I + 9mL^2/16 = ML^2(7/48+(9/16)/9) = 5ML^2/24$, dove abbiamo esplicitato il rapporto tra le masse dato nel testo. Mettendo tutto assieme si ottiene la soluzione]

3. Un solenoide di lunghezza L = 1.0 m e raggio a = 2.0 cm (dunque con $a<<L$, per cui si può ritenere che esso sia così "lungo" da comportarsi in modo "ideale"), composto da N = 1000 spire, è collegato a un generatore che eroga una corrente di intensità $I_1(t)$ variabile nel tempo. In particolare si sa che la corrente è nulla per $t < t_0 = 0$, e quindi **aumenta linearmente nel tempo** fino al valore I_0 = 50 A all'istante t' = 1.0x10^{-4} s , per poi rimanere costante. Come mostrato in figura (non in scala!), il solenoide attraversa la superficie di una spira quadrata di lato b = 10 cm fatta di filo conduttore dotato di una resistenza complessiva R = 10 ohm. Il piano su cui giace la spira è ortogonale all'asse del solenoide e solenoide e spira sono concentrici/coassiali tra loro. [Usate $\mu_0 = 4\pi$x10^{-7} T A/m per la costante di permittività magnetica del vuoto]



Disegno non in scala!!!

a) Scrivete esplicitamente la funzione $I_1(t)$ per l'intervallo di tempo $0 < t < t'$. [Dovete scrivere una funzione del tempo t , quindi **non** usate valori numerici ma riferitevi ai vari parametri usando i simboli impiegati nel testo]
$I_1(t)$ = ………………………….. I_0t/t' [la funzione deve avere l'espressione di una retta $I_1(t) = mt + q$. Questa retta deve passare per l'origine ($I_1(t) = 0$ per $t = 0$) e per il punto di coordinate $t = t'$ e $I_1(t') = I_0$. Risolvendo il sistema per le "incognite" *m* e *q* si trova facilmente l'espressione in soluzione]

b) Quanto vale la corrente I_2 che circola nella spira quadrata? [La risposta deve essere riferita all'intervallo di tempo $0 < t < t'$]
I_2 = ………………………….. = ……… A $(\pi a^2\mu_0 N/L)I_0/(Rt')$ = 7.9x10^{-2} A [secondo la legge di Faraday, la forza elettromotrice indotta nella spira si trova come $fem = -d\Phi(\mathbf{B})/dt$, dove $\Phi(\mathbf{B})$ rappresenta il flusso di campo magnetico (prodotto dal solenoide) che attraversa la spira. Vista la geometria del sistema e considerando che il solenoide si comporta in modo "ideale" (dunque produce un campo magnetico uniforme diretto assialmente all'interno e **nullo** all'esterno) è $\Phi(\mathbf{B}) = B\pi a^2$ (fate attenzione che in questa espressione deve comparire la superficie del solenoide, non quella della spira, dato che in un solenoide "ideale" il campo è nullo fuori dal solenoide stesso!). L'intensità del campo magnetico all'interno del solenoide si determina usando il teorema di Ampere: $B = \mu_0 NI_1(t)/L = \mu_0 NI_0 t/(t'L)$. Dunque si ha $fem = -(\pi a^2\mu_0 N/L)dI(t)/dt = -(\pi a^2\mu_0 N/L)(I_0/t')$, dove abbiamo eseguito la derivata temporale di $I_1(t)$: si vede che, a causa dell'andamento lineare della corrente $I_1(t)$, la *fem* indotta è costante. La corrente indotta nella spira si ottiene usando la legge di Ohm sulla spira, cioè $I_2 = |fem|/R$: osservate che il simbolo del modulo è dovuto alla definizione "sempre positiva" dell'intensità di corrente, e che il segno negativo trovato con Faraday sta a significare che le due correnti rilevanti nel problema hanno versi di circolazione opposti tra loro (osservazione irrilevante per questo esercizio)]