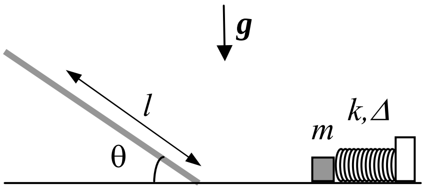
Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 9/6/2005

Nome e cognome: ………………………………………………………   Matricola: ……………

Istruzioni: *riportate i risultati, sia letterali che numerici, se richiesti, in questo foglio; allegate "brutte copie" o altri documenti che ritenete utili.* ***Le risposte non adeguatamente giustificate non saranno prese in considerazione***

-- **PARTE 1**

1. Un sistema (un po' complicato) per la misura del coefficiente di attrito dinamico μ_D è realizzato come in figura: una massa m = 2.0 Kg, che potete considerare puntiforme**,** viene sparata all'istante t = 0 da un "cannoncino a molla", la cui molla ha una costante elastica k = 98 N/m ed inizalmente si trova **compressa** per un tratto Δ = 20 cm. Dopo aver percorso un tratto orizzontale piano **senza attrito**, la massa sale lungo un piano inclinato all'angolo θ = 30 gradi.

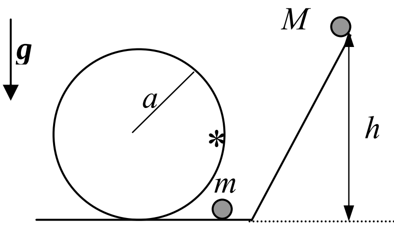


   a) Sapendo che il tratto percorso dalla massa sul piano inclinato prima di fermarsi è lungo l = 10 cm, quanto vale il coefficiente di attrito μ_D tra massa e superficie del piano inclinato? [Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità, diretta come in figura]
   μ_D = ………………………………… = ………… $((k/2)\Delta^2 - mgl\sin\theta)/(mgl\cos\theta) = 0.58$
   [viene dal bilancio energetico: $U_{ELA} = L_P + L_A$]

   b) Supponendo trascurabile il tempo necessario a percorrere il tratto orizzontale, quanto vale l'intervallo di tempo T nel quale la massa resta in movimento? [Considerate la forza di attrito costante nel tempo]
   T = ………………………………… = ………… s $v/(g(\mu_D \cos\theta + \sin\theta))$ = 0.14 s , essendo $v = (k/m)^{1/2}\Delta$ [viene considerando il tempo inecessario perché la velocità della massa alla base del piano inclinato, che si trova dal bilancio dell'energia cinetica con l'energia elasrtica iniziale, si annulli per effetto dell'accelerazione di gravità (opportunamente proiettata) e dell'attrito]

   c) Sapendo che il coefficiente di attrito **statico** vale μ_S = 1.2 μ_D, cosa succede dopo che la massa si ferma?
   ✘□ Resta ferma   □ Si mette a scendere verso il basso   □ Non si può dire
   Spiegazione sintetica della risposta: ……………………………… si ha $tg\theta < \mu_S$, per cui la forza d'attrito statico è sufficiente per constrastare la componente della forza peso lungo il piano inclinato, e non c'è movimento

2. Una massa puntiforme M = 3.0 Kg parte da ferma e scende lungo uno scivolo inclinato **privo di attrito**, la cui altezza vale h (vedi figura), seguito da un tratto orizzontale, sempre **privo di attrito**. Giunta sul tratto orizzontale, la massa M incontra una seconda massa puntiforme, m = 1.0 Kg, che è inizialmente in quiete.



   a) Supponendo che l'urto tra le masse sia perfettamente **elastico**, quanto vale la velocità v con cui la massa m si mette in moto? [Esprimete il valore in funzione dei dati del problema; non essendo noto il valore di h non potete dare la risposta numerica!]
   v = ………………………………… $(2M/(M+m))V_0 = (2M/(M+m))\ (2gh)^{1/2} = (3/2)(2gh)^{1/2}$, essendo V_0 la velocità della massa M al termine dello scivolo [viene da conservazione di quantità di moto ed energia cinetica nell'urto elastico e dal bilancio energetico $-\Delta U_G = \Delta E_K$]

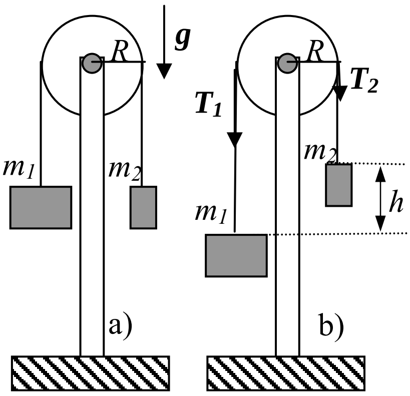
   b) Come si vede in figura, il tratto orizzontale è seguito da un "giro della morte", cioè una guida di forma circolare di raggio a = 9.0 m **priva di attrito**. Quanto deve valere il valore minimo h_{MIN} dell'altezza dello scivolo affinché la massa m possa percorrere l'intero giro della morte senza cadere al suolo? [Attenzione: vi si chiede del destino della massa m, non della massa M, della quale, dopo l'urto, ci disinteressiamo. Usate il valore g = 9.8 m/s^2 per l'accelerazione di gravità]

h_{MIN} = ... = ... m $((M+m)/2M)^2 v'^2/(2g)=$ $((M+m)/2M)^2 5a/2 = 10a/9$ = 10 m , essendo $v' = (5ga)^{1/2}$ la velocità minima della massa necessaria per percorrere il giro della morte [viene imponendo che la forza centripeta nel punto più alto sia data dalla sola forza peso]

c) Considerando che l'altezza dello scivolo sia $h = 4a/3$, quanto vale la reazione vincolare $\boldsymbol{R}$ esercitata dalla guida circolare sulla massa quando questa si trova ad aver percorso ¾ di giro (punto indicato con * in figura)?
Direzione e verso di $\boldsymbol{R}$: .... radiale verso il centro (forza centripeta!)
R = ... = ... N $mv^{*2}/a= (m/a)(v^2-2ga)$ $=(2gm/a)(h(2M/(m+M))^2)-a)=4gm$ = 39.2 N , essendo v^* la velocità della massa al punto * [viene usando il bilancio delle energie, $mga = (m/2)v^2-(m/2)v^{*2}$, e considerando che la forza centripeta, mv^{*2}/a , e data dalla reazione vincolare]

-- **PARTE 2**

3. Una puleggia è costituita da un cilindro di raggio R e lunghezza l realizzata con un materiale **disomogeneo** , la cui densità di massa dipende dalla distanza r dall'asse secondo la legge $\rho_m(r) = \rho_0 R^2/r^2$. [Questa distribuzione di massa è fisicamente poco verosimile, dato che $\rho_m(r)$ diverge per $r\to 0$, ma comunque è accettabile in questo contesto]



a) Quanto vale il momento di inerzia I del cilindro disomogeneo per rotazioni attorno al suo asse?
I = ... $\int_{CILINDRO}\rho_m\, r^2\, dV = \int_0^R \rho_m\, r^2\, 2\pi r l dr = 2\pi\, lR^2\, \rho_0 \int_0^R r dr = \pi\, lR^4\, \rho_0$ [si integra su gusci cilindrici concentrici di volume $dV = 2\pi r l dr$]

b) Sulla puleggia è avvolta una fune inestensibile di massa trascurabile ai cui estremi sono attaccate due masse m_1 ed m_2 (con $m_1>m_2$). La puleggia può ruotare **senza attrito** attorno al suo asse, e la configurazione dell'intero sistema è rappresentata in figura. All'istante t = 0 le due masse si trovano **ferme** alla stessa altezza (vedi figura a)) e a questo istante è fermo anche il cilindro; quindi le masse vengono lasciate libere di muoversi sotto l'azione della forza peso. Quanto vale (in modulo) la velocità angolare ω della puleggia quando la massa m_1 si trova più in basso rispetto alla massa m_2 per un tratto h (vedi figura b))? [Notate che questo significa che la massa m_1 si è spostata in basso di $h/2$, e la massa m_2 si è spostata in alto di $h/2$ rispetto alle posizioni iniziali: fate attenzione a legare tra loro le variabili "lineari" (velocità delle masse) e variabili "angolari (velocità angolare del cilindro; scegliete come positiva la velocità angolare associata ad una rotazione antioraria]
ω = ... $((m_1-m_2)(gh)/(m_1R^2+m_2R^2+I))^{1/2}$ [dal bilancio energetico $-\Delta U_G = m_1gh/2 - m_2gh/2 = \Delta E_K = (m_1/2)v_1^2 + (m_2/2)v_2^2 + (I/2)\omega^2$, con $v_1=v_2=\omega R$ per l'inestensibilità della fune]

c) Quanto vale l'accelerazione angolare α della puleggia (costante nel tempo durante tutto il movimento)? [Fate attenzione al fatto che la tensione della fune **non** è la stessa sui due lati della puleggia, cioè avete una tensione T_1 ed una tensione T_2 come indicato in figura; scegliete come positiva l'accelerazione angolare in senso antiorario]
α = ... $(T_1R-T_2R)/I = (m_1-m_2)(g/R)/(m_1+m_2+(I/R^2))$ [l'ultimo passaggio viene dalla soluzione del set di equazioni del moto lineare per le due masse, $m_1a_1 = m_1g-T_1$ ed $m_2a_2=T_2-m_2g$, e del moto di rotazione della puleggia, $I\alpha = T_1R-T_2R$, usando l'insestensibilità della fune, che implica $a_1=a_2=\alpha R$]

4. Una quantità $n = 9.8\times10^{-2}$ moli di gas perfetto monoatomico è contenuta in un cilindro di sezione S = 9.8 cm^2 dotato di un tappo scorrevole in direzione verticale di massa m = 5.0 Kg, che si trova a contatto con la pressione atmosferica, $P_{ATM}=1.0\times10^5$ Pa. Il tappo può scorrere **senza attrito** e il contenitore è **isolato termicamente**, cioè lo scambio di calore tra il gas e l'esterno è trascurabile.

a) Sapendo che l'altezza della colonna di gas vale h_0 = 83 cm e che il sistema è in equilibrio (il tappo è fermo), quanto vale la temperatura T_0 del gas? [Usate i valori R = 8.3 J/(K mole) e g = 9.8 m/s^2 per la costante dei gas perfetti e l'accelerazione di gravità, rispettivamente]

T_0 = ……………………………………= ……… K $PV/(nR)=(P_{ATM}+mg/S)(Sh_0)/(nR)$=150 K

b) A questo punto, immaginate che sul tappo venga aggiunta della sabbia, granello per granello, in modo tale da provocare una compressione del gas che può essere considerata come **un'adiabatica reversibile**. Alla conclusione del processo, si osserva che l'altezza della colonna di gas si è ridotta al valore $h = h_0/8$. Quanto vale la massa M di sabbia che è stata messa complessivamente sul tappo? [Ricordate che, per un gas perfetto monoatomico, l'equazione delle adiabatiche è $PV^{5/3}$= *costante*]
M = …………………………………… = ... Kg $(P_{ATM}+mg/S)((h_0/h)^{5/3}-1)(S/g)$=465 Kg
[viene da $PV^{5/3}=(P_{ATM}+mg/S+Mg/S)(Sh)^{5/3}=P_0V_0^{5/3}=(P_{ATM}+mg/S)(Sh_0)^{5/3}$]

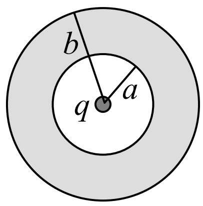
c) E quanto vale il lavoro L "fatto" dal gas? [Indicate anche il segno, e ricordate che per un gas perfetto monoatomico il calore specifico molare a volume costante è $c_V=(3/2)R$]
L = ……………………………………..= ……… J $-\Delta U=-nc_V\Delta T=-nc_V(T-T_0)=-(3/2)nRT_0((V_0/V)^{(5/3-1)}-1) = (3/2)nRT_0((h_0/h)^{2/3}-1)$= -549 J [dall'equazione delle adiabatiche scritte sopra, lavorando con la legge di stato dei gas perfetti, si ottiene anche $TV^{(5/3-1)}$=*costante* e dal primo principio esce il risultato, essendo Q=0]

Corso di Laurea Ing. EA – ESAME DI FISICA GENERALE - 9/6/2005

Nome e cognome: …………………………………………………… Matricola: ……………

-- **PARTE 3**

5. Una carica puntiforme q si trova al centro di un guscio sferico, di raggio interno a e raggio esterno b. Tale guscio è di materiale perfettamente **conduttore** e per le risposte considerate il sistema in equilibrio elettrostatico.

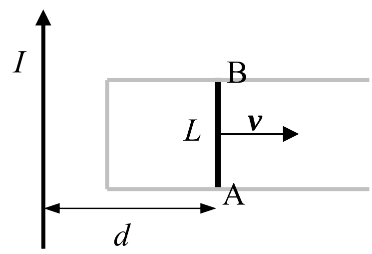


a) Supponendo che il guscio sia **scarico** (cioè che cariche positive e negative al suo interno si bilancino perfettamente), quanto vale in modulo direzione e verso il campo elettrico $\boldsymbol{E}$ nelle tre regioni di spazio $r<a$, $a<r<b$, $r>b$ (essendo r la distanza dal centro)?
Direzione e verso (giustificate le vostre affermazioni!): .... direzione radiale per la simmetria sferica del problema, verso uscente o entrante per $q>0$ o $q<0$
$E_{r<a}$ = …………………………………… $q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$
$E_{a<r<b}$ = …………………………………… 0 [conduttore in equilibrio]
$E_{r>b}$ = …………………………………… $q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$

b) A quale potenziale elettrostatico ϕ si trova la superficie interna del guscio (quella ad $r=a$)?
ϕ = …………………………………… $-\int_a^\infty E dr = -\int_b^\infty q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)\, dr = q/(4\pi\varepsilon_0 b)$

c) Supponendo ora di collegare a terra il guscio sferico, quanto valgono le densità di carica superficiali σ_a e σ_b sulle superfici interna ed esterna del guscio (cioè per $r=a$ ed $r=c$)?
σ_a = …………………………………… $-q/(4\pi a^2)$ [deve essere tale da rendere nullo il campo per $a<r<b$, e con Gauss su una superficie sferica di raggio $a<r<b$ si ottiene il risultato]
σ_b = …………………………………… 0 [deve essere tale da rendere nullo il campo per $r>b$, dato che il potenziale del guscio è ora nullo e nulla deve essere la differenza di potenziale con "l'infinito", e con Gauss su una superficie sferica di raggio $r>b$ si ottiene il risultato]

6. Avete un lungo filo elettrico all'interno del quale scorre, nel verso indicato in figura, una corrente costante I = 50 A; inoltre avete una sottile barretta di materiale **conduttore** di lunghezza L = 10 cm e massa trascurabile, che può scorrere **senza attrito** nella direzione indicata in figura muovendosi lungo una guida (disegnata in grigio in figura). Ad un dato istante, la barretta si trova a distanza d = 5.0



mm dal filo, e la sua velocità vale $v = 1.0$ m/s ed è diretta verso la destra della figura.

a) Quanto vale in direzione verso e modulo il campo magnetico $\mathbf{B}$ generato dal filo e misurato sulla barretta (cioè a distanza d dal filo stesso)? [Usate il valore $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T/(m A) per la permeabilità magnetica del vuoto]
Direzione e verso: ………………………… perpendicolare al foglio, entrante [mano destra!]
B = …………………………………= .... T $\mu_0 I/(2\pi d) = 2.0\text{x}10^{-3}$ T [per teo. Ampere]

b) Quanto vale, nell'istante considerato, la differenza di potenziale V tra gli estremi A e B della barretta (vedi figura)? [Per rispondere a questa domanda non è necessario supporre che la guida sia conduttrice!]
V = …………………………………= ....… V $-\int_{BARRETTA} E^* dl = -\int_0^L q\mathbf{v}\mathbf{x}\mathbf{B}/q\, dl = -vBL = -2.0\text{x}10^{-4}$ V , essendo E^* il campo "impresso" dovuto alla forza di Lorentz sulle cariche (libere) della barretta

c) Supponete, ora, che la guida su cui è vincolata a scorrere la barretta sia fatta di materiale conduttore con resistenza $R = 0.10$ ohm: nel circuito costituito da barretta e guida circolerà allora una corrente I_{SPIRA} : disegnatene il verso sulla figura e commentate qui sotto. Inoltre, supponendo che la barretta sia mantenuta in movimento da un operatore esterno e che la velocità v resti costante, quanto deve valere in modulo la forza F esercitata dall'operatore esterno sulla barretta?
Commento sul verso della corrente: .... per la legge di Lenz, la corrente scorre in modo da creare un campo magnetico indotto tale che la sua variazione di flusso attraverso la "spira con lato mobile" si opponga alla variazione di flusso del campo generato dal filo: poiché questo flusso tende ad aumentare, il campo indotto avrà direzione opposta al campo del filo, e, per la regola della mano destra, la corrente indotta dovrà circolare in senso antiorario (in accordo con risposta b))
F = …………………………………= ....… N $I_{SPIRA} BL = (V/R)BL = v(BL)^2 = 4.0\text{x}10^{-8}$ N

Nota: acconsento che l'esito della prova venga pubblicato sul sito web del docente, http://www.df.unipi.it/~fuso/dida, impiegando come nominativo le ultime quattro cifre del numero di matricola, oppure il codice: | | | | | (4 caratteri alfanumerici).
Pisa, 9/6/2005 Firma: